ДРЕВНЕЕГИПЕТСКАЯ МАТЕМАТИКА

Потребности жизни, каждодневной практики определили появление математических знаний у древних египтян. В III тыс. до н. э. в долине Нила возникло государство. Деятельность его налогового ведомства оказалась бы немыслимой без умения обширного штата писцов решать хотя бы простейшие арифметические, а иногда и более сложные, алгебраические и геометрические задачи. Производить подсчет скота, определять размеры полевых участков, осуществлять раскладку налогов, сооружать величественные здания было невозможно без определенных математических навыков. Зародившись в глубокой древности, египетская математика оказала большое влияние на развитие математической науки в соседних странах, прежде всего в Греции. «Отец истории» Геродот писал: «Полагаю, что там (в Египте) изобретена геометрия, и оттуда она пришла в Грецию»[1]. Архимед многие годы жизни провел в Египте, знакомясь с математическими достижениями этой страны. В целом древнеегипетская математика хотя она и уступала вавилонской по своей разработанности, тем не менее сделала очень значительный вклад в сокровищницу общечеловеческой культуры.

Египетские цифры были изобретены в глубокой древности, по-видимому, одновременно со знаками иероглифической письменности. Цифры эти довольно просты. Так, маленькие вертикальные черточки использовались для записи чисел от единицы до девятки. Знак, напоминающий скобу или подкову (путы для скота), применялся для обозначения десятки. Изображение закрученной веревки служило для записи понятия сотни. Стебель лотоса обозначал тысячу. Поднятый человеческий палец соответствовал десяти тысячам. Изображение головастика являлось символом ста тысяч. Фигура сидящего на корточках божества с поднятыми руками обозначала один миллион. Египтяне применяли десятичную систему исчисления, при которой десять знаков низшего ряда можно было заменить одним знаком последующей ступени. Так, десять черточек соответствовали одному знаку десятки. Десять знаков десятки можно было заменить одним знаком сотни. Десять знаков сотни были адекватны одному знаку тысячи и т. д. Писали египтяне чаще всего в горизонтальную строчку справа налево, изображая сначала более крупные по значению цифровые знаки, а затем более мелкие. Но они не додумались до позиционного принципа применения цифр, при котором достоинство последних зависит от их местоположения. Древнеегипетские числовые записи по этой причине кажутся довольно громоздкими.

Операции сложения и вычитания осуществлялись, впрочем, и при такой цифровой

---

[1] Геродот, II, 109.

системе с легкостью. Для этой цели складывались или вычитались цифры одного достоинства с последующей заменой в случае необходимости десяти знаков низшего разряда на один знак более крупной величины. Зато с большим трудом производились умножение и деление. Здесь использовался метод удвоения, заключавшийся в том, что множимое удваивалось до тех пор, пока не находилось искомое произведение, или же делитель удваивался до тех пор, пока не отыскивалось число, умножив на которое указанный делитель можно было получить заданное делимое. Поясним сказанное: предположим, писец получал задание умножить 6 на 8. Чтобы установить произведение, он сначала узнавал, что $8 = 2 \times 2 \times 2$, а затем последовательно умножал 6 на 2, затем 12 на 2, потом 24 на 2. Если нужно было разделить 48 на 6, то действие производилось в обратном порядке: писец подбирал такое число, которое, будучи умноженным на 6, дало бы 48, и рассуждал при этом таким образом: если удвоить 6, получится 12; еще раз удвоим, получим 24; если удвоить 24, получится 48. Значит, искомое число равно трижды повторенному удвоению, то есть 8.

Египтяне употребляли и дроби, однако преимущественно такие, где в числителе стояла единица. Чтобы выразить, например, $^5/_8$, они пять раз повторяли $^1/_8$. В иероглифической письменности дробь изображалась знаком человеческого рта (в иератическом написании — в виде точки). Под этим знаком выписывалось число, показывающее, какой части целого соответствует данная дробь. Некоторые дроби выражались в иероглифике специфически. Так, $^1/_2$ обозначалась стилизованным изображением ребра; $^1/_4$ — косым крестом. Особые знаки имелись для дробей $^2/_3$ и $^3/_4$. Специфичными были и дроби, передававшие понятие части меры сыпучих тел «хеката», равной 4,785 литра. Здесь писцы особым образом обработали легенду о борьбе злого бога Сета с богом Гором, сыном Осириса. Согласно древнему мифу, Сет разорвал на части глаз Гора, но мудрый бог Тот восстановил его. Изображения определенных частей разорванного глаза Гора стали обозначать дроби в $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$ и $^1/_{64}$ «хеката».

Мерой длины у египтян служил локоть, равный 52,3 сантиметра. Локоть, в свою очередь, состоял из 6 ладоней, а каждая ладонь делилась на 4 пальца. Основной мерой площади считался сечат, равный 100 кв. локтям. Особая «речная мера» была равна 20 тысячам локтей (10,5 км). Главная мера веса «дебен» соответствовала примерно 91 грамму.

Древние египтяне устанавливали математические закономерности и находили пути решения конкретных задач опытным путем. Как правило, неизвестны логические рассуждения, с помощью которых они обосновывали правильность решения математических задач. Трудно поэтому судить о том, достаточно ли глубоко понимали они сами открытые ими математические закономерности. Научные трактаты тогдашних египтян с математическим анализом до нас не дошли. Весьма возможно, что их вообще не было. Конечно, еще во времена Древнего царства, то есть в III тыс. до н. э., строители пирамид должны были уметь решать сложные геометрические задачи. По-видимому, задолго до Пифагора им практически были известны особенности прямоугольного треугольника со сторонами, относящимися друг к другу как 3 : 4 : 5. Однако трудно сказать, насколько глубоко они вникали в те геометрические закономерности, которыми пользовались, когда открывали их постепенно, чисто опытным путем. Так, классическая, всем хорошо ныне знакомая форма пирамиды Хуфу (Хеопса) была найдена египтянами после долгих поисков, у истоков которых стояла более древняя, ступенчатая пирамида фараона Джосера, сооруженная знаменитым архитектором и врачом Имхотепом (прообраз греческого медика Эскулапа).

Об уровне математических познаний древних египтян в настоящее время судят главным образом по сохранившимся математическим папирусам. Из них наиболее крупными являются: лондонский математический папирус «Ринд»[2] и московский математический папирус из собрания Музея изобразительных искусств имени А. С. Пушкина[3]. Хранящийся в Британском музее «Ринд» был впервые издан в 1877 году. Этот текст, содержащий решение 80 задач, был переписан в XVIII в. до н. э., то есть в период господства в Египте гиксосов, с какого-то более древнего математического сочинения эпохи Среднего царства. В начальных строках папируса сказано: «Записана

---

[2] См. T. E. Peet. The Rhind Mathematical Papyrus. L. 1903.

[3] См. W. W. Struve. Mathematischer Papyrus des staatlichen Museums der schönen Kunste in Moskau. B. 1930.

эта книга в 33-й год правления, месяц 4-й наводнения, царя Нижнего Египта Аа-Усер-Ра, одаренного жизнью, в соответствии с записью в древней рукописи, сделанной во время царя Верхнего Египта Ни-маат-Ра. Писец Яхмос записал эту копию». Как отметил издатель папируса Т. Пит, документ «не является математическим трактатом в современном смысле, то есть не содержит серию правил для решения проблем различного характера, а состоит из ряда примеров»[4]. Подобный конкретный характер свойствен всем известным нам египетским математическим текстам. Как отмечал М. Я. Выгодский, все они «содержат либо схему решения, либо его словесный рецепт, но не содержат ни анализа задачи, ни обоснования приведенного рецепта»[5].

Задачи, излагаемые в «Ринде», очень разнообразны и в большинстве своем имеют чисто практическое значение: вычисление площади поля или вместимости корзины и амбара, раздел имущества между наследниками и т. п. Некоторые задачи папируса (№№ 24—38) можно назвать алгебраическими, так как в них, как и в задачах №№ 1, 19 и 25 московского папируса, речь идет, по существу, о решении уравнений, в которых понятию неизвестного («икс») соответствовало слово «куча». Египетские математики умели также возводить число в степень и извлекать квадратный корень. В «Ринде» содержатся задачи, представляющие теоретический интерес, хотя их изложение дается в догматической форме готовой схемы без какого-либо анализа и доказательства. Так, в задаче № 64 предлагается разделить десять мер зерна между десятью лицами таким образом, чтобы разница в количестве зерна, полученного ими, образовала арифметическую прогрессию. Текст задачи гласит: «Тебе сказано разделить 10 «хекат» ячменя между 10 людьми так, чтобы разница между каждым человеком и его соседом составляла $^1/_8$ «хекат» ячменя. Средняя доля есть 1 «хекат». Возьми 1 из 10; остаток есть 9. Составь половину разницы: это есть $^1/_{16}$ «хекат». Повтори ее 9 раз. Вот результат: $^1/_2$ и $^1/_{16}$ «хекат». Приложи к средней доле. Теперь ты должен вычитать для каждого лица по $^1/_8$ «хекат», пока не достигнешь конца»[6]. В конце задачи приводятся все десять долей, и сложением осуществляется проверка решения, показывающая, что сумма действительно равна 10.

В задаче № 79 речь идет о геометрической прогрессии. В условии говорится о 7 домах, о 7 кошках в каждом доме, о 7 мышах, съеденных каждой кошкой, о 7 колосьях, съеденных каждой мышью, и о 7 мерах зерна, которые дает каждый колос. Требуется определить общее количество всех домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна. Приводится правильный ответ — 19 507. Исключительный научный интерес представляет задача № 50 на определение площади круга. Метод ее решения предельно прост: предлагается $^8/_9$ диаметра круга возвести в квадрат. Суть метода такова. Египтяне заметили, что площадь квадрата со сторонами в $^8/_9$ диаметра почти полностью соответствует площади круга. В самом деле, если вписать квадрат в круг, то площадь квадрата будет меньше площади круга. С другой стороны, если вписать круг в квадрат, то площадь квадрата будет больше площади круга. Но если построить промежуточный квадрат, то его площадь практически совпадет с искомой площадью круга. Стороны этого квадрата и должны составлять $^8/_9$ диаметра круга. Получавшееся небольшое несовпадение не имело для них практического значения. Как установили современные исследователи, подобная же неточность получилась бы, если бы древние египтяне определили площадь круга по формуле $S = \frac{\pi d^2}{4}$, приняв для π значение не в 3,14, а в 3,16. Вопрос, однако, состоит в том, имели ли египтяне представление о числе π как об отношении длины окружности к ее диаметру. По-видимому, все же не имели. Поэтому вряд ли справедливо объявлять заслугой древнеегипетских математиков открытие числа, близкого к истинному значению π.

Об успехах древних египтян в математике свидетельствует московский математический папирус, содержащий 25 задач. Он был переписан в эпоху Среднего царства (во времена XII династии) с более древнего текста, изучался сначала крупнейшим русским египтологом акад. Б. А. Тураевым, а издан был в 1930 г. акад. В. В. Струве. В папирусе приводятся решения достаточно сложных задач, таких, как определение объема усеченной пирамиды, определение площади поверхности полушария. Вот как

---

[4] T. E. Peet. Op. cit., pl. A, p. 33.

[5] М. Я. Выгодский. Арифметика и алгебра в Древнем мире. М. 1967, стр. 57—58.

[6] T. E. Peet. Op. cit., p. 122.

выглядит задача № 14: «Если тебе называют усеченную пирамиду в 6 локтей в высоту, 4 локтя в нижней стороне, 2 — в верхней стороне, вычисляй площадь с четверки, возводя ее в квадрат; получается 16; удвой 4, получается 8. Вычисляй с двойки, возводя ее в квадрат; получается 4. Сложи те 16 с этими 8 и с этими 4; получается 28. Вычисли $1/3$ от 6; получается 2. Вычисли 28 два раза; получается 56. Смотри: 56. Ты нашел правильно!»[7]. Еще более сложной представляется задача № 10 — на определение площади поверхности полушария. Суть решения заключалась в умножении диаметра полушария на длину полукруга, образующего это полушарие[8].

Древнеегипетская математика прошла многовековой путь развития от простого накопления фактов и наблюдений до постепенных попыток осмысления их и обобщения. Даже если считать, что теоретическая глубина анализа у египетских математиков являлась с современной точки зрения недостаточною, нельзя забывать, что это были одни из первых шагов, которые делало человечество на пути познания тайн природы. В этом смысле значение открытий безвестных знатоков математики Древнего Египта трудно переоценить.

И. А. Стучевский

[7] W. W. Struve, Mathematischer Papyrus..., S. 135.

[8] См. ibid., S. 157—169.