

ТЕМА: ДРОБИ (ОБЫКНОВЕННЫЕ, ДЕСЯТИЧНЫЕ)

*Для иностранных слушателей
подготовительного отделения*

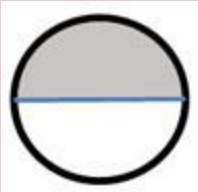
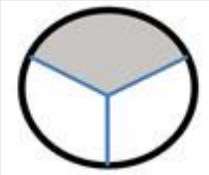
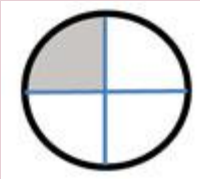
АВТОР: Старовойтова
Наталья Александровна

*кафедра довузовской подготовки и
профориентации*

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

- Числа $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}; \frac{8}{5}; \frac{4}{4}$ - обыкновенные дроби.
- $\frac{a}{b}$, где $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$, **a** - это **числитель** дроби
b- это **знаменатель** дроби.
- Частное от деления $a:b$ можно записать как дробь $\frac{a}{b}$.
- **Читаем дроби так:** $\frac{1}{2}$ - одна вторая;
 $\frac{3}{7}$ - три седьмых;
 $\frac{12}{37}$ - двенадцать тридцать седьмых;
 $\frac{27}{100}$ - двадцать семь сотых;
 $\frac{8}{8}$ - восемь восьмых.

ПРИМЕРЫ

Дробь	Рисунок	Название дроби
$\frac{1}{2}$		одна вторая (половина)
$\frac{1}{3}$		одна третья (одна треть)
$\frac{1}{4}$		одна четвёртая (одна четверть)

ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ

$$\frac{9}{8} > \frac{10}{11}$$

Определение: Дробь $\frac{a}{b}$ - правильная, если $a < b$.

Дробь $\frac{a}{b}$ - **не**правильная, если $a \geq b$.

неправильная дробь (больше единицы)
правильная дробь (меньше единицы)

Неправильную дробь можно записать так:

$$\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

(четыре целых две третьих).

⊙ $4\frac{2}{3}$ - **смешанная дробь**, 4- **целая часть**, $\frac{2}{3}$ - **дробная часть**.

⊙ Операция записи неправильной дроби в виде смешанной называется **выделением целой части**.

⊙ Смешанную дробь можно записать так: $2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$.

Эта операция называется: запись смешанной дроби в виде неправильной дроби

УПРАЖНЕНИЯ

- 1. Назовите числа, которые не являются целыми:

$$7; 3\frac{2}{5}; -\frac{4}{3}; 0; 12; 4; \frac{18}{18}; \frac{1}{7}; 1\frac{5}{7}; -15; 1, 5.$$

- 2. Запишите числа: одна шестая; минус восемнадцать; две целых три пятых; сорок семь шестидесятых; минус сто два; три семнадцатых; тысяча двадцать восемь; ноль целых две сотых.
- 3. Запишите смешанные дроби как неправильные: одна целая и две сотых; три целых и четыре пятых; восемь целых и три седьмых; двадцать семь целых и одна треть.
- 4. Запишите неправильные дроби как смешанные : три вторых; семь четвёртых; восемнадцать пятых; тридцать две тринадцатых; девять седьмых.

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

1. Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и тоже число, не равное нулю:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a : n}{b : n},$$

где $m \neq 0$ и $n \neq 0$.

2. Сокращение дробей.

Возьмём дробь $\frac{25}{40} = \frac{25:5}{40:5} = \frac{5}{8}$.

Мы сократили дробь на 5. НОД(25;40)=5.

3. Дробь $\frac{4}{7}$ **несократима**, так как 4 и 7 - взаимно простые числа. НОД(4;7)=1.

НАХОЖДЕНИЕ ОБЩЕГО ЗНАМЕНАТЕЛЯ ДРОБЕЙ

- Наименьший общий знаменатель дробей

$$\frac{a}{b} \text{ и } \frac{c}{d} - \text{НОК}(b;d).$$

Чтобы привести дробь к общему знаменателю нужно домножить числитель и знаменатель на дополнительные множители, которые находятся:

для дроби $\frac{a}{b}$ **дополнительный множитель** $m = \frac{\text{НОК}(b;d)}{b}$

для дроби $\frac{c}{d}$ **дополнительный множитель** $n = \frac{\text{НОК}(b;d)}{d}$.

Пример: приведём дроби $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$ к общему знаменателю.

Найдём $\text{НОК}(12;18)=36$. Разделим $36:12=3$ -это дополнительный множитель для дроби $\frac{1}{12}$. Разделим $36:18=2$ -это

дополнительный множитель для дроби $\frac{1}{18}$. Умножим

числители и знаменатели дробей на их дополнительные

множители: $\frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{3}{36}$; $\frac{1}{18} = \frac{1 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{2}{36}$.

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

1 случай: у дробей одинаковые знаменатели
нужно сравнить числители:

больше числитель - **больше** дробь.

Пример: $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$, так как $5 > 3$.

2 случай: у дробей одинаковые числители
нужно сравнить знаменатели:

больше знаменатель - **меньше** дробь.

Пример: $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$, так как $7 > 5$.

3 случай: знаменатели разные: нужно привести
дроби к общему знаменателю, затем сравнить
числители:

Пример: Сравним $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$. Приведём дроби к общему
знаменателю $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$; $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}$. $\frac{10}{15} < \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ДРОБЯМИ: СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

○ Правило.

Если знаменатели дробей **равные** (**equal**) нужно **сложить(вычесть) числители** и записать общий знаменатель. Результат действия(ответ) сократить (**cut down**), если дробь сократима.

Пример: $\frac{2}{13} + \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$; $\frac{15}{27} - \frac{8}{27} = \frac{7}{27}$.

Если знаменатели дробей **разные** (**different**) нужно привести дроби к общему знаменателю, а потом выполнить сложение (вычитание).

Пример: $\frac{1}{12} + \frac{5}{18} = \frac{3}{36} + \frac{10}{36} = \frac{13}{36}$; $\frac{7}{10} - \frac{4}{15} = \frac{21}{30} - \frac{8}{30} = \frac{13}{30}$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Правило. Чтобы умножить дробь на дробь, надо умножить числитель первой дроби на числитель второй дроби и результат записать в числитель; а также перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Пример: $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

Правило. Чтобы умножить смешанные дроби, надо представить их в виде неправильных дробей, а затем выполнить умножение как обыкновенных дробей

Пример: $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 3 + 1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{10}{3} \cdot \frac{22}{5} = \frac{2 \cdot 22}{3 \cdot 1} = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Правило.

Чтобы разделить дробь на дробь, надо числитель первой дроби умножить на знаменатель второй дроби и это произведение записать в числитель, а знаменатель первой дроби умножить на числитель второй дроби результат записать в знаменатель:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Пример: $\frac{1}{4} : \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{4} = 2$; $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}$.

Замечание: для того чтобы разделить смешанные дроби их сначала записывают как неправильные, а затем выполняют деление:

$$\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = \frac{1}{2} : \frac{14}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{14} = \frac{3}{28}$$

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Дроби $\frac{1}{10}$; $\frac{12}{100}$; $\frac{47}{1000}$ можно записать так: 0,1; 0,12; 0,047- это **десятичные дроби**.

Читаем дроби так:

0,1 - ноль целых одна сотая;

0,12 - ноль целых двенадцать сотых;

0,047- ноль целых сорок семь тысячных;

Пример.

Рассмотрим число 3,24817 - три целых двадцать четыре тысячных восемьсот семнадцать. Эта десятичная дробь имеет **целую часть** 3 и **дробную часть** 24817. В разрядах дробной части стоят числа: 2-разряд десятых, 4- разряд сотых, 8- разряд тысячных, 1-разряд десятитысячных, 7-разряд сотысячных.

ОБРАЩЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ В ОБЫКНОВЕННУЮ И ОБЫКНОВЕННОЙ В ДЕСЯТИЧНУЮ

1. Чтобы обратить десятичную дробь в обыкновенную нужно записать её дробную часть в виде обыкновенной с соответствующим знаменателем и сократить:

$$0,7 = \frac{7}{10}; 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}; 5,2 = 5\frac{2}{10} = 5\frac{1}{5}$$

2. Чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную нужно числитель дроби разделить на знаменатель: $\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$ - конечная десятичная дробь;

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,666... = 0,(6) \quad \text{- бесконечная периодическая}$$

десятичная дробь

период

Читаем: «ноль целых шесть в периоде»

ОБРАЩЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДРОБИ В ОБЫКНОВЕННУЮ

○ Правило. Чтобы обратить периодическую дробь в обыкновенную, нужно из числа, стоящего после запятой, вычесть число, стоящее до периода и записать эту разность в числитель, а в знаменателе записать цифру 9 столько раз, сколько цифр в периоде и приписать цифру 0 столько раз, сколько знаков между запятой и периодом:

$$○ \quad 2,7(5) = 2 \frac{75-7}{90} = 2 \frac{68}{90} = 2 \frac{34}{45} \quad ;$$

$$3,8(53) = 3 \frac{853-8}{990} = 3 \frac{845}{990} = 3 \frac{169}{198}$$



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!

