6. Babich, A.A. / A.A. Babich, A.A. Pankov // Sov.Phys.Jour. – 1991. – Vol. 34. – P. 365.
7. Pankov, A.A. / A.A. Pankov, R. Raczka, and I.S. Satsunkevich // Nuovo Cimento 1991. – Vol., ser. 12. – P. 97.
8. Pankov, A.A. / A.A. Pankov // Sov. J. Nucl. Phys. – 1992. – Vol. 55. – P. 461.
9. Pankov, A.A. / A.A.Pankov, N.Paver // Phys. Lett. – 1992. – Vol. B274. – P. 483.
10. Babich, A.A. / A.A. Babich, A.A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. – 1993. – Vol.B299. – P.351.
11. Pankov, A.A. / A.A. Pankov, N. Paver // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D48. – P. 63.
12. Панков, А.А. / А.А. Панков // ЯФ. – 1994. – Т. 57. – С. 472.
13. Бабич, А.А. / А.А. Бабич, А.А. Панков // ЯФ. – 1994. – Т. 57. – С. 2061.
14. Богуш, А.А. / А.А. Богуш // Весці АН БССР. Сер.фіз.–тэхн.навук. – 1962. №2. – С.26
15. Богуш, А.А. / А.А. Богуш // Вести АН БССР. Сер.физ.–тех.наук. – 1964. – № 2. – С. 29.
16. Федоров, Ф.И. Группа Лоренца / Ф.И. Федоров. – Москва: Наука, 1974. –384 с.
17. Федоров, Ф.И. / Ф.И.Федоров // Известия Вузов. Физика. – 1980. – №2. – С.32.
18. Федоров, Ф.И. / Ф.И.Федоров // Теор. и мат. физика. – 1974. – Т.18. – С.329.
19. Сикач, С.М. / С.М. Сикач // Весці АН БССР. Сер. фіз–мат. навук. – 1984. – №2. – С.84.
20. Галынский, М.В. / М.В. Галынский // ЭЧАЯ. – 1998. – Т. 29. – С. 1133.
21. Андреев, В.В. / В.В.Андреев // ЯФ. – 2003. – Т. 66. – С. 410.

В.В. Андреев, А.М. Сейтлиев

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ СПИНОРНОЙ ЧАСТИЦЫ В КЭД

Введение

В целом ряде работ [1-3] было показано, что, кроме электрической и магнитной поляризуемостей в комптоновском рассеянии (КР), электромагнитные характеристики системы описывают также функции $\gamma_{1,..,4}$. Эти параметры получили название “спиновых поляризуемостей” [1–3], или “гираций” [1–2].

В данной работе предлагается оригинальная методика извлечения инвариантных амплитуд путем сравнения общей и модельной АКР. Характерной особенностью данной методики является непосредственный расчет АКР как скалярной функции, зависящей от мандельстамовских переменных, методом базисных спиноров (МБС) [4, 5]. Разработанная методика позволяет получить так называемые “квазистатические” поляризуемости, которые возникают в рамках квантовой электродинамики (КЭД) при учете следующего за борновским порядка теории возмущений.

1. Комптоновское рассеяния на фермионе

Для описания кинематики реакции комптоновского рассеяния на фермионе f спина $1/2$:

$$f(p,\lambda)+\gamma(k,\sigma)\rightarrow f(p',\lambda')+\gamma(k',\sigma'), \qquad (1)$$

где p и p' – импульсы начального и конечного фермионов со спиральностями λ и λ' соответственно; k и k' – импульсы входящего и исходящего фотонов со спиральностями σ, σ', выберем систему центра инерции (с.ц.и.). Матричный элемент реакции комптоновского рассеяния (1) в самом общем случае записывается следующим образом [6,7]:

$$T^{\lambda',\sigma'}_{\lambda,\sigma}=\varepsilon^{\mu}_{\sigma'}(k')\varepsilon^{*\nu}_{\sigma}(k)\bar{u}_{\lambda'}(p')\ H^{\mu\nu}u_{\lambda}(p)\ . \qquad (2)$$

Тензор $H^{\mu\nu}$ задается при помощи шести инвариантных амплитуд $T_1 \ldots T_6$, называемых амплитудами Пранжа в виде [7,8]:

$$H^{\mu\nu}=-\frac{P'^{\mu}P'^{\nu}}{P'^{2}}(T_1+T_2\hat{K}-$$

$$-\frac{N^{\mu}N^{\nu}}{N^{2}}(T_3+T_4\hat{K})+i\frac{P'^{\mu}N^{\nu}-P'^{\nu}N^{\mu}}{P'^{2}K^{2}}\gamma_5T_5+i\frac{P'^{\mu}N^{\nu}+P'^{\nu}N^{\mu}}{P'^{2}K^{2}}\gamma_5\hat{K}T_6 \qquad (3)$$

где 4-вектора P^{μ}, Q^{μ}, K^{μ} и N^{μ} это линейные комбинации импульсов реакции.

Вводят также инвариантные амплитуды $A_i(\nu,t)$ $(i=1,\ldots,6)$ [7,9]:

$$A_1=1/t\left(T_1+T_3+\nu\left(T_2+T_4\right)\right),\ A_2=1/t\left(2T_5+\nu\left(T_2+T_4\right)\right),$$

$$A_3 = m_f^2 \Big/ r^2 \left(T_1 - T_3 - \frac{t}{4\nu}\left(T_2 - T_4\right)\right),\ A_4 = m_f^2 \Big/ r^2 \left(2m_f T_6 - \frac{t}{4\nu}\left(T_2 - T_4\right)\right),$$
$$A_5 = \frac{1}{4\nu}\left(T_2 + T_4\right),\ A_6 = \frac{1}{4\nu}\left(T_2 - T_4\right).$$
(4)

Спиновые поляризуемости (гирации) $\gamma_{0,\pi}$ связаны с (4) соотношениями:

$$\gamma_0 = a_4 \big/ 2\pi m_f\ ,\ \gamma_\pi = -\left(a_2 + a_5\right) \big/ 2\pi m_f\ , \qquad (5)$$

где a_i представляет собой разницу между инвариантной амплитудой $A_i(\nu,t)$ и ее борновской частью $A_i^B(\nu,t)$ при $\nu,t \to 0$.

2. Методика получения инвариантных амплитуд

Стандартной методикой вычисления поляризуемостей фермионов в рамках какой-либо моделей является использование правил сумм, которые основаны на интегральных комбинациях сечений КР.

В данной работе предлагается методика извлечения инвариантных амплитуд путем сравнения АКР (2) и амплитуды, рассчитанной в рамках какой-либо модели, т. е. решения системы уравнений

$$M_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} = T_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} \qquad (6)$$

для различных значений спиральностей фотонов и фермионов.

Применяя МБС [4,5] находим, что в с.ц.и.

$$T_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} = \sqrt{-t}\,\delta_{\lambda,-\lambda'}\left[\frac{\lambda}{2}\left(\frac{m_f^2 + s}{s_m}\left(T_1 - T_3\sigma\sigma'\right) + m_f\left(T_2 - T_4\sigma\sigma'\right)\right) - \sigma T_5 \delta_{\sigma,-\sigma'}\right] +$$
$$+ r\ \delta_{\lambda,\lambda'}\left[\lambda\ \sigma\ T_6\ \delta_{\sigma,\sigma'} - \tfrac{1}{2}\left(T_2 - \sigma\ \sigma'\ T_4\right) - m_f \big/ s_m \left(T_1 - \sigma\ \sigma'\ T_3\right)\right]. \quad (7)$$

Выберем в качестве независимых спиральных амплитуд реакции комптоновского рассеяния, вычисляемого в какой-либо модели, набор вида

$$M_1 = M_{++}^{++},\ M_2 = M_{+-}^{+-},\ M_3 = M_{+-}^{-+},\ M_4 = M_{+-}^{--},$$
$$M_5 = M_{++}^{+-},\ M_6 = M_{++}^{--}.$$
(8)

Составляя систему из шести уравнений, каждое из которых будет соответствовать определенной комбинации ($\lambda,\sigma,\lambda',\sigma'$), получим ее решение относительно инвариантных амплитуд Пранжа $T_1,\ldots,T_6$ через матричные элементы (8):

$$T_1 = -\frac{1}{2r\sqrt{-t}}\left[r\left(M_3+2M_4+M_6\right)+m_f\sqrt{-t}\left(M_1+M_2+2M_5\right)\right],$$

$$T_2 = \frac{1}{2rs_m\sqrt{-t}}\left[2m_f\, r\left(M_3+2M_4+M_6\right)+\left(m_f^2+s\right)\sqrt{-t}\left(M_1+M_2+2M_5\right)\right],$$

$$T_3 = \frac{1}{2r\sqrt{-t}}\left[r\left(M_3-2M_4+M_6\right)-m_f\sqrt{-t}\left(M_1+M_2-2M_5\right)\right],$$

$$T_4 = \frac{1}{2r\,s_m\sqrt{-t}}\left[\left(m_f^2+s\right)\sqrt{-t}\left(M_1+M_2-2M_5\right)-2m_f\, r\left(M_3-2M_4+M_6\right)\right],$$

$$T_5 = \frac{1}{2\sqrt{-t}}\left(M_3-M_6\right), \quad T_6 = \frac{1}{2r}\left(M_1-M_2\right).$$

(9)

Для случая $t=0$ (рассеяние вперед) амплитуда (2) запишется в виде:

$$T_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'}\Big|_{t=0} = -4\nu^2\left[\left(a_3+a_6\right)m_f-\lambda\sigma\nu a_4\right]\delta_{\lambda,\lambda'}\delta_{\sigma,\sigma'}\ . \qquad (10)$$

Аналогичные вычисления для рассеяния назад приводит к выражению

$$T_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'}\Big|_{r=0} = -\frac{\sqrt{-t}}{8m_f^2}\left[\lambda\sqrt{tt_m}\left(4a_1m_f^2-a_5t\right)+\sigma t\left(4a_2m_f^2-a_5t_m\right)\right]\delta_{\lambda,-\lambda'}\delta_{\sigma,-\sigma'}. \qquad (11)$$

3. Квазистатические поляризуемости в КЭД

Применим вышеизложенную методику для получения квазистатических поляризуемостей в КЭД. Для этого необходимо учесть следующий за борновским порядок теории возмущений, который будет воспроизводить структуры, аналогичные поляризуемостям адронов спина $1/2$, но за счет электромагнитных, а не сильных взаимодействий.

Используя матричные элементы АКР работы [10], получим явные выражения для квазистатических спиновых поляризуемостей γ_0 и γ_π при помощи соотношений (10) и (11) на основе методики раздела 2. Разлагая АКР (10) и (11) для рассеяния вперед/назад с точностью до ω^3, получим

$$\gamma_0 = \frac{\alpha^2}{2\pi m_f^4}\left(\frac{37}{9}+\frac{20}{3}\ln 2\right)+\frac{10}{3}\frac{\alpha^2}{\pi m_f^4}\ln\left(\frac{\omega}{m_f}\right), \qquad (12)$$

$$\gamma_\pi = \frac{11}{6}\frac{\alpha^2}{\pi m_f^4}+\frac{4}{3}\frac{\alpha^2}{\pi m_f^4}\ln\left(\frac{\lambda}{m_f}\right).$$

(13)

Квазистатические поляризуемости (12) и (13), помимо постоянных членов, содержат и неаналитические слагаемые $\sim \ln\omega$, которые расходятся в томпсоновском пределе ($\omega \to 0$). Именно вышеуказанное свойство и послужило причиной того, что в работе [11] эти структуры были названы квазистатическими поляризуемостями.

Соотношение (12) совпадает с выражениями, приведенными в работах [11, 12], а формула (13) получена впервые.

Из соотношений (12) и (13) можно, в свою очередь, найти спиновые (γ_0, γ_π) поляризуемости, а также оценить их вклады в поляризуемости “дираковского” протона (точечный фермион с нулевым аномальным магнитным моментом). Полагая $m_f = m_p$, а параметр $\omega = 0{,}1 \cdot m_p$ находим, что

$$\gamma_0^{q-s} \approx -1.1\times10^{-7}\,\text{Ôì}^{4}\,.$$

(14)

Сравнивая полученный результат (14) с экспериментальными данными $\gamma_0^{(p)} = (-1.01 \pm 0.08_{\text{stat}} \pm 0.10_{\text{syst}})\times10^{-4}\,\text{Ôì}^{4}$ [8], можно отметить, что вклад данных поправок мал и не превышает даже экспериментальных ошибок.

Заключение

В работе разработана методика извлечения инвариантных амплитуд путем сравнения общей и модельной АКР. В отличие от подходов, основанных на применении правил сумм, данная методика не требует вычисления сечений рассеяния для КР и последующего интегрирования. На основе оригинальной методики воспроизведен результат для спиновой поляризуемости γ_0 [11, 12], получено новое выражение для спиновой поляризуемости γ_π.

Литература

1. Максименко, Н. В. / Н. В. Максименко, Л. Г. Мороз // Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. – 1979. – 4(10). – С. 26–27.

2. Левчук, М. И. / М. И. Левчук, Л. Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер.фіз.-мат. наук. – 1985. – Т. 1. – С. 45–54.

3. Ragusa, S. / S. Ragusa // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 3757-3767.

4. Андреев, В.В. / В.В. Андреев // Ядерная физика. – 2003. – Т. 66, 2. –

С. 410–420.
5. Андреев, В.В. / В.В. Андреев // Гомель: УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2004. – 235 с.
6. Prange, R. E. / R. E. Prange // Phys. Rev. – Apr 1958. – Vol. 110 , 1. – P. 240–252.
7. Петрунькин, В.А. / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12. – С. 692–753.
8. Drechsel, D. / D. Drechsel, B. Pasquini, M. Vanderhaeghen // Phys. Rept. – 2003. – Vol. 378. – P. 99–205.
9. L'vov, A. I. / A. I. L'vov // Sov. J. Nucl. Phys. – 1981. – Vol. 34. – P. 597–608.
10. Denner, A. / A. Denner, S. ittmaier // Nucl. Phys. – 1999. – Vol. B540. – P. 58–86.
11. Holstein, B. R. / B. R. Holstein, V. Pascalutsa, M. Vanderhaeghen // Phys. Rev. – 2005. – Vol. D72, 9. – P. 094014.
12. Llanta, E. / E. Llanta, R. Tarrach // Phys.Lett. – 1978. – Vol. B78. – P. 586.

К.С. Бабич, В.В. Андреев

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

ЗАДАЧИ НА СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ С ЛИНЕЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ В ИМПУЛЬСНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Введение

Большинство активно используемых сегодня численных методов для решения уравнений, возникающих в задачах на связанные состояния, дают относительно низкую точность по сравнению с современными экспериментальными данными. Проблемы теории усугубляются тем, что даже потенциалы взаимодействия простейшего вида в импульсном представлении приводят к интегралам с особенностями.

В данной работе показано, как интегральное уравнение, возникающее в задачах на связанные состояния с линейным потенциалом в импульсном представлении, может быть сведено к задаче на собственные значения (СЗ).

1. Уравнение для связанных состояний в импульсном представлении