

Ч13 N2

MP

22.14.973

M77

В. С. Монахов
А. В. Бузланов

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

ПРАКТИКУМ

В двух частях

Часть I

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов учреждений,
обеспечивающих получение высшего образования
по математическим специальностям*

Читальный зал № 2
453358

Установа адукацыі
"Гомельскі дзяржаўны ўніверсітэт
імя Францыска Скарыны"
БІБЛІЯТЭКА

Минск
«Издательский центр БГУ»
2007

РЕПОЗИТОРИЙ Ф. СКОРИНЫ

УДК 512(075.8)+511(075.8)

ББК 22.14я73+22.13я73

М77

Рецензенты:

кафедра алгебры и методики преподавания математики
Витебского государственного университета им. П. М. Машерова;
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей алгебры
Белорусского государственного университета *В. В. Беллжи-Кривец*

Монахов, В. С.

М77 Алгебра и теория чисел : практикум : учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 /
В. С. Монахов, А. В. Бузланов. — Минск : Изд. центр БГУ, 2007. —
264 с.

ISBN 978-985-476-487-0.

В учебном пособии излагаются и иллюстрируются на примерах математические понятия, ключевые свойства и теоремы, изучаемые в рамках курса «Алгебра и теория чисел» на математических специальностях в вузах. Приводятся образцы решения типовых задач. По каждой теме предложены 15 вариантов индивидуальных заданий, а также некоторые дополнительные задачи.

Предназначена для студентов, аспирантов и преподавателей математических специальностей вузов.

УДК 512(075.8)+511(075.8)

ББК 22.14я73+22.13я73

ISBN 978-985-476-487-0 (ч.1)

ISBN 978-985-476-486-3

© Монахов В. С., Бузланов А. В., 2007

© Оформление. РУП «Издательский
центр БГУ», 2007

Содержание

Предисловие	3
1. Бинарные отношения и перестановки	5
1.1. Бинарные отношения	5
1.2. Отображения	10
1.3. Перестановки	14
1.4. Индивидуальные задания	23
1.5. Дополнительные задачи	26
2. Группы, кольца, поля	28
2.1. Группы	28
2.2. Кольца	34
2.3. Поля	35
2.4. Индивидуальные задания	38
2.5. Дополнительные задачи	41
3. Целые числа	44
3.1. Делимость целых чисел	44
3.2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида	47
3.3. Бинарный алгоритм	51
3.4. Простые числа	53
3.5. Индивидуальные задания	55
3.6. Дополнительные задачи	58
4. Сравнения	60
4.1. Сравнения в кольце целых чисел	60
4.2. Функция Эйлера	62
4.3. Кольцо классов вычетов	63
4.4. Сравнения первой степени	65
4.5. Индивидуальные задания	67
4.6. Дополнительные задачи	69
5. Комплексные числа	72
5.1. Поле комплексных чисел	72
5.2. Извлечение квадратного корня из комплексного числа	75
5.3. Решение квадратных уравнений в поле \mathbb{C}	77
5.4. Тригонометрическая форма комплексного числа	78

5.5. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме	83
5.6. Извлечение корня из комплексного числа	85
5.7. Корни из единицы	86
5.8. Индивидуальные задания	89
5.9. Дополнительные задачи	92
6. Матрицы	96
6.1. Матрицы над полями	96
6.2. Операции над матрицами	99
6.3. Элементарные преобразования строк матриц	106
6.4. Обратная матрица	107
6.5. Индивидуальные задания	110
6.6. Дополнительные задачи	114
7. Определители	118
7.1. Определитель матрицы и его свойства	118
7.2. Определитель произведения матриц	125
7.3. Миноры и алгебраические дополнения	126
7.4. Ранг матрицы	127
7.5. Формула обратной матрицы	130
7.6. Индивидуальные задания	134
7.7. Дополнительные задачи	142
8. Системы линейных уравнений	147
8.1. Системы линейных уравнений, их матричная запись	147
8.2. Метод Гаусса	149
8.3. Теорема Крамера	154
8.4. Теорема Кронекера–Капелли	155
8.5. Однородные системы	166
8.6. Индивидуальные задания	167
8.7. Дополнительные задачи	173
9. Многочлены	177
9.1. Построение кольца многочленов	177
9.2. Делимость многочленов	179
9.3. Неприводимые многочлены	185
9.4. Производная многочлена	187

9.5. Корни многочлена	188
9.6. Многочлены над \mathbb{C} и \mathbb{R}	192
9.7. Индивидуальные задания	198
9.8. Дополнительные задачи	202
10. Интерполяция и рациональные дроби	204
10.1. Интерполяционная формула Лагранжа	204
10.2. Рациональные дроби	207
10.3. Разложение рациональной дроби над \mathbb{C} и \mathbb{R}	209
10.4. Индивидуальные задания	214
10.5. Дополнительные задачи	219
Ответы	221
Литература	253
Предметный указатель	255

