

однолинейные и многолинейные. Пусть n_i – количество заявок в i -ом узле. Время обслуживания заявки в i -ом однолинейном узле имеет показательное распределение с параметром μ_i , для $i = \overline{1, Q}$, условное распределение времени обслуживания заявки в $N - Q$ узлах, когда там находится n_i заявок, – показательное с параметром $\mu_i(n_i)$, причем $\mu_i(n_i) > 0$ для $n_i \in N$ и $\mu_i(0) = 0$ ($i = \overline{Q + 1, N}$). Заявка l -го типа, завершившая обслуживание в i -ом узле мгновенно и независимо от других заявок переходит в j -ый узел сети и становится заявкой типа m с вероятностью $p_{(i,l)(j,m)}$, а с вероятностью $p_{(i,l)0}$ покидает сеть. Время пребывания заявки в узле i является случайной величиной, условное распределение которой показательное с параметром $\frac{v_i}{n_i}$ ($i = \overline{1, N}$).

Дисциплина обслуживания FCFS. Заявка типа l , время пребывания которой в i -ом узле закончилось ($i = \overline{1, Q}$), мгновенно и независимо от других заявок переходит в j -ый узел сети и становится заявкой типа m с вероятностью $r_{(i,l)(j,m)}$, а с вероятностью $r_{(i,l)0}$ покидает сеть. Если же $i = \overline{Q + 1, N}$, то она ведет себя как обслуженная.

Теорема. При выполнении условия

$$\begin{cases} \rho_i < 1, i = \overline{1, Q} \\ \sum_{n_i} \prod_{l=1}^{n_i} \frac{\lambda e_{i,l}}{\mu_i(l) + v_i} < \infty, i = \overline{Q + 1, N} \end{cases}$$

цепь маркова эргодична, а ее единственное стационарное распределение имеет форму произведения

$$p(x_1, \dots, x_N) = p_1(x_1)p_2(x_2) \dots p_N(x_N),$$

где $\{e_i, i = \overline{1, N}\}$ – решения уравнений трафика.

Д. А. Елистратов, Ю. В. Малинковский
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОТКРЫТОЙ ТРЁХ-УЗЛОВОЙ ЦЕПИ

В первый узел открытой сети поступает простейший поток с интенсивностью λ соответственно. Заявка, обслуженная в первом узле,

мгновенно и независимо от других заявок, с вероятностью 1 направится во второй узел. Заявка, обслуженная во втором узле, мгновенно и независимо от других заявок, с вероятностью $\frac{1}{2}$ направится в третий узел, с вероятностью $\frac{1}{4}$ направится в первый узел или с вероятностью $\frac{1}{4}$ покидает сеть. Заявка, обслуженная в третьем узле, мгновенно и независимо от других заявок, с вероятностью 1 направляется в первый узел сети. Время обслуживания в приборах имеет показательное распределение с параметром μ_i ($i = 1, 2, 3$). Мест для ожидания в узлах бесконечное. Режим обслуживания заявок узлами FCFS. Процессы обслуживания и поступления заявок предполагаются независимыми [1, 2].

Составлены уравнения трафика, и решения имеют вид

$$\varepsilon_1 = 4, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 2.$$

Найдено стационарное распределение вероятностей состояний сети, которое имеет вид:

$$P(n_1, n_2, n_3) = (1 - \rho_1)(1 - \rho_2)(1 - \rho_3)\rho_1^{n_1}\rho_2^{n_2}\rho_3^{n_3},$$

где $\rho_1 = \frac{\varepsilon_1\lambda}{\mu_1}$, $\rho_2 = \frac{\varepsilon_2\lambda}{\mu_2}$, $\rho_3 = \frac{\varepsilon_3\lambda}{\mu_3}$.

Установлено условие существования стационарного распределения: $\rho_i < 1$, ($i = 1, 2, 3$) [3, 4].

Результаты и выводы исследования могут быть использованы при анализе в банковских и производственных сферах.

Литература

1 Буриков, А. Д. Теория массового обслуживания: учебное пособие по спецкурсу / А. Д. Буриков, Ю. В. Малинковский, М. А. Матальцкий. – Гродно: ГГУ, 1984. – 108 с.

2 Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – Москва : Наука, 1966. – 432 с.

3 Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей / Ю. В. Малинковский. – Минск : РИВШ, 2019. – 270 с.

4 Малинковский, Ю. В. Математическая статистика. Случайные процессы / Ю. В. Малинковский. – Минск : РИВШ, 2019. – 203 с.