УДК 378.147:536

Г. Ю. Тюменков
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ЕГО МОДИФИКАЦИЙ ИЗ КАНОНИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Общеизвестно [1, 2], что каноническое распределение задаёт вероятность ω_k микросостояния с энергией E_k макросистемы, находящейся в контакте с термостатом температуры T. С использованием статистической суммы z оно имеет вид

$$\omega_k = \frac{1}{z} e^{-\frac{E_k}{T}}. \tag{1}$$

Это распределение необходимо применить для статистического описания молекул идеального больцмановского газа, в котором пренебрежительно мала потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия и выполняется требование: число квантовых состояний n, в которых могут находиться молекулы газа много больше числа молекул N. В квазиклассическом приближении число состояний n рассчитывается путём деления объёма газа V на объём кубика с ребром, равным длине волны де Бройля молекулы

$$n = \frac{Vp^3}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{2}$$

Далее делается утверждение о том, что в качестве макросистемы, подчиняющейся каноническому распределению, будем рассматривать одну молекулу газа, а роль термостата будут играть оставшиеся молекулы. Тогда вероятность того, что молекула находятся в определённом квантовом состоянии газа с энергией E, задаётся формулой (1). Также предполагается непрерывность спектра состояний молекулы, и индекс k далее опускается, что позволяет ввести для неё дифференциал вероятности попадания в диапазон состояний dn

$$dW = \omega dn = \frac{1}{z} e^{-\frac{E}{T}} \frac{dv d^3P}{\left(2\pi\hbar\right)^3}. = \frac{1}{z} e^{-\frac{\vec{P}^2}{2mT}} \frac{dv d^3P}{\left(2\pi\hbar\right)^3}.$$

В силу специфики газа в энергии молекулы учтена только её кинетическая составляющая в нерелятивистском виде.

Для нахождения статистической суммы z используем не её прямое определение [1,2], а вероятностную нормировку, и тогда

$$z = \frac{1}{\left(2\pi\hbar\right)^3} \int_0^V dv \iiint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\vec{P}^2}{2mT}} d^3p = \frac{V}{\left(2\pi\hbar\right)^3} \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{P_x^2}{2mT}} dp_x \right)^3 = V \left(\frac{\mathrm{mT}}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \tag{3}$$

При расчёте z использовался нулевой интеграл Пуассона вида

$$J_0^{(\prime)} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}; \qquad \alpha = \frac{1}{2mT}.$$

После подстановки полученной z в дифференциал вероятности и перехода в пространство скоростей получим

$$dW = \frac{1}{V}\left(\frac{1}{2\pi mT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\vec{P}^2}{2mT}} dv d^3p = \frac{1}{V}\left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2T}} dv d^3v. \qquad (4)$$

Видно, что (4) элементарно интегрируется по объёму газа. После чего имеем

$$dW_1 = \omega(\vec{v})d^3v \equiv \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2T}} d^3v,$$

с плотностью вероятности

$$\omega(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2T}} = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2T}\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}. \qquad (5)$$

Полученное выражение (5) называется классическим распределением Максвелла по скоростям молекул идеального больцмановского газа, интегрируемое в трехмерном пространстве скоростей с областью изменения проекций скорости в пределах $(-\infty, \infty)$. В используемом приближении элементы специальной теории относительности не учитываются.

Экспоненциальность (5) ведет к сепарабельности плотности вероятности, поэтому $\omega(\vec{v})$ можно представить в виде

$$\omega(\vec{v}) = \omega(v_{\mathrm{x}})\omega(v_{\mathrm{y}})\omega(v_{\mathrm{z}})$$

и далее получить одномерные распределения по проекциям скорости одинакового вида для всех проекций, например,

$$\omega(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2T}} \qquad (6)$$

с той же областью определения аргумента, как и в (5).

Кроме того, плотность вероятности (5) может быть проинтегрирована по угловым переменным с целью выделения зависимости от модуля скорости

$$dW_2 = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2T}} v^2 dv \int_0^{\pi} Sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2T}} 4\pi v^2 dv = \omega(v)dv.$$

Поэтому распределение Максвелла $\omega(v)$ по модулю скорости имеет вид

$$\omega(v) = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2T}} 4\pi v^2, \qquad v \in [0, \infty). \qquad (7)$$

Это одномерное распределение Максвелла по модулю скорости.

Более того, дифференциал dW_2 может быть переписан в терминах энергии молекулы $E = mv^2/2$ с дифференциалом $dv = dE/\sqrt{2mE}$

$$dW_2 = \omega(E)dE$$

и получен соответствующий вид распределения Максвелла

$$\omega(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi T^3}} e^{-\frac{E}{T}} E^{\frac{1}{2}}, \qquad E \in [0, \infty).$$

Таким образом, в работе получены четыре модификации распределения Максвелла на основе использования канонического распределения, и указано на физические приближения, используемые для этой цели. В учебном процессе их удобно использовать в рамках компьютерного практикума [3].

Литература

1. Коткин, Г. Л. Лекции по статистической физике / Г. Л. Коткин. – Москва : Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2006. − 190 с.
2. Квасников, И. А. Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем: Статистическая физика / И. А. Квасников. – М. : Едиториал УРСС, 2010. – 432 с.
3. Тюменков, Г. Ю. Компьютерный практикум по термодинамике реальных газов / Г. Ю. Тюменков, И. А. Журавлёва // Физико-математическое образование: цели, достижения, перспективы : материалы международной научно-практической конференции, Минск, 25–26 окт. 2021 год. – Минск : БГПУ им. М. Танка, 2021. – С. 159–162.

УДК 378.6:159.947.3

Я. И. Фащенко* , *А. А. Жукова,
г. Гомель, ГомГМУ
Е. А. Федосенко
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ПРОБЛЕМЫ ВОСПИТАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В СОВРЕМЕННЫХ МЕДИЦИНСКИХ ВУЗАХ

В настоящее время в современных медицинских вузах большое внимание уделяется не только повышению качества профессиональной подготовки будущих специалистов, но и формированию качеств личности будущего врача. Необходимо рассматривать образование как единство обучения и воспитания. В процессе обучения преподаватель и куратор студенческих групп, стремится максимально раскрыть личность студента, приобщить к общественной деятельности, привить интерес к культурным ценностям. Информационные технологии и их интенсивное развитие вносят свои коррективы в современную систему образования [1]. Возможно поэтому студентам иногда не хватает самостоятельности, умения правильно выражать свои мысли, а также умения рационально распределять свободное время. Поэтому необходимо привить качества, которые в дальнейшем помогут им путем самосовершенствования и приобретения новых знаний и умений, использовать их на практике, свободно ориентироваться в решении сложных профессиональных и социальных проблем. Студенту необходимо помочь в осмыслении значимости своего труда для общества, способствовать стремлению к его совершенствованию и эффективности, а также заинтересованности в конечном результате [2].

На ранних этапах обучения преподавателю необходимо способствовать формированию системного мышления, которое позволит не только пользоваться уже имеющейся информацией, но и правильно находить новые источники и современную научную литературу, выстраивать логические цепочки, позволяющие связывать основные понятия, законы и механизмы со смежными дисциплинами. Важнейшими задачами профессионального обучения и воспитания в медицинском вузе являются формирование основ врачебной этики, развитие самоопределения в профессии, овладение умениями и навыками, необходимыми для профес-