

РЕЗОНАНСНОЕ СВЕТОВОЕ ДАВЛЕНИЕ В ПОЛЕ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. Г. Миногин

Выведено кинетическое уравнение типа Фоккера—Планка для функции распределения атомов, движущихся в резонансной световой волне с флуктуирующей частотой. Показано, что стохастичность светового поля приводит к упрощению силы светового давления и тензора импульсной диффузии.

1. Введение

Как известно, между существующим теоретическим анализом движения атомов в резонансных световых полях [1] и экспериментами по резонансному световому давлению имеется определенное противоречие, связанное с тем, что в уравнениях движения атомов световое поле считается идеальным монохроматическим, а в экспериментах, реальное лазерное излучение всегда имеет конечную ширину спектра. Понятно, что данное обстоятельство не является принципиальным в тех случаях, когда ширина линии лазерного излучения значительно меньше естественной ширины линии атомного перехода 2γ . Практически, однако, для всех известных экспериментов с непрерывными лазерами на красителях типичной является ситуация, когда ширина линии лазерного излучения либо сравнима, либо превышает естественную ширину резонансного перехода. В таких условиях правомерной является постановка вопроса о влиянии стохастичности лазерного излучения на движение атомов.

Сразу подчеркнем, что данный вопрос не является чисто техническим, а тесно связан с существом процессов обмена импульсом между атомом и фотонами светового поля. Действительно, движение атома в резонансном световом поле, вообще говоря, определяется не только средним значением силы светового давления, но и диффузией атомного импульса, и даже в случае идеального монохроматического поля является стохастическим процессом. Понятно поэтому, что стохастичность светового поля может изменять статистику процессов рассеяния фотонов и влиять, если не на силу светового давления, то на диффузию атомных импульсов.

Имея в виду выяснение данного вопроса, в настоящей работе мы представим вывод и анализ кинетического уравнения, описывающего движение атомов в поле резонансной световой волны с флуктуирующей частотой. В качестве последнего выбрано квазимонохроматическое излучение с диффундирующей фазой, являющееся реалистической моделью излучения непрерывного лазера, работающего значительно выше порога генерации [2].

2. Стохастические микроскопические уравнения

Основываясь на модели лазера с диффундирующей фазой, запишем световое излучение в виде плоской бегущей волны (\mathbf{e} — единичный вектор поляризации, которую мы полагаем либо линейной, либо круговой)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi(t)) \quad (1)$$

с детерминированной амплитудой E_0 и случайной фазой $\varphi(t)$. Начальное значение последней $\varphi_0 = \varphi(0)$ будем считать равномерно распределенным на ин-

тервале $(0, 2\pi)$, а производную $\zeta(t) = d\varphi/dt$ будем полагать гауссовым дельта-коррелированным случайным процессом [3] с нулевым средним значением

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0 \quad (2)$$

и с функцией корреляции

$$\langle \zeta(t) \zeta(t') \rangle = 2\beta\delta(t' - t). \quad (3)$$

При таких условиях спектр интенсивности $I(\omega')$ случайного поля (1) будет лорентцевским с полушириной β

$$I(\omega') = E_0^2 \frac{2\beta}{(\omega' - \omega)^2 + \beta^2}. \quad (4)$$

Для описания взаимодействия атомов с полем (1) атомы будем считать двух-уровневыми с основным состоянием $|g\rangle$ и возбужденным $|e\rangle$, распадающимся на основной с полной вероятностью спонтанного распада 2γ . Частоту атомного перехода обозначим ω_0 . Между энергией отдачи $R = \hbar^2 k^2 / 2M$ и шириной линии атомного перехода будем считать выполненным соотношение

$$\varepsilon = \frac{R}{\hbar\gamma} \ll 1, \quad (5)$$

выделяющее представляющие основной практический интерес разрешенные дипольные переходы атомов. Гамильтониан взаимодействия атомов с полем (1) запишем в виде

$$\hat{V} = -\frac{1}{\hbar} \hat{\mathbf{d}} \mathbf{E}, \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{d}}$ — оператор дипольного момента атома.

Выпишем теперь, учитывая условие (5), микроскопические уравнения атомного движения для блоховских переменных

$$\left. \begin{aligned} w &= \rho_{gg}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \rho_{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad c = 2 \operatorname{Re} \{ \rho_{eg}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) e^{i(\Omega t - k_z z + \varphi)} \}, \\ u &= \rho_{gg}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - \rho_{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad s = 2 \operatorname{Im} \{ \rho_{eg}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) e^{i(\Omega t - k_z z + \varphi)} \}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

являющиеся результатом разложения в ряды по параметру $\varepsilon \ll 1$ уравнений для элементов вигнеровской матрицы плотности [4]

$$\frac{dw}{dt} = -\hbar k V_0 \frac{\partial s}{\partial p_z} + \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 \gamma \sum_{i=x, y, z} \alpha_{ii} \frac{\partial^2 (w - u)}{\partial p_i^2} + \dots \quad (8.1)$$

$$\frac{du}{dt} = -2V_0 s + 2\gamma (w - u) + \dots \quad (8.2)$$

$$\frac{dc}{dt} = -\gamma c - (\Omega - kv_z) s - s \zeta(t), \quad (8.3)$$

$$\frac{ds}{dt} = -\gamma s + 2V_0 u + (\Omega - kv_z) c + c \zeta(t) - \hbar k V_0 \frac{\partial w}{\partial p_z} + \dots \quad (8.4)$$

(Уравнение для функции s благодаря специфике исходных уравнений для ρ_{ij} является точным). В уравнениях (8) параметры равны: $V_0 = dE_0/2\hbar$, $\Omega = \omega - \omega_0$, $v_z = p_z/M$ и являются проекцией скорости на ось z . Диагональный тензор α_{ii} определяет относительную вероятность спонтанного излучения в телесный угол $d\Omega$ для линейно и циркулярно поляризованного излучения (1) [4]. Производные в левых частях (8) имеют смысл гидродинамических производных

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}.$$

Отметим, что без учета трансляционного состояния атомов, уравнения для элементов атомной матрицы плотности в случае стохастического поля анализировались в работах [5-9].

Стохастические микроскопические уравнения (8) являются исходными для вывода кинетического уравнения для функции распределения $w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. При $\zeta(t)=0$, т. е. в случае детерминированной фазы φ , уравнения (8) совпадают с микроскопическими уравнениями работы [4].

3. Кинетическое уравнение

Найдем, используя уравнения (8), кинетическое уравнение для функции распределения атомов. При этом сразу отметим, что поскольку блоховские переменные w, u, c, s в уравнениях (8) являются стохастическими переменными, то речь может идти только о получении уравнения для средней, по ансамблю фаз, функции распределения $\langle w \rangle = \langle w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \rangle$. Усредним поэтому уравнения (8) по фазам. Для этого учтем, что уравнения (8.2)—(8.4) имеют смысл стохастических уравнений Ланжевена, а динамика блоховских переменных является марковской. Выписывая тогда соответствующее (8.2)—(8.4) уравнение Эйнштейна—Фоккера для условной вероятности перехода, усредним с помощью его уравнения Ланжевена (8.2)—(8.4), и окончательно вместо (8.1)—(8.4) получим усредненные микроскопические уравнения для функций $\langle w \rangle, \langle u \rangle, \langle c \rangle, \langle s \rangle$.

Для того, чтобы не усложнять запись выражений, мы оставим для усредненных функций Блоха старые обозначения w, u, c, s , и, не выписывая усредненные микроскопические уравнения, укажем только, что результатом усреднения уравнений (8) является замена $s\zeta(t)$ на βc в уравнении (8.3) и замена $c\zeta(t)$ на $-\beta s$ в уравнении (8.4).

Имея усредненные уравнения для блоховских функций, рассмотрим теперь, в соответствии с условием (5), кинетический этап эволюции, т. е. времена

$$t \gg \hbar/R. \quad (9)$$

На таких временах, следуя анализу Боголюбова [10], функции u, c, s необходимо считать функционалами функции распределения w и представлять их в виде ряда по градиентам импульса \mathbf{p} . Поэтому для $h=u, c, s$ при условии (9) запишем

$$h = H^0 w + H^1 h k \frac{\partial w}{\partial p_z} + h^2 k^2 \sum_{i=x, y, z} H_i^2 \frac{\partial^2 w}{\partial p_i^2} + \dots, \quad (10)$$

где $H^n = U^n, C^n, S^n$ не зависят от времени. Представление решений в виде (10) связано с малостью параметра ε и фактически (10) является разложением в ряд по импульсу отдачи (по постоянной \hbar). Подставляя (10) в уравнения (8.2)—(8.4) для средних блоховских функций, нетрудно определить H^n , и значит из уравнения (8.1) определить замкнутое уравнение для $\langle w \rangle = w$.

Так уравнения для H^0 имеют вид

$$-2V_0 S^0 + 2\gamma(1 - U^0) = 0, \quad -\Gamma C^0 - (\Omega - kv_z) S^0 = 0, \quad 2V_0 U^0 + (\Omega - kv_z) C^0 - \Gamma S^0 = 0, \quad (11)$$

а уравнения для H^1 :

$$\begin{aligned} -2V_0 S^1 - 2\gamma U^1 &= -U^0 S^0 V_0, \quad -\Gamma C^1 - (\Omega - kv_z) S^1 = -C^0 S^0 V_0, \\ 2V_0 U^1 + (\Omega - kv_z) C^1 - \Gamma S^1 &= V_0 [1 - (S^0)^2], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\Gamma = \gamma + \beta$.

Решим теперь уравнения (11), (12), подставим функции h в уравнение (8.1) и, учитывая условие (5), окончательно получим уравнение Фоккера—Планка для $w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \langle w \rangle$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial w}{\partial \mathbf{r}} = - \frac{\partial}{\partial p_z} (F_z w) + \sum_{i=x, y, z} \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} (D_{ii} w), \quad (13)$$

где сила светового давления равна

$$F_z = \hbar k \gamma \frac{G}{1 + G + (\Omega - kv_z)^2 / \Gamma^2}, \quad (14)$$

а компоненты тензора импульсной диффузии определены соотношениями

$$D_{ii} = \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 \gamma \frac{G}{1 + G + (\Omega - kv_z)^2 / \Gamma^2} \chi_{ii}, \quad (15)$$

$$\chi_{ii} = \alpha_{ii} + \delta_{z,i} (1 + d), \quad (16)$$

$$d = G \frac{\left(\frac{2\gamma}{\Gamma} - 1\right) (\Omega - kv_z)^2 / \Gamma^2 - \left(\frac{1 + 2\gamma}{\Gamma}\right)}{[1 + G + (\Omega - kv_z)^2 / \Gamma^2]^2}. \quad (17)$$

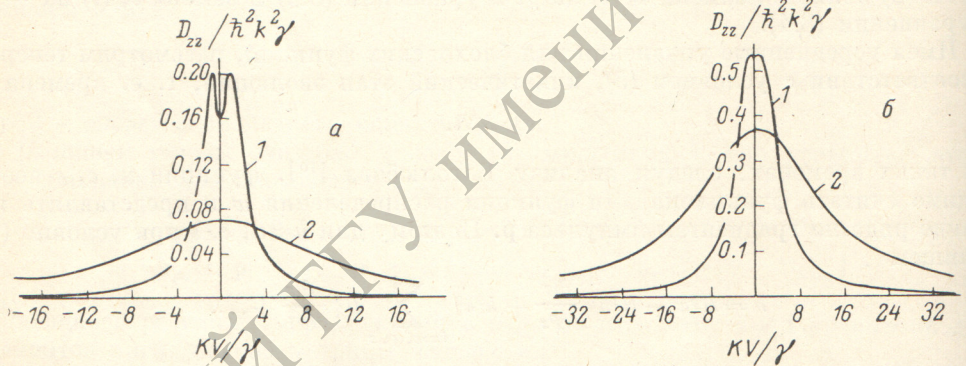
Напомним, что $\Gamma = \gamma + \beta$. Параметр насыщения G в (14)–(17) равен

$$G = \frac{2V_0^2}{\gamma\Gamma}. \quad (18)$$

4. Обсуждение результатов

Полученное уравнение Фоккера—Планка (13)–(17) является обобщением соответствующего уравнения работ [4, 11]. При $\Gamma = \gamma$ ($\beta = 0$) уравнение (13) и кинетическое уравнение работ [4, 11] совпадают. Отметим также, что средняя по ансамблю фаз сила (14) была ранее найдена в работе [12].

Основным отличием силы (14) и тензора диффузии (15)–(17) от тех же величин для идеальной монохроматической волны является наличие в них двух



Продольная компонента тензора диффузии в зависимости от проекции скорости $v = v_z$ на ось z . а — $G=1$, $\Gamma=\gamma$ (1), $\Gamma=9\gamma$ (2); б — $G=10$, $\Gamma=\gamma$ (1), $\Gamma=9\gamma$ (2). В качестве начала отсчета по оси скоростей kv_z/γ выбрано значение Ω/γ .

констант γ и $\Gamma = \gamma + \beta$. Этот результат, как легко видеть, является прямым следствием наличия двух констант релаксации в микроскопических уравнениях для $\langle w \rangle$ и $\langle c \rangle$, $\langle u \rangle$, $\langle s \rangle$. Внешнее флуктуирующее поле естественно не изменяет вероятность спонтанного распада γ , в связи с чем в усредненные уравнения для $\langle w \rangle$ и $\langle u \rangle$, так же как в уравнения для w и u входит только константа γ . Флуктуации поля, однако, приводят к увеличению скорости релаксации дипольного момента атома, в связи с чем в уравнения для $\langle c \rangle$ и $\langle s \rangle$ входит не константа γ , а большая константа $\Gamma = \gamma + \beta$. Поскольку именно эта константа определяет характерную ширину линии поглощения атома, то первым следствием флуктуаций частоты поля является уширение силы F_z и компонент тензора D_{ii} в пространстве скоростей v_z (рисунок).

Вторым следствием стохастичности светового поля, непосредственно облегчающим анализ уравнения Фоккера—Планка в условиях реальных экспериментов, является упрощение продольной компоненты тензора диффузии D_{zz} . Если для идеальной монохроматической волны z -компонента тензора диффузии имеет резкую структуру вблизи нулевой скорости, то при ширине линии световой волны $\beta > \gamma$ компонента D_{zz} принимает колоколообразный вид, стремящийся при $\beta \gg \gamma$ к лоренцевской форме (рисунок). При этом асимптотическое значение тензора χ_{ii} оказывается не зависящим от скорости

$$\chi_{ii} (\beta \gg \gamma) = \alpha_{ii} + \delta_{z,i} \quad (19)$$

Таким образом, частичная когерентность лазерного излучения, используемого во всех экспериментах по резонансному световому давлению, сглаживает как силу светового давления, так и тензор диффузии и упрощает характер движения атомов. В настоящей работе данное утверждение обосновано анализом простейшего случая плоской бегущей волны с флуктуирующей частотой. Естественно ожидать, что подобные результаты могут быть получены и при рассмотрении более сложных световых полей, а также при учете амплитудных флуктуаций поля.

Благодарю В. С. Летохова за критическое обсуждение работы.

Литература

- [1] V. S. Letokhov, V. G. Minogin. *Physics Reports*, 73, 1, 1981.
- [2] М. Лэкс. Флуктуации и когерентные явления. «Мир», 1974.
- [3] С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Часть I. Случайные процессы. «Наука», 1976.
- [4] В. Г. Миногоин. *ЖЭТФ*, 79, 2044, 1980.
- [5] А. И. Бурштейн. *ЖЭТФ*, 48, 850, 1965.
- [6] А. И. Бурштейн, Ю. С. Оселедчик. *ЖЭТФ*, 51, 1071, 1966.
- [7] G. S. Agarwal. *Phys. Rev. Lett.*, 37, 1387, 1976; *Phys. Rev.*, A18, 1490, 1978.
- [8] J. H. Eberly. *Phys. Rev. Lett.*, 37, 1387, 1976.
- [9] P. Zoller. *J. Phys.*, B11, 2825, 1978.
- [10] А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский. *Методы статистической физики*. «Наука», 1977.
- [11] R. J. Cook. *Phys. Rev.*, A22, 1078, 1980.
- [12] R. J. Cook. *Phys. Rev.*, A21, 268, 1980.

Поступило в Редакцию 12 января 1981 г.