

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СИММЕТРИЧНОГО ОБЪЕКТА С СИЛЬНОЙ РЕФРАКЦИЕЙ

Дубовикова Е. А., Дубовиков М. С.

Настоящая работа посвящена проблеме восстановления внутренней структуры прозрачного объекта, обладающего осевой или центральной симметрией, при его зондировании электромагнитным излучением в случае очень сильной рефракции, когда даже в нулевом приближении нельзя считать ход лучей внутри объекта прямолинейным. Типичным примером такого объекта является плазма [1].

Как отмечено в [2], хотя уравнение эйконала для объектов с осевой и центральной симметрией решается точно, до сих пор не построен пригодный для интерферометрии алгоритм восстановления $n(r)$ в случае сильной рефракции. Так, например, известный в геофизике алгоритм восстановления $n(r)$ основан на измерении набега фазы акустической волны внутри объекта, и его нельзя применить в интерферометрии. Можно еще указать на неправильный результат [3], где была предпринята попытка получить точное решение обратной задачи, пригодное для восстановления $n(r)$ в интерферометрии.

Мы предлагаем ниже алгоритм восстановления $n(r)$, основанный на измерении угла отклонения луча α как функции прицельного расстояния b (см. рисунок). Как показано в [3], для функции $\alpha(b)$ можно написать следующее выражение:

$$\alpha(b) = -2b \int_b^R \left(\frac{d \ln r}{d \ln \xi} - 1 \right) (\xi^2 - b^2)^{-1/2} \frac{d\xi}{\xi}, \quad (1)$$

где

$$\xi = rn(r) \quad (2)$$

— обычно используемая переменная при точном решении уравнения эйконала для симметричных объектов, $n(r)$ — показатель преломления объекта относительно окружающей среды.

Результат (1) можно представить в следующем виде:

$$\alpha(b) = \frac{d}{db} \beta(b), \quad (3)$$

$$\beta(b) = 2 \int_b^R \left(\frac{d \ln r}{d \ln \xi} - 1 \right) (\xi^2 - b^2)^{1/2} \frac{d\xi}{\xi}. \quad (4)$$

Производя в (4) интегрирование по частям с учетом условия $n(R) = 1$, приходим к ответу

$$\beta(b) = 2 \int_b^R \ln n(\xi) \frac{\xi d\xi}{(\xi^2 - b^2)^{1/2}}. \quad (5)$$

Этот интеграл можно рассматривать как уравнение Абеля относительно неизвестной функции $\ln n(\xi)$. Решение этого уравнения хорошо известно, оно имеет вид

$$\ln n(\xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{\xi}^R \frac{(d\beta/db)}{(b^2 - \xi^2)^{1/2}} db. \quad (6)$$

Заменяя в этом интеграле $d\beta/db$, согласно (3), приходим к окончательному ответу

$$\ln n(\xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{\xi}^R \frac{\alpha(b) db}{(b^2 - \xi^2)^{1/2}}. \quad (7)$$

Этот результат можно использовать для восстановления $n(r)$ с учетом (2) в том случае, когда функция $\xi(r) = rn(r)$ является монотонной, включая границу (т. е. $Rn(R) \leq 1$), так что имеется взаимно однозначная зависимость между ξ и r .

Отметим, что в [4] приводится алгоритм восстановления $n(r)$, основанный на формуле, по внешнему виду сходной с (6), но только в [4] вместо величины $\beta(b)$ стоит дополнительный оптический путь через объект $\Phi(x)$ в точке $x=b$, который определяется непосредственно из интерферограммы при условии, что проецирующая система сфокусирована на среднюю плоскость объекта.

Таким образом, приведенный в [4] алгоритм основан на приближенном решении задачи о рефракции, он лишь уточняет приближение прямолинейного распространения $\Phi(x) = \int \Delta n dz$ на наименьшую поправку по малой величине $\Delta n = n(r) - 1$, так что при сильной рефракции указанный алгоритм неприменим.

Обсудим некоторые возможности использования соотношения (7) для восстановления $n(r)$. Проще всего, конечно, восстановить $n(r)$, если возможно непосредственное экспериментальное измерение угла отклонения луча α в зависимости от прицельного расстояния b .

В другом случае, когда имеется интерферограмма, полученная при зондировании объекта электромагнитным излучением, функцию $\alpha(b)$ можно получить с помощью очевидной формулы

$$\sin \alpha = \frac{k_x}{k} = \frac{d\Phi(x)}{dx}, \quad (8)$$

а также соотношения, которое можно видеть из рисунка,

$$b = x \cos \alpha - L \sin \alpha, \quad (9)$$

где L — расстояние от центра объекта до плоскости интерферограммы. Отметим, что формула (8) справедлива, если не происходит пересечения лучей в плоскости интерферограммы.

Формулу (9) можно использовать и тогда, когда применяется проецирующая оптическая система. В этом случае в (9) вместо L нужно подставить расстояние от центра до изображаемой плоскости. В частности, формула (9) справедлива, если оптическая система сфокусирована на центр, в этом случае в (9) нужно положить $L = 0$.

Наконец, в третьем случае зависимость $\alpha(b)$ можно получить, если измерить сечение рассеяния объектом электромагнитной волны на расстояниях, много больших, чем R . При сферической симметрии

$$\frac{db^2}{d\alpha} = -2 \sin \alpha \frac{d\sigma(\alpha)}{d\Omega}, \quad (10)$$

а в случае аксиальной симметрии

$$\frac{db}{d\alpha} = -\frac{d\sigma^{(0)}(\alpha)}{d\alpha}, \quad (11)$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла, $\sigma^{(0)}$ — сечение, приходящееся на единицу длины объекта. Последний способ получения зависимости $\alpha(b)$ является законным, если $\alpha(b)$ — монотонная функция.

Отметим, что в первом и в третьем способах получения зависимости α (b) не требуется когерентности зондирующего излучения.

Авторы благодарят Б. Я. Зельдовича за ценные дискуссии.

Литература

- [1] Басов Н. Г., Шиканов А. С., Склизков Г. В., Захаренков Ю. А., Свины Д. У., Эттвуд Д. Т. — Физика плазмы, 1980, т. 6, № 5, с. 1167—1173.
- [2] Cha S., Vest C. M. — SPIE, v. 3, N 58. Application of mathematics in modern optics, 1982, p. 149—155.
- [3] Hunter A. M., Schreiber R. W. — Appl. Opt., 1975, v. 14, N 3, p. 634—639.
- [4] Okoshi T. — Optical Fibers, 1982, p. 221.

Поступило в Редакцию 2 января 1985 г.

УДК 537.525 : 546.291

Опт. и спектр., т. 59, с. 4, 1985

О КОЛЕБАНИЯХ КОНЦЕНТРАЦИИ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ АТОМОВ ГЕЛИЯ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ РАЗРЯДА

Мурадов А. Х.

В широком диапазоне разрядных условий в положительном столбе разряда в инертных газах определяющую роль в образовании заряженных частиц и заселении возбужденных уровней играют ступенчатые ионизация и возбуждение. Ступенчатые процессы определяются в основном заселенностью нижних возбужденных уровней, являющихся метастабильными. Относительно большие времена жизни метастабильных уровней приводят к тому, что при исследовании динамических свойств столба уже при сравнительно низких частотах проявляются изменения соотношений между прямыми и ступенчатыми процессами в различных фазах колебаний, поэтому изучение колебаний концентрации метастабильных атомов приобретает большое значение.

Линейная теория положительного столба модулированного разряда с учетом ступенчатой ионизации была разработана в [1, 2]. Однако отсутствие надежной методики измерения колеблющихся заселенностей метастабильных атомов затрудняло экспериментальную проверку полученных результатов.

В данной работе предложен метод измерения малых синусоидальных изменений концентрации метастабильных атомов по поглощению спектральных линий. Измерены амплитуды и фазы колебаний концентрации триплетных метастабильных уровней атома гелия при синусоидальной модуляции разрядного тока. Проведено сравнение с теорией.

Эксперименты проводились в разрядной трубке с внутренним диаметром 28 мм, длиной 70 см, с накаливаемым катодом. Для измерения электрических параметров плазмы в трубку были впаяны два зонда длиной 6 мм и диаметром 0.1 мм, ориентированные поперек трубки. Расстояние между зондами было 75 мм. Измерения проводились в спектрально-чистом гелии при давлении 0.6 Тор и разрядном токе 50 мА. Глубина модуляции разрядного тока составляла около 20 %.

Измерения заселенностей в стационарном разряде показали, что заселенность триплетного метастабильного уровня превышает суммарную заселенность остальных двухквантовых уровней в 6 раз, и поэтому при расчете ступенчатых ионизаций ими можно пренебречь. В связи с этим учитывается только ступенчатая ионизация с уровня 2^3S_1 . В таблице приведены некоторые измеренные и вычисленные параметры стационарной плазмы для приведенных условий, где E — напряженность продольного электрического поля, n_e и N_0 — концентрации электронов и нормальных атомов, N_m — заселенность уровня 2^3S_1 , α_{0i} , α_{mi} — скорости реакций прямой и ступенчатой ионизации, τ_a — время