УДК 535.3 Опт. и спектр., т. 58, в. 2, 1985

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО ИНФОРМАЦИИ С ДАТЧИКА ГАРТМАНОВСКОГО ТИПА

Малахов М. Н., Прилепский Б. В.

Одна из важнейших задач, возникающая при построении адаптивной оптической системы, работающей по принципу фазового сопряжения, — это восстановление профиля волнового фронта во входном зрачке системы по информации, полученной с датчика волнового фронта. Обычно с помощью датчика волнового фронта измеряются углы прихода волны в различных точках входного зрачка системы. Если размеры входных зрачков отдельных каналов датчика волнового фронта малы, то измеряемые углы прихода равны значениям частных производных от эйконала волны в точках $(x;\ y)$, соответствующих положениям центров входных зрачков отдельных каналов датчика волнового фронта, т. е. известны значения

$$\alpha_x = \frac{\partial f(x;\ y)}{\partial x}, \quad \alpha_y = \frac{\partial f(x;\ y)}{\partial y}, \tag{1}$$

где $f(x;\ y)$ — эйконал (волновая аберрация).

Задача определения вида функции $f(x;\ y)$ по известным значениям частных производных α_x и α_y может быть решена различными способами [1]. В то же время при использовании так называемого аберрационного (или модального) способа управления адаптивными элементами оптической системы эйконал $f(x;\ y)$ наиболее удобно представлять в виде [2]

$$f(x;\ y) = \sum_{n,\,m} a_{nm} V_{nm}(x;\ y), \tag{2}$$

где $V_{nm}(x;\ y)$ — некоторая система ортогональных функций. Предположим, что значения частных производных α_x и α_y известны для каждой точки входного зрачка системы и входной зрачок представляет собой круг $x^2+y^2 \leqslant r_0^2$. Для такой формы входного зрачка наиболее удобна система ортогональных функций, построенная на основе полиномов Цернике [3], т. е.

$$f(x;\ y) = \sum_{n,\,m} a_{nm} R_n^m\left(\frac{r}{r_0}\right) e^{im\varphi}, \tag{3}$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, $\varphi = \operatorname{arc\,tg}(y/x)$, $R_n^m(\rho)$ — полиномы Цернике $(0 \leqslant \rho \leqslant 1)$. Из формулы (3) следует, что

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = i \sum_{n,\,m} m a_{nm} R_n^m\left(\frac{r}{r_0}\right) e^{im\varphi}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \sum_{n,\,m} a_{nm} \frac{dR_n^m(r/r_0)}{dr} e^{im\varphi}. \tag{5}$$

Так как

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \varphi} &= r(\alpha_x \sin\varphi - \alpha_y \cos\varphi), \\ \frac{\partial f}{\partial r} &= \alpha_x \cos\varphi + \alpha_y \sin\varphi, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

то задача сводится к определению коэффициентов разложения a_{nm} по известным значениям производных $\partial f/\partial\varphi$ и $\partial f/\partial r$. Формула (4) представляет собой разложение функции $\partial f/\partial\varphi$ по системе ортогональных функций $V_{nm}(x;\ y)$. С помощью известных свойств этих функций сразу можно записать [3]

$$a_{nm} = -\frac{n+1}{\pi m r_0^2}\, i \int_0^{2\pi}\int_0^{r_0} \frac{\partial f}{\partial \varphi} R_n^m\left(\frac{r}{r_0}\right) e^{-im\varphi} r\,dr\,d\varphi, \tag{7}$$

т. е. с помощью формулы (7) рассчитываются все коэффициенты a_{nm} за исключением коэффициентов a_{n0}.

Для определения коэффициентов a_{n0} используем связь между полиномами Цернике $R_n^0(\rho)$ и полиномами Лежандра [3]

$$R_n^0(\rho) = (-1)^{n/2} P_{n/2}(1 - 2\rho^2). \tag{8}$$

Так как [4] $dP_n(z)/dz = C_{n-1}^{3/2}(z)$, где $C_{n-1}^{3/2}(z)$ — ортогональные полиномы Гегенбауэра, то легко показать, что

$$\int_0^1 \frac{dR_n^0(\rho)}{d\rho} \frac{dR_m^0(\rho)}{d\rho} (1 - \rho^2)\, \rho d\rho = \delta_{nm} \frac{n(n+2)}{2(n+1)}, \tag{9}$$

где δ_{nm} — символ Кронекера. Отсюда следует, что полиномы $dR_n^0(\rho)/d\rho$ ортогональны с весовой функцией $\rho(1 - \rho^2)$. Используя условие ортогональности (9), из разложения (5) получим

$$a_{n0} = \frac{n+1}{\pi n(n+2)} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial r} \frac{dR_n^0(r/r_0)}{d(r/r_0)} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \left(\frac{r}{r_0}\right) dr d\varphi. \tag{10}$$

Формулы (7) и (10) решают поставленную задачу определения вида функции $f(x; y)$ по известным частным производным функции $f(x; y)$. Так как датчик волнового фронта адаптивной оптической системы дает значения частных производных эйконала волны лишь на конечном множестве точек входного зрачка, то интегралы в формулах (7) и (10) необходимо заменить на соответствующие интегральные суммы.

Таким образом, по информации об углах прихода волны в различных точках входного зрачка оптической системы, получаемой с датчика волнового фронта, можно определить коэффициенты разложения функции эйконала по ортогональным функциям, построенным на основе полиномов Цернике.

Литература

[1] Адаптивная оптика. М., 1980.
[2] Лазерные измерительные системы / Под ред. Д. П. Лукьянова. М., 1981.
[3] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970.
[4] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М., 1979.

Поступило в Редакцию 4 июля 1983 г.

УДК 535.372 : 548.0

Опт. и спектр., т. 58, в. 2, 1985

АНАЛИЗ КОНТУРОВ И ШИРИНЫ ФЛУОРЕСЦЕНТНЫХ ЛИНИЙ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СПЕКТРАХ УРАНИЛОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Шалаховская Г. В., Бойков В. Н., Красовский А. Н., Умрейко Д. С.

Одной из важнейших проблем в спектроскопии конденсированных сред является проблема формирования контура спектральной полосы. В настоящей работе для кристаллов нитратов и хлоридов уранила при $T = 4$ К экспериментально прослеживаются и анализируются различия полуширин и форм контуров флуоресцентных линий валентных колебаний иона уранила. Частоты рассматриваемых оптических переходов приближенно описываются выражениями $\nu = \nu_0 - n\nu_1$ и $\nu = \nu_0 - n\nu_1 - \nu_3$, где ν_0 — чисто электронная частота, ν_1 и ν_3 — частоты полносимметричного и антисимметричного валентных колебаний иона UO_2^{2+}, n — колебательное квантовое число.