

где $a = \sqrt{1/\sigma}$; ε , \tilde{k} – безразмерные энергия связи и относительный импульс соответственно, а W_{ji}^{LOG} – матрица для интеграла с логарифмической сингулярностью, которая строится по формулам (57), (58) в [3].

Заключение

Эффективность новой квадратурной формулы (5) и методики расчета, названной нами улучшенным полуспектральным методом Чебышева для линейных потенциалов, была нами проверена на простейших задачах, для которых известны точные решения.

Так, для нерелятивистского уравнения Шредингера с линейным потенциалом известно точное решение в случае $l = 0$:

$$E_{\text{точное}} = -\frac{z_\nu}{(2\mu a)^{2/3}},$$

где z_ν ($\nu = 1, 2, 3, \dots$) – нули функции Эйри $Ai(z)$.

Для этого случая формула (12) позволяет получить ответ для первых семи состояний с высокой степенью точности $\delta \sim 10^{-11} \div 10^{-13}$, что на 6–7 порядков лучше, чем в работе [4].

Вычислительная схема также позволяет легко обобщить задачу (1) на релятивистский случай (т. н. бесспиновое уравнение Солпитера) путем простой замены оператора кинетической энергии на релятивистское выражение

$$T(k) = \sqrt{k^2 + m_1^2} + \sqrt{k^2 + m_2^2}.$$

Литература

1. Norbury, J.W. Confining potential in momentum space / J.W. Norbury, D.E.Kahana, K.H. Maung // Can. J. Phys. – 1992. – Vol. 70. – P. 86–89.
2. Tang, A. The Nystrom plus Correction Method for Solving Bound State Equations in Momentum Space / A.Tang, J.W. Norbury // Phys. Rev. – 2001. – Vol. E63. – P. 066703.
3. Deloff, A. Semi-spectral Chebyshev method in Quantum Mechanics / A. Deloff // Annals of Phys. – 2007. – Vol. 322, № 6. – P. 1373–1419.
4. Deloff, A. Quarkonium bound-state problem in momentum space revisited / A. Deloff // Ann. Phys. – 2007. – Vol. 322, № 10. – P. 2315–2326.

Е.В. Вакулина¹, О.М. Дерюжкова², Н.В. Максименко²

¹Филиал ГОУВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», Россия

²УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНА В КВАРКОВО-ПОЛЕВОМ ПОДХОДЕ В ПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В работах Ф.И. Федорова, Л.Г. Мороза, А.А. Богуша и их учеников активно развивались ковариантные методы получения лагранжианов и уравнений взаимодействия электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики этих частиц являются основополагающими [1–3]. Как следует из низкоэнергетической теоремы, при расчете вклада поляризуемостей необходимо учитывать релятивистские эффекты [4].

Одним из способов решения вопроса о физической интерпретации релятивистских эффектов и оценки электромагнитных характеристик пиона является релятивистское квантово-полевое модельное представление комптоновского рассеяния на пионе с учетом его структуры. Естественным методом теоретического описания и оценки электромагнитных характеристик пиона является кварково-полевая модель.

Данная работа посвящена теоретическому описанию низкоэнергетического комптоновского рассеяния и оценки поляризуемостей пиона в кварково-полевой модели. Определение амплитуды комптоновского рассеяния на пионе в этой модели основывается на учете вклада петлевых диаграмм. Это обусловлено прежде всего тем, что вершинная константа $\pi q\bar{q}$ определена из распадов пионов, а также в настоящее время хорошо развит ковариантный формализм размерной регуляризации для расчета петлевых диаграмм [5]. В расчетах амплитуды комптоновского рассеяния на пионе и поляризуемостей учитывались диаграммы рисунка 1, цвет кварков и считалось, что кварки являются валентными.

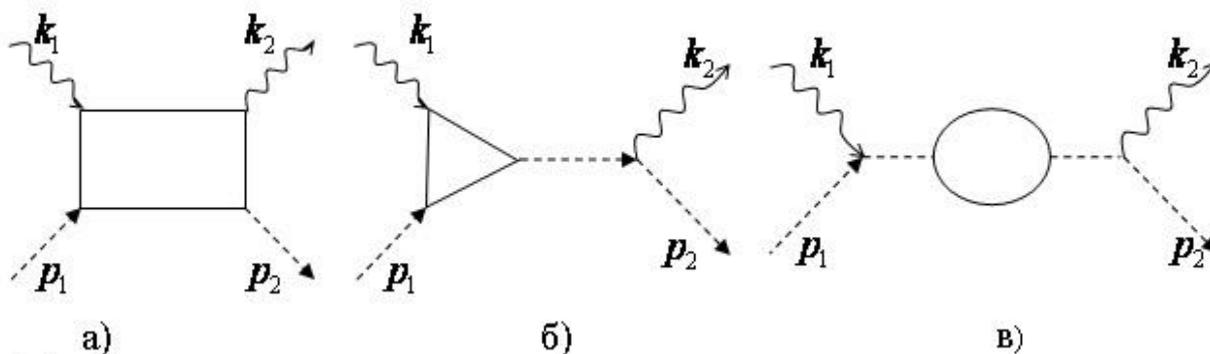


Рисунок 1 – Калибровочно-инвариантный набор диаграмм, с помощью которых моделировался процесс комптоновского рассеяния

Сумма амплитуд диаграмм, приведенных на рисунке 1, является калибровочно-инвариантной и удовлетворяет условию перекрестной симметрии [6].

Представим S -матричный элемент комптоновского рассеяния, определяемого суммой диаграмм рисунка 1, следующим образом:

$$S_{fi} = \frac{\delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2)}{(2\pi)^2 \sqrt{16\omega_1\omega_2 E_1 E_2}} \sum_{n=1}^9 J^{(n)}.$$

В этом выражении слагаемыми суммы являются амплитуды девяти диаграмм, которые определены по правилам Фейнмана и представлены интегралами вида:

$$J^{(n)} = (e_i e_j) \lambda^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{Sp^{(n)}}{\alpha_1^{(n)} \alpha_2^{(n)} \alpha_3^{(n)} \alpha_4^{(n)}}, \quad (1)$$

где « n » пробегает значения от 1 до 9, λ – определяется вершиной $\pi q \bar{q}$, e_i – заряды кварков, антикварков и π -мезонов в вершине взаимодействия фотонов с этими частицами. Интегралы (1) рассчитывались методами размерной регуляризации [5], следовательно, их структуры инвариантны относительно калибровочных преобразований и преобразований Лоренца.

Как известно, поляризуемости – это коэффициенты, которые стоят при спиновых структурах второго порядка по частоте излучения. Поэтому для определения поляризуемостей пиона воспользуемся разложением амплитуд диаграмм рисунка 1 по частоте излучения, при этом будем выполнять разложение в системе покоя мишени реального комптоновского рассеяния на пионе.

Сумму амплитуд рисунка 1 можно свести к инвариантной структуре вида:

$$e_2 T e_1 = T_1(e_2 e_1) + T_2(e_2 p_1)(e_1 p_1) + T_3(e_2 p_1)(e_1 k_2) + T_4(e_2 k_1)(e_1 p_1) + T_5(e_2 k_1)(e_1 k_2). \quad (2)$$

Амплитуды T_i ($i=1,2,3,4,5$) являются скалярными функциями кинематических переменных s , t , u и свободные от кинематических особенностей. В случае комптоновского рассеяния реальных фотонов в кулоновской калибровке используем соотношения: $(e_1 k_1) = (e_2 k_2) = 0$, $(e_1 p_1) = (\vec{e}_1 \vec{p}_1)$, $(e_2 p_1) = (\vec{e}_2 \vec{p}_1)$. Так как вклад треугольных диаграмм в

поляризуемости равен нулю, то в системе покоя мишени в кулоновской калибровке амплитуда (2) принимает вид:

$$e_2 T e_1 = T_1 (\vec{e}_2 \vec{e}_1) + T_5 (\vec{e}_2 \vec{k}_1) (\vec{e}_1 \vec{k}_2). \quad (3)$$

Вклады в T_1 и T_2 от амплитуд диаграмм рисунка 1 разложим по частоте фотонов и при разложении ограничимся вторым порядком по ν/m (ν – энергия фотона). Результаты разложения свидетельствуют о том, что T_1 пропорциональна $(k_1 k_2) = -t/2 = \omega_1 \omega_2 (1-z)$, где z – косинус угла рассеяния. В связи с этим введем новую амплитуду, выделив множитель $(k_1 k_2)$ в T_1 : $T_1 = (k_1 k_2) t_1$, $T_5 = t_5$. В этом случае (3) примет форму:

$$e_2 T e_1 = t_1 (k_1 k_2) (\vec{e}_2 \vec{e}_1) + t_5 (\vec{e}_2 \vec{k}_1) (\vec{e}_1 \vec{k}_2). \quad (4)$$

В свою очередь, амплитуду $e_2 T e_1$ при разложении по энергии фотонов до второго порядка можно определить через поляризуемости α_π и β_π [7]

$$e_2 T e_1 = 8\pi M \omega_1 \omega_2 [\alpha_\pi (\vec{e}_2 \vec{e}_1) + \beta_\pi (\vec{S}_2 \vec{S}_1)], \quad (5)$$

где $\vec{S}_1 = \frac{[\vec{k}_1 \vec{e}_1]}{\omega_1}$, $\vec{S}_2 = \frac{[\vec{k}_2 \vec{e}_2]}{\omega_2}$.

Из сравнения выражений (4) и (5) следует:

$$\alpha_\pi = \frac{1}{8\pi M} [t_1 + (t_5 - t_1)z] \Big|_{z=1}, \quad \beta_\pi = -\frac{t_5}{8\pi M} \Big|_{z=1}, \quad \text{где } z = \cos \theta.$$

Непосредственно из этих соотношений получаем, что $\alpha_\pi = -\beta_\pi = \frac{t_5}{8\pi M}$. Это заключение согласуется с результатами работы [8]. Учитывая заряды и цвет кварков, из которых состоят заряженные пионы, получим:

$$\beta_\pi = \frac{\alpha}{24\pi^2 M F_\pi^2} \approx \frac{9\alpha}{4\pi^2 24M^3}. \quad (6)$$

В этом выражении введены величины $\alpha = e^2/4\pi$ – постоянная тонкой структуры, а также $F_\pi = 92 \text{ МэВ} \approx 2/3M$. Поляризуемость β_π , определяемая в (6), совпадает с оценкой вкладов петлевых кварковых диаграмм в поляризуемости [8], но, как отмечено в этой работе, величина электрической поляризуемости α_π отрицательная и не согласуется с экспериментальными данными по поляризуемости заряженных пионов:

$$\alpha_\pi \approx -\beta_\pi = (6,8 \pm 1,8) \cdot 10^{-4} \hat{O}i^3 \quad [9].$$

Поэтому, следуя работе [8], учтем вклад диаграмм обмена σ -мезонов между кварками и пионами в кварково-полево-м подходе. В этом случае суммарная поляризуемость будет равна:

$$\beta_{\pi} = \beta_{\pi}(\diamond) + \beta_{\pi}(\sigma) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{9\alpha}{24\pi M^3} - \frac{10\alpha}{8\pi M^3} \right] = -\frac{7\alpha}{32\pi^2 M^3}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что $\beta_{\pi} \approx -5 \cdot 10^{-43} \tilde{n} \dot{\tilde{i}}^3 = -5 \cdot 10^{-4} \hat{O} \dot{i}^3$.

Таким образом, в данной работе определена амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния и выполнены оценки поляризуемостей пиона в кварково-полевой модели в приближении петлевых диаграмм. Используя методы редукции петлевых диаграмм и ковариантный формализм размерной регуляризации установлено, что:

- 1) амплитуды треугольных и петлевых двухточечных диаграмм не содержат полюсов на пороге комптоновского рассеяния на пионе;
- 2) эти амплитуды пропорциональны $(e_1 p_1)$ и $(e_2 p_2)$, а следовательно, для реальных фотонов в системе покоя мишени их вклад в поляризуемости равен нулю;
- 3) оценки поляризуемостей пиона и сравнение с экспериментальными данными свидетельствует о необходимости учета вклада диаграмм обмена σ -мезонов между кварками и пионами.

Литература

1. Мороз, Л.Г. Матрица рассеяния с учетом взаимодействия Паули / Л.Г. Мороз, Ф.И. Федоров // ЖЭТФ. – 1960. – Т. 39. – Вып. 2. – С. 293–303.
2. Левчук, М.И. Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М.И. Левчук, Л.Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1985. – № 1. – С. 45–54.
3. Андреев, В.В. Статическая электрическая поляризуемость релятивистской электрически нейтральной системы в гамильтоновой динамике / В.В. Андреев, Н.В. Максименко // В сб. науч. трудов «Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности». – Вып.5. – Минск: ИФ НАНБ. – 2001. – С. 26–31.
4. Максименко, Н.В. Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н.В. Максименко, С.Г. Шульга // Ядерная физика. – 1990. – Т. 52. – Вып. 2(8). – С. 524–534.
5. Пескин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер. – М. Ижевск. – 2001. – 783с.
6. Llanta, E. Pion electromagnetic polarizabilities and quarks / E. Llanta, K. Tarrach // Phys. Lett. – 1980. – Vol. 91B. – № 1. – P. 132–136.
7. Львов, А.И. Правила сумм для коэффициентов электрической и

магнитной поляризуемостей адронов / А.И. Львов, В.А. Петрунькин, С.А. Старцев // Препринт ФИАН. – 1976. – № 173. – С. 25.

8. Львов, А.И. Поляризуемости пионов в σ -модели с кварками / А.И. Львов // Ядерная физика. – 1981. – Т. 34. – Вып. 2(8). – С. 522–528.

9. Antipov, Y.M. Experimental evaluation of the sum of the electric and magnetic polarizabilities of pions / Y.M. Antipov [et.al.] // Z. Phys. – 1985. – Vol. C26. – P. 495–499.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ