АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Алгебра и геометрия

Н. В. Артёменко, Е. В. Кисилюк
(*БрГУ им. А. С. Пушкина, Брест, ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

О НИЛЬПОТЕНТНОЙ π-ДЛИНЕ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ, ФАКТОРИЗУЕМОЙ π-РАЗРЕШИМЫМИ ВЗАИМНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Пусть π – некоторое множество простых чисел, π' – дополнение к π. Пусть G – π-разрешимая группа. Тогда она обладает нормальным рядом, факторы которого являются либо π'-группами, либо нильпотентными π-группами. Наименьшее число нильпотентных π-факторов среди всех таких нормальных рядов группы G называется *нильпотентной π-длиной* [1] π-разрешимой группы G и обозначается через $l_\pi^n(G)$. Обзор результатов о нильпотентной π-длине π-разрешимой группы G с заданными ограничениями на подгруппы представлен в [2].

Напомним, что подгруппы A и B называются *взаимно перестановочными*, если A перестановочна с каждой подгруппой из B, а B перестановочна с каждой подгруппой из A.

В [3] установлена связь между нильпотентной длиной (π-длиной) π-разрешимой группы и нильпотентной длиной (π-длиной) ее взаимно перестановочных сомножителей. В настоящей заметке результаты работы [3] дополнены оценками нильпотентной π-длины.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $G = AB$ – произведение взаимно перестановочных π-разрешимых подгрупп A и B. Тогда
$$l_\pi^n(G) \le \max\{l_\pi^n(A), l_\pi^n(B)\} + 2.$$

Литература

1 Carter, R. Extreme Classes of finite soluble groups / R. Carter, B. Fischer, T. Hawkes // J. Algebra. – 1968. – Vol. 9, №3. – P. 285–313.

2 Трофимук, А. А. Инварианты конечных групп и их связь с арифметическими и формационными свойствами структурных объектов / А. А. Трофимук. – Минск : Издательский центр БГУ, 2019. – 302 с.

3 Jabara, E. The Fitting length of a product of mutually permutable finite groups / E. Jabara // Acta Math. Hungar. – 2019. – Vol. 159. – P. 206–210.

С. В. Балычев
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ Π_2-ФОРМАЦИИ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В данном сообщении все рассматриваемые группы считаются конечными. В обозначениях и определениях мы следуем монографии [1].

Группа G факторизуется попарно перестановочными подгруппами $G_1, G_2, \dots, G_n$, если $G = G_1G_2 \cdots G_n$ и $G_iG_j = G_jG_i$ для всех натуральных чисел i и j с $1 \le i, j \le n$.

Замечание. В такой группе для любого набора индексов $1\le i_1\le \dots \le i_k \le n$ произведение $G_{i_1}G_{i_2} \cdots G_k$ является подгруппой группы $G = G_1G_2 \cdots G_n$.

Определение [2]**.** Предположим, что F и X — классы групп и t – натуральное число. Класс F называется Π_t -классом в X, если F содержит каждую X-группу $G = G_1G_2 \cdots G_k$, у которой для любого набора индексов $1\le i_1\le \dots \le i_t \le k$ произведение $A_{i_1}A_{i_2} \cdots A_k$ принадлежит F.

В работе [3] были описаны все разрешимые наследственные формации с условием Π_2 в классе всех групп.

Теорема. *Пусть* X *— разрешимая S-замкнутая насыщенная формация. Тогда любая S-замкнутая насыщенная подформация* F *из* X *будет Π_2-формацией в* X *в случае, когда* F *является формацией Шеметкова в* X.

Следствие [3]**.** *Любая разрешимая S-замкнутая формация Шеметкова является Π_2-формацией в классе всех групп.*

Литература