

УДК 535.5

ИЗМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ ОСЕВЫХ ПУЧКОВ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА ЛИНЗОВЫМИ СИСТЕМАМИ

Ламекин П. И., Предко К. Г.

С позиций формализма матриц Джонса решена задача поляризационного преобразования излучения линзовыми системами. Проведен анализ поляризационной структуры осевых пучков света, прошедших линзовую систему, для различных исходных типов поляризации.

В последнее время проявляется интерес к изучению неравномерного распределения поляризации по оптическому волновому фронту с помощью систем, которые следует рассматривать одновременно и как поляризационные, и как системы для получения изображений [1-4]. Обычно считается, что хорошо изготовленные объективы не вносят изменений в поляризационную структуру транслируемых ими световых потоков. Однако детальное рассмотрение процессов передачи линзовой системой линейно поляризованного излучения [5-7] показывает, что вследствие преломления излучения на оптических поверхностях первоначально однородная поляризационная структура становится существенно неоднородной. Именно на этом факте и базируется теория формирования изображения в поляризационном микроскопе [8, 9]. Попытка решения задачи поляризационного преобразования излучения линзами предпринималась в [10] в рамках формализма матриц когерентности, базирующегося на представлениях излучения и системы соответственно векторами и матрицами Джонса. В ней исследование ограничилось рассмотрением изменения плоскости колебаний линейно поляризованного излучения в фиксированном сечении двояковыпуклой линзы, представляющей совокупность призм с меняющимся преломляющим углом, и установлением приближенной связи этого изменения с параметрами линзы. Однако матрицы преобразования линзовой системы как оптического прибора, изменяющего поляризацию проходящего через него излучения, не получено.

В данной работе на базе формализма матриц Джонса получена матрица преобразования для случая передачи линзовыми системами осевых потоков излучения с поляризацией любого типа и проанализировано изменение поляризационной структуры излучения вследствие преломления на элементах линзовой системы.

Пусть на центрированную оптическую систему, содержащую k преломляющих поверхностей, из точки P , лежащей на оптической оси системы, падает пучок поляризованного света (см. рисунок). Геометрию пучка при его распространении через линзовую систему будем описывать в правой декартовой системе координат xyz , связанной с вершиной первой преломляющей поверхности, с осью z , направленной вдоль оптической оси системы. Исходный эллипс поляризации произвольно выбранного из пучка луча будем задавать в системе координат $x_0y_0z_0$, связанной с лучом таким образом, что положительное направление оси z_0 совпадает с направлением распространения луча, а ось x_0 параллельна плоскости xz . Пусть E_{x_0, y_0} — декартов вектор Джонса выбранного луча. Предположим, что выделенный в исходном пучке произвольный луч падает на первую преломляющую поверхность в точку с полярными коорди-

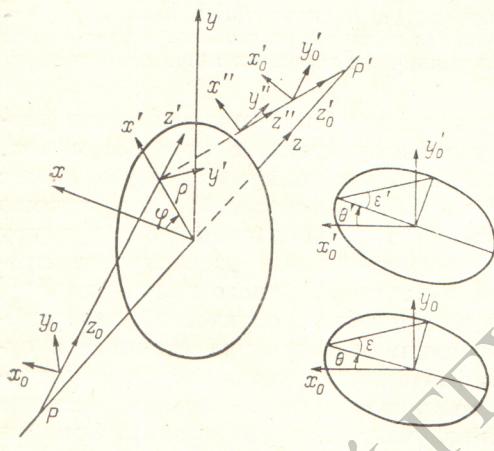
натами ρ и φ . Поскольку источник излучения расположен на оптической оси, а линзовая система является центрированной, то плоскость падения луча на первую преломляющую поверхность проходит через оптическую ось линзовой системы и остается неизменной при преломлении этого же луча на последующих поверхностях. Эта плоскость составляет угол φ с плоскостью x_0z_0 . Эволюцию поляризации при преломлении удобно рассматривать в системе координат $x'y'z'$, начало которой совмещено с точкой падения, ось x' лежит в плоскости падения, ось z' параллельна оси z_0 . Вектор Джонса исходного луча в системе координат $x'y'z'$ будет иметь следующий вид:

$$E_{x', y'} = R(\varphi) E_{x_0, y_0},$$

где

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

— матрица поворота на угол φ . Чтобы найти вектор Джонса преломленного луча после первой преломляющей поверхности, нужно умножить $E_{x', y'}$ на мат-



рицу преломления T_1 первой поверхности. Ее можно легко построить исходя из формул Френеля [11] для ортогональных относительно плоскости падения компонент электрического вектора падающей и преломленной волн и привести к следующему виду:

$$T_1 = g_1(\alpha_1, \beta_1) f_1(\alpha_1, \beta_1) \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos(\alpha_1 - \beta_1)} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$g_1(\alpha_1, \beta_1) = \sqrt{\frac{\sin \alpha_1 \cos \beta_1}{\sin \beta_1 \cos \alpha_1}}, \quad f_1(\alpha_1, \beta_1) = \frac{2 \sin \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)},$$

α_1 и β_1 — углы падения и преломления луча на первой преломляющей поверхности. Отметим, что функция $g_1(\alpha_1, \beta_1)$ введена для учета энергетических потерь луча на отражение. Аналогично строятся матрицы преломления и для последующих преломляющих поверхностей. Поскольку плоскость падения рассматриваемого луча от поверхности к поверхности не изменяется, то после преломления всей системой в системе координат $x''y''z''$, аналогичной $x'y'z'$, вектор Джонса луча

$$E_{x'', y''} = \left(\prod_{n=1}^k T_n \right) R(\varphi) E_{x_0, y_0}.$$

Для удобства сравнения поляризационных характеристик падающего и прошедшего оптическую систему луча умножим $E_{x'', y''}$ на матрицу обратного поворота $R(-\varphi)$. Тогда вектор Джонса преломленного системой луча в системе координат $x'_0y'_0z'_0$, аналогичной исходной $x_0y_0z_0$, будет описываться следующим соотношением:

$$E_{x'_0, y'_0} = R(-\varphi) \left(\prod_{n=1}^k T_n \right) R(\varphi) E_{x_0, y_0} = D E_{x_0, y_0}. \quad (1)$$

Матрица $D = R(-\varphi) \left(\prod_{n=1}^k T_n \right) R(\varphi)$ и есть матрица Джонса линзовой системы, полностью описывающая трансформацию поляризационных характеристик проходящих через нее осевых потоков поляризованного излучения. Выполнив умножение матриц, получим D в явном виде

$$D = \frac{1}{2} \left(\prod_{n=1}^k g_n f_n \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{s} + 1 + \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cos 2\varphi & \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \sin 2\varphi \\ \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \sin 2\varphi & \frac{1}{s} + 1 - \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cos 2\varphi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $s = \prod_{n=1}^k \cos(\alpha_n - \beta_n)$. Так как оптическая система является центрированной, а падающий пучок — осевым, то функции g_n, f_n и s являются только функциями ρ и, следовательно, $D = D(\rho, \varphi)$. Таким образом, матрица Джонса линзовой системы является функцией координат ее входного зрачка.

Пользуясь (1), проанализируем особенности передачи линзовой системой поляризованных потоков излучения. Пусть падающий на оптическую систему осевой пучок является эллиптически поляризованным. Его вектор Джонса [12]

$$E_{x_0, y_0} = A e^{i\delta} \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varepsilon - i \sin \theta \sin \varepsilon \\ \sin \theta \cos \varepsilon + i \cos \theta \sin \varepsilon \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где A — амплитуда, δ — абсолютная фаза эллиптического колебания, θ — азимут эллипса поляризации, ε — угол эллиптичности.

Подставив (2) и (3) в (1), получим отношение фазовых компонент вектора Джонса, прошедшего систему луча,

$$\begin{aligned} z &= \frac{\cos \varepsilon \left[\left(\frac{1}{s} + 1 \right) \sin \theta - \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \sin(\theta - 2\varphi) \right] -}{\left(\frac{1}{s} + 1 \right) \sin \theta + \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \sin(\theta - 2\varphi)} - \\ &= \frac{-i \sin \varepsilon \left[\left(\frac{1}{s} + 1 \right) \cos \theta + \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cos(\theta - 2\varphi) \right]}{\cos \varepsilon \left[\left(\frac{1}{s} + 1 \right) \cos \theta + \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \cos(\theta - 2\varphi) \right] -} - \\ &\quad - i \sin \varepsilon \left[\left(\frac{1}{s} + 1 \right) \sin \theta + \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \sin(\theta - 2\varphi) \right]. \end{aligned}$$

Поляризационная переменная z является комплексным числом и однозначно соответствует только одному эллиптическому состоянию поляризации [12] с азимутом θ' и углом эллиптичности ε'

$$z = \frac{\operatorname{tg} \theta + i \operatorname{tg} \varepsilon'}{1 - i \operatorname{tg} \theta' \operatorname{tg} \varepsilon'},$$

причем

$$\operatorname{tg} 2\theta' = \frac{2 \operatorname{Re}(z)}{1 - |z|^2}, \quad \sin 2\varepsilon' = \frac{2 \operatorname{Im}(z)}{1 + |z|^2},$$

где $\operatorname{Re}(z)$ и $\operatorname{Im}(z)$ — соответственно действительная и мнимая части числа z , $|z|$ — его модуль. Легко получить, что

$$\operatorname{tg} 2\theta' = \frac{(1 - s^2) \sin 2\varphi + \cos 2\varepsilon [(1 + s^2) \sin 2\varphi \cos 2(\theta - \varphi) + 2s \cos 2\varphi \sin 2(\theta - \varphi)]}{(1 - s^2) \cos 2\varphi + \cos 2\varepsilon [(1 + s^2) \cos 2\varphi \cos 2(\theta - \varphi) - 2s \sin 2\varphi \sin 2(\theta - \varphi)]}, \quad (4)$$

$$\sin 2\varepsilon' = \frac{2s \sin 2\varepsilon}{1 + s^2 + (1 - s^2) \cos 2\varepsilon \cos 2(\theta - \varphi)}. \quad (5)$$

Пользуясь соотношениями (4) и (5), проанализируем поляризационную структуру излучения на выходе из системы для частных типов исходной поляризации.

1. Линейно поляризованный свет — $\varepsilon = 0, \theta \neq 0$. На выходе излучение будет также линейно поляризованным ($\varepsilon' = 0$), но с азимутальной структурой

$$\theta' = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ \frac{(1 - s^2) \sin 2\varphi + (1 + s^2) \sin 2\varphi \cos 2(\theta - \varphi) + 2s \cos 2\varphi \sin 2(\theta - \varphi)}{(1 - s^2) \cos 2\varphi + (1 + s^2) \cos 2\varphi \cos 2(\theta - \varphi) - 2s \sin 2\varphi \sin 2(\theta - \varphi)} \right\}.$$

Очевидно, что для лучей с полярными углами $\varphi = \theta, \varphi = \theta + \pi, \varphi = \theta \pm (\pi/2)$ азимут плоскости колебаний не изменится, т. е. $\theta' = \theta$.

2. Циркулярно поляризованный свет — $\varepsilon = \pm(\pi/4)$ (знак плюс соответствует поляризации по правому кругу, минус — по левому). В этом случае

после системы излучение будет поляризовано эллиптически ($\varepsilon' = (1/2) \arcsin(2s/1 + s^2) \neq \varepsilon$), за исключением лишь точки $s=1$, соответствующей лучу, распространяющемуся вдоль оптической оси системы, с сохранением направления вращения электрического вектора и азимутальной структурой $\theta' = \varphi$.

3. Эллиптически поляризованное излучение — $\varepsilon \neq 0, \varepsilon \neq \pm(\pi/4), \theta \neq 0$. После линзовой системы поляризационная структура излучения описывается соотношениями (4) и (5). Как следует из них, излучение будет, вообще говоря, эллиптически поляризованным, но может быть и циркулярно поляризованным при определенных значениях ε, θ, s и φ . Для этого необходимо в (5) потребовать $\varepsilon' = \pm(\pi/4)$. Азимут θ' равен исходному θ при тех же значениях φ , что и для линейно поляризованного излучения. Множество лучей, прошедших через оптическую систему и неизменивших угол эллиптичности, определяется из (5) при $\varepsilon' = \varepsilon$.

Численные оценки изменения параметров эллипса поляризации можно получить из приведенных выше соотношений (4) и (5), задавая конкретные значения s, φ, θ и ε . Можно показать, что максимальные значения изменения параметров $\Delta\theta = |\theta' - \theta|$ и $\Delta\varepsilon = |\varepsilon' - \varepsilon|$ определяются следующими выражениями:

$$(\Delta\theta)_{\max} = \frac{1}{2} \arctan \frac{4\sqrt{s}(1-s)}{-1+6s-s^2} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{4\sqrt{s}(1-s)}{(1+s)^2},$$

$$(\Delta\varepsilon)_{\max} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{4\sqrt{s}/(1-s)}{(1+s)^2}.$$

Для достаточно светосильных объективов и конденсоров, у которых параметр s может на краю зрачка уменьшиться до значения порядка 0.7,

$$(\Delta\theta)_{\max} = (\Delta\varepsilon)_{\max} \approx 10.2^\circ.$$

Интенсивность I , прошедшего оптическую систему луча, легко получить, умножая слева вектор Джонса (1) на эрмитово-сопряженный вектор,

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left(\prod_{n=1}^k g_n^2 f_n^2 \right) \left[\frac{1+s^2}{2s^2} + \frac{(1-s^2)}{2} \cos 2\varepsilon \cos 2(\theta - \varphi) \right] = \\ &= \frac{1}{2} I_0 [\mathcal{T}_\parallel + \mathcal{T}_\perp + (\mathcal{T}_\parallel - \mathcal{T}_\perp) \cos 2\varepsilon \cos 2(\theta - \varphi)], \end{aligned} \quad (6)$$

где $I_0 = A^2$ — исходная интенсивность луча,

$$\mathcal{T}_\parallel = \mathcal{T}_\parallel(\rho) = \prod_{n=1}^k \frac{g_n^2(\rho) f_n^2(\rho)}{s^2(\rho)} \quad \text{и} \quad \mathcal{T}_\perp = \mathcal{T}_\perp(\rho) = \prod_{n=1}^k g_n^2(\rho) f_n^2(\rho)$$

— соответственно пропускательные способности линзовой системы для параллельной и перпендикулярной компонент электрического вектора относительно плоскости падения при распространении в оптической системе. Полученное соотношение (6) имеет важное значение для расчета светопропускания линзовых систем, работающих в поляризованном излучении.

Полученные результаты следует учитывать при анализе тонкой поляризационной структуры излучения в различных поляризационных измерениях, в устройствах лазерной техники, интегральной оптики, поляризационной микроскопии.

Литература

- [1] Brüngdahl O. — JOSA, 1972, v. 62, p. 839.
- [2] Kawakami S., Nishida S. — Rec. Elec. Commun. Engin. (Tohoku Univ., Japan), 1972, v. 41, p. 9.
- [3] Cassidy J. C. — JOSA, 1971, v. 61, p. 378.
- [4] Walraven R. — Opt. Engin., 1981, v. 20, p. 14.
- [5] Dalberg J.-P. — C. r. Acad. Sci., 1971, v. B272, p. 220.

- [6] Терехов С. П., Шерешев А. Б. — В кн.: Оптические сканирующие устройства и измерительные приборы на их основе. Ч. II. Барнаул, 1980, с. 157.
- [7] Ламекин П. И., Предко К. Г. — Квант. электрон., 1982, т. 9, № 11, с. 2330.
- [8] Kubota H., Jnoue S. — JOSA, 1959, v. 49, p. 191.
- [9] Kubota H., Saito H. — JOSA, 1960, v. 50, p. 1020.
- [10] Uri J. B. — Optik, 1978, B. 49, S. 375.
- [11] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1973.
- [12] Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981.

Поступило в Редакцию 17 декабря 1984 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГТУ имени Ф. Скорины