

УДК 535.36

## РАССЕЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ БОЛЬШИМИ ОПТИЧЕСКИ МЯГКИМИ ШАРАМИ НЕКОНЦЕНТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Лопатин В. Н.

На основе теории аномальной дифракции получено простое выражение для оценки фактора эффективности светорассеяния больших «мягких» шаров неконцентрической структуры. Результаты сопоставлены с расчетами по точной теории.

Как известно, основными условиями применения теории аномальной дифракции для оценки светорассеяния структурированного объекта являются большие относительно длины волны падающего излучения  $\lambda$  размеры его компонентов, близость их показателей преломления и окружающей среды [1]. Правильное описание физических процессов в этой области сводится к прямолинейному распространению и последующей дифракции рассеянного света согласно принципу Гюйгенса. Законность выводов аномальной дифракции подтверждена числовыми расчетами, вытекает из анализа точной теории [1-5].

Настоящая работа посвящена исследованию светорассеяния «мягкими» сферическими частицами, имеющими произвольно расположенное внутреннее вкрапление той же формы, для которых

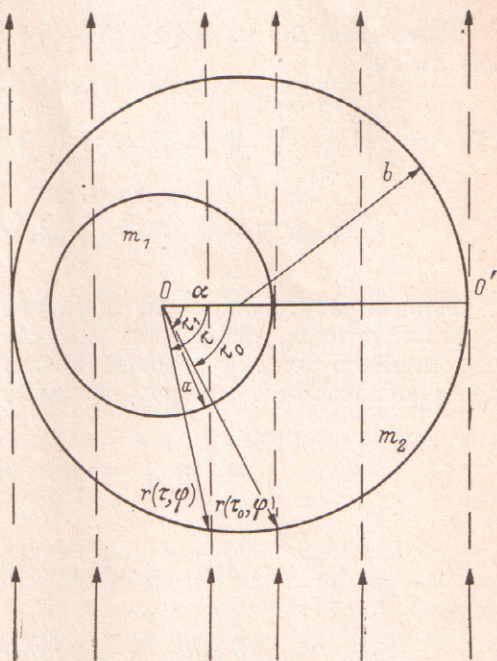
$$|m_1 - 1| \ll 1, |m_2 - 1| \ll 1, \Delta \ll 1, \rho \gg 1, \quad (1)$$

где  $m_1, m_2$  — относительные показатели преломления ядра и окружающей его среды соответственно,  $\rho$  — внешний дифракционный параметр ( $\rho = 2\pi b/\lambda$ ,  $b$  — радиус частицы),  $\Delta$  — фазовый сдвиг произвольного луча, прошедшего через неоднородный шар.

Для удобства расчетов совместим начало системы координат с центром вкрапления (см. рисунок). Учитывая, что в общем случае смещение по  $\varphi$  ( $\varphi$  — азимутальный угол) внешнего шара относительно внутреннего, а для аномальной дифракции и по лучу зондирования не влияет на полное светорассеяние, ограничимся исследованием зависимости последнего от сдвига в направлении, перпендикулярном падающему излучению.

Используя в качестве полярного угла  $\tau$ , запишем выражение для радиус-вектора  $r(\tau, \varphi)$  внешнего шара, сдвинутого относительно внутреннего на  $\alpha$  по  $OO'$ ,

$$r(\tau, \varphi) = \alpha \sin \varphi \cos \tau + \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \tau + b^2 - a^2}. \quad (2)$$



Прохождение луча через двуслойный шар.



Для частицы, удовлетворяющей условию (1), луч, пересекающий ее, не изменяет своего направления и амплитуды, а только трансформирует свою фазу. При этом

$$\Delta = \Delta_2 = 2\rho (m_2 - 1) \frac{r(\tau, \varphi)}{b} \sin \tau, \quad \cos \tau = \cos \tau_0 \div 1; \quad (3)$$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \quad \cos \tau = 0 \div \cos \tau_0; \quad (4)$$

$$\Delta_1 = 2\rho (m_1 - m_2) \sqrt{\frac{a^2 - r^2(\tau, \varphi) \cos^2 \tau}{b^2}}, \quad (5)$$

где

$$\cos \tau_0 = \frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2 + 2a\alpha \sin \varphi}}, \quad (6)$$

$\tau_0$  — угол касания луча внутреннего вкрапления,  $a$  — радиус внутреннего шара. Суммируя все параллельные лучи, прошедшие через частицу, применяя оптическую теорему, получаем выражение для фактора эффективности рассеяния

$$K_p = \frac{4}{\pi b^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 (1 - e^{-i\Delta}) r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi. \quad (7)$$

Разлагая экспоненту в ряд по малому аргументу, получаем

$$K_p = \frac{2}{\pi b^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \Delta^2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi. \quad (8)$$

Раскрывая (8) на основе (3)—(5), после соответствующей группировки членов имеем

$$K_p = \frac{1}{\pi b^2} \left\{ 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\cos \tau_0} \Delta_1^2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi + 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \Delta_2^2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \times \right. \\ \left. \times \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi + 4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\cos \tau_0} \Delta_1 \Delta_2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi \right\}. \quad (9)$$

Первый и второй члены в фигурных скобках (9) есть квадраты фазовых сдвигов потоков, прошедших соответственно через малый и большой шары, относительно их окружающей среды. Используя систему координат, совмещенную началом с центром соответствующего шара, нетрудно показать, что

$$2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\cos \tau_0} \Delta_1^2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi = 2\pi a^2 \rho^2 \nu_{12}^2 (m_1 - m_2)^2, \quad (10)$$

$$2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \Delta_2^2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi = 2\pi b^2 \rho^2 (m_2 - 1)^2, \quad (11)$$

где  $\nu_{12} = a/b$ . Третий член в фигурных скобках (9) есть удвоенный интеграл по геометрическому поперечнику малого шара функции — произведения фазовых сдвигов  $\Delta_1$  (не зависящего от  $\alpha$ ) и  $\Delta_2$  (монотонно убывающего по абсолютной величине с возрастанием  $\alpha$ ). Таким образом, его вклад в  $K_p$  монотонно убывает с возрастанием  $\alpha$ . Этот вывод справедлив для любой выпуклой частицы. Используя соотношения между  $\tau$  и  $\tau_1$  (см. рисунок)

$$\cos \tau = \frac{a \cos \tau_1}{\sqrt{b^2 - a^2 + 2a\alpha \sin \varphi \cos \tau_1}}, \quad (12)$$

$$\cos \tau_1 = \frac{r(\tau, \varphi) \cos \tau}{a}, \quad (13)$$



после громоздких вычислений и преобразований находим

$$r(\tau, \varphi) \sin \tau = b v_{12} \sqrt{-\cos^2 \tau_1 + \frac{2\alpha \sin \varphi}{a} \cos \tau_1 + \frac{b^2 - a^2}{a^2}}, \quad (14)$$

что дает

$$\begin{aligned} & 4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \Delta_1 \Delta_2 r(\tau, \varphi) \cos \tau (r(\tau, \varphi) \cos \tau)'_{\tau} d\tau d\varphi = \\ & = 16 \rho^2 v_{12}^2 a^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \sqrt{1 - \cos^2 \tau_1} \sqrt{-\cos^2 \tau_1 + \frac{2\alpha \sin \varphi}{a} \cos \tau_1 + \frac{b^2 - a^2}{a^2}} \cos \tau_1 d \cos \tau_1 d\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

В общем случае интеграл в (15) является эллиптическим.

После проделанных вычислений выражение  $K_p$  сводится к виду

$$\begin{aligned} K_p = 2\rho^2 \left\{ (m_2 - 1)^2 + (m_1 - m_2)^2 v_{12}^2 + \frac{8}{\pi} (m_2 - 1) (m_1 - m_2) v_{12} \times \right. \\ \left. \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \sqrt{-\cos^2 \tau_1 + \frac{2\alpha \sin \varphi}{a} \cos \tau_1 + \frac{b^2 - a^2}{a^2}} \sqrt{1 - \cos^2 \tau_1} \cos \tau_1 d \cos \tau_1 d\varphi \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

При  $\alpha = 0$  интеграл в (16) берется в конечном виде

$$\begin{aligned} K_p = 2\rho^2 \left\{ (m_2 - 1)^2 + (m_1 - m_2)^2 v_{12}^2 + (m_2 - 1) (m_1 - m_2) \times \right. \\ \left. \times \left[ v_{12} + v_{12}^3 + \frac{(1 - v_{12}^2)^2}{2} \ln \left( \frac{1 - v_{12}}{1 + v_{12}} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая, что для однородного шара, удовлетворяющего условию (1),

$$K_p = 2\rho^2 (m - 1)^2, \quad (18)$$

получаем

$$\begin{aligned} (m - 1)^2 = (m_2 - 1)^2 + (m_1 - m_2)^2 v_{12}^2 + (m_2 - 1) (m_1 - m_2) \times \\ \times \left[ v_{12} + v_{12}^3 + \frac{(1 - v_{12}^2)^2}{2} \ln \left( \frac{1 - v_{12}}{1 + v_{12}} \right) \right]; \end{aligned} \quad (19)$$

т. е. большие «мягкие» двуслойные частицы рассеивают излучение аналогично эквиобъемному шару с эффективным показателем преломления  $m$ . Из выражения (19) легко оценить погрешность применения  $f$  различных моделей эффективного показателя преломления структурированных частиц для оценки их светорассеяния; в частности, в таблице приведены значения  $f$ , полученные при использовании в качестве  $m$  усредненного по объему частицы показателя преломления

$$\bar{m} = m_2 + (m_1 - m_2) v_{12}^3. \quad (20)$$

Как видно из таблицы, для ядра, оптически плотнее внешнего слоя,  $f > 0$ , при обратном соотношении показателей преломления  $f < 0$ . Если  $(m_1 - m_2) = \text{const}$ , то с возрастанием  $m_1$ ,  $m_2$ , или если  $m_1, m_2 = \text{const}$ , то с понижением  $|m_1 - m_2|$   $|f|$  уменьшается. При этом максимальные значения  $|f|$  случаются, когда

$$(m_1 - 1) v_{12}^3 \approx (m_2 - 1) (1 - v_{12}^3), \quad (21)$$

т. е. при равенстве фазовых объемов рассеивающего материала ядра и окружающего его слоя. При замене знака равенства в (21) на « $\gg$ » или « $\ll$ »  $|f| < 5\%$ .

Как отмечалось ранее, с увеличением  $\alpha$  вклад третьего члена (16) в  $K_p$  уменьшается. Это ведет к уменьшению  $|f|$ : структурированные частицы лучше описываются моделью усредненного по объему показателя преломления.

Известно, что для однородных «мягких» шаров зависимость

$$K_p \sim \rho^2. \quad (22)$$



Значения  $f \left( f = \frac{K_p - K_p(\bar{m})}{K_p} \% \right)$  в зависимости от структуры частицы.  $\alpha = 0$

$\gamma_{12}$	$m_1$							
	1.05	1.03	1.09	1.13	1.02	1.02	1.06	1.10
	$m_2$							
	1.01	1.01	1.05	1.09	1.06	1.04	1.10	1.14
0.8	24.1	17.6	9.6	5.8	-7.9	-6.9	-5.8	-4.2
0.6	33.3	20.6	10.1	5.7	-7.0	-5.7	-3.3	-2.7
0.4	23.8	11.2	3.8	1.9	-1.7	-1.4	-1.2	-0.9
0.2	4.1	1.6	0.5	0.3	-0.3	-0.2	-0.2	-0.1

наблюдается уже с  $\rho \geq 5$  и следует тем дальше, чем «мягче» частица [1, 2]. Анализ показал, что (22) выполняется до

$$\rho = \rho_0 \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{0.525}{m-1} + 17.5 - 37.5(m-1) \right]. \quad (23)$$

Выбирая  $\rho$  в диапазоне  $\rho = 5 \div \rho_0$ , легко убедиться, что вычисления  $f$  по точной теории, проведенные нами в [6-8], дают значения, соответствующие приведенным в таблице. Даже для «жестких» частиц, когда условие (1) уже не выполняется, полученные приближенные оценки  $f$  соответствуют истинным.

#### Литература

- [1] Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М., 1961.
- [2] Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. М.; Л., 1951.
- [3] Шифрин К. С. Введение в оптику океана. Л., 1983.
- [4] Regelman A. Ya. — Pure and Appl. Geophys., 1978, v. 116, p. 1077.
- [5] Regelman A. Ya. — J. Coll. a. Interface Sci., 1978, v. 63, p. 593.
- [6] Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я. — Препринт. Красноярск, ИФ СО АН СССР, 1976.
- [7] Терсков И. А., Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я. — Изв. СО АН СССР. Сер. биол. наук, 1980, в. 1, 9.
- [8] Лопатин В. Н. — Автореф. канд. дис. Красноярск, 1979.

Поступило в Редакцию 3 января 1986 г.