Литература

1 Carter, R. Extreme Classes of finite soluble groups / R. Carter, B. Fischer, T. Hawkes // J. Algebra. – 1968. – Vol. 9, №3. – P. 285–313.

2 Трофимук, А. А. Инварианты конечных групп и их связь с арифметическими и формационными свойствами структурных объектов / А. А. Трофимук. – Минск : Издательский центр БГУ, 2019. – 302 с.

3 Jabara, E. The Fitting length of a product of mutually permutable finite groups / E. Jabara // Acta Math. Hungar. – 2019. – Vol. 159. – P. 206–210.

С. В. Балычев
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ Π_2-ФОРМАЦИИ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В данном сообщении все рассматриваемые группы считаются конечными. В обозначениях и определениях мы следуем монографии [1].

Группа G факторизуется попарно перестановочными подгруппами $G_1, G_2, \dots, G_n$, если $G = G_1G_2 \cdots G_n$ и $G_iG_j = G_jG_i$ для всех натуральных чисел i и j с $1 \le i, j \le n$.

Замечание. В такой группе для любого набора индексов $1 \le i_1 \le \dots \le i_k \le n$ произведение $G_{i_1}G_{i_2} \cdots G_k$ является подгруппой группы $G = G_1G_2 \cdots G_n$.

Определение [2]**.** Предположим, что F и X — классы групп и t – натуральное число. Класс F называется Π_t -классом в X, если F содержит каждую X-группу $G = G_1G_2 \cdots G_k$, у которой для любого набора индексов $1 \le i_1 \le \dots \le i_t \le k$ произведение $A_{i_1}A_{i_2} \cdots A_k$ принадлежит F.

В работе [3] были описаны все разрешимые наследственные формации с условием Π_2 в классе всех групп.

Теорема. *Пусть* X *— разрешимая S-замкнутая насыщенная формация. Тогда любая S-замкнутая насыщенная подформация* F *из* X *будет* Π_2*-формацией в* X *в случае, когда* F *является формацией Шеметкова в* X.

Следствие [3]**.** *Любая разрешимая S-замкнутая формация Шеметкова является* Π_2*-формацией в классе всех групп.*

Литература

1 Ballester-Bolinches, A. Products of finite groups / A. Ballester-Bolinches, R. Esteban-Romero, M. Asaad. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 2010. – 334 p.

2 Амберг, Б. Конечные группы с кратными факторизациями / Б. Амберг, Л. С. Казарин, Б. Хефлинг // Фундаментальная и прикладная математика. – 1998. – Т. 4, №4. – С. 1251–1263.

3 Балычев, С. В. Разрешимые насыщенные формации со свойством Π_2 для конечных групп / С. В. Балычев, А. С. Вегера // ПФМТ. – 2020. – №1(42). – С. 74–80.

В. В. Беняш-Кривец, В. Ю. Новикова
(*БГУ, Минск*)

О СПРАВЕДЛИВОСТИ АЛЬТЕРНАТИВЫ ТИТСА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ОБОБЩЕННЫХ ТЕТРАЭДРАЛЬНЫХ ГРУПП

Группа G удовлетворяет альтернативе Титса, если G содержит либо неабелеву свободную подгруппу, либо разрешимую подгруппу конечного индекса. В [1] выдвинута гипотеза, что каждая обобщенная тетраэдральная группа

$$G = \langle x_1, x_2, x_3 \mid x_1^{k_1} = x_2^{k_2} = x_3^{k_3} = R_{12}^l(x_1, x_2) = R_{13}^m(x_1, x_3) = R_{23}^n(x_2, x_3) = 1 \rangle,$$

где $k_1, k_2, k_3, l, m, n \geq 2$, удовлетворяет альтернативе Титса. К настоящему времени в работах [1-5] эта гипотеза доказана для всех обобщенных тетраэдральных групп, кроме групп следующего вида:

$$G = \langle x_1, x_2, x_3 \mid x_1^{k_1} = x_2^{k_2} = x_3^{k_3} = R_{12}^2(x_1, x_2) = (x_1^{\alpha} x_3^{\beta})^2 = (x_2^{\gamma} x_3^{\delta}) = 1 \rangle, \qquad (1)$$

где $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \geq \frac{1}{2}$. В [3] эта гипотеза доказана для групп вида (1) в случае $\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_j} < \frac{1}{2}$, где $i \neq j$, за исключением случая $k_3 = 2$ и $(k_1, k_2) = (3,8), (3,10), (4,5), (4,6), (4,8), (5,6)$. Справедлива

Теорема 1. *Пусть G – обобщенная тетраэдральная группа с копредставлением (1) и выполнено одно из условий:*

1) $(k_1, k_2, k_3) \in \{(3,4,2), (3,4,3)\}$ и $\gamma = 2$,

2) $(k_1, k_2, k_3) = (3,4,4)$ и хотя бы одно из чисел β, γ, δ равно двум.