Ю. А. Гришечкин, В. Н. Капшай

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА С ЗАПИРАНИЕМ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Советская, 104, 246019 Гомель, Беларусь

ygrishechkin@rambler.ru kapshai@rambler.ru

В работе рассмотрен метод численного решения в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) [1] задачи о связанных состояниях на основании квазипотенциальных двухчастичных уравнений [1, 2] со взаимодействием, содержащим запирающее слагаемое. Уравнения, описывающие связанные s-состояния релятивистских систем двух скалярных частиц одинаковой массы m имеют вид [3]

$$\psi^{(j)}(\chi_q, r) = \int_0^\infty dr' G^{(j)}(\chi_q, r, r') V(r') \psi^{(j)}(\chi_q, r'), \tag{1}$$

где $\psi^{(j)}(\chi_q, r)$ – волновая функция, χ_q – быстрота, связанная с энергией двухчастичной системы $2E_q$ как $2E_q = 2m\cosh\chi_q$, $r \ge 0$ – координата в РКП, $G^{(j)}(\chi_q, r, r')$ – парциальная функция Грина (ФГ), $V(r)$ – потенциал взаимодействия между частицами. Индекс j соответствует одному из четырёх типов уравнений квазипотенциального типа [1, 2]: $j=1$ ($j=3$) – уравнению Логунова-Тавхелидзе (модифицированному), $j=2$ ($j=4$) – уравнению Кадышевского (модифицированному). Парциальные ФГ имеют вид [3]

$$G^{(j)}(\chi_q, r, r') = G^{(j)}(\chi_q, r - r') - G^{(j)}(\chi_q, r + r'), \tag{2}$$

где введены одномерные ФГ

$$G^{(1)}(\chi_q, r) = \frac{-i}{m\sinh 2\chi_q} \frac{\sinh(\pi/2 + i\chi_q)mr}{\sinh(\pi mr/2)},$$

$$G^{(1)}(\chi_q, r) = \frac{(4m\cosh\chi_q)^{-1}}{\cosh(\pi mr/2)} - \frac{i}{m\sinh 2\chi_q} \frac{\sinh(\pi + i\chi_q)mr}{\sinh(\pi mr)},$$

$$G^{(3)}(\chi_q, r) = \frac{-i}{2m\sinh\chi_q} \frac{\cosh(\pi/2 + i\chi_q)mr}{\cosh(\pi mr/2)}, \quad G^{(4)}(\chi_q, r) = \frac{-i}{2m\sinh\chi_q} \frac{\sinh(\pi + i\chi_q)mr}{\sinh(\pi mr)}.$$

В качестве потенциала рассмотрим выражение, широко используемое в квантовой механике, при моделировании энергетического спектра кварконии:

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha}{r} + \sigma r, \tag{3}$$

где α, σ – постоянные величины. При этом будем считать, что переменная r в формуле (3) – это координата в РКП.

Для нахождения численных решений уравнений (1) с потенциалом (3) был использован метод, который мы применяли при исследовании резонансных состояний на основе двухчастичных уравнений в РКП [4]. Используя квадратурные формулы, заменим интегралы в уравнениях (1) суммами. В результате мы получим однородные системы линейных алгебраических уравнений. Условие существования ненулевых решений системы уравнений – равенство нулю детерминанта является условием квантования быстроты. Значения величины χ_q, при которых это условие реализуется, дают спектр связанных состояний. На рисунках 1 приведены результаты вычислений при $m=1$, $\alpha=0.51$ и двух разных значениях параметра σ. Линии на рисунке соответствуют нулям действительной и мнимой частям детерминанта. Точки пересечения этих линий соответствуют связанным состояниям (выделены кружками). Как видно на рисунке 1a, нули детерминанта расположены на вещественной оси быстроты. На рисунке 1b показано, что уменьшение значения параметра σ приводит к перемещению части нулей на мнимую ось. Следует отметить, что в случае связанных состояний, образованных «незапирающими» потенциалами, например, потенциалом типа Кулона, нули детерминанта расположены на отрезке мнимой оси $\chi_q = iw_q$, где $0 < w_q \le \pi/2$ [5]. Потенциал (3) содержит слагаемое σr, которое приводит к эффекту «запирания», в результате чего нули детерминанта оказываются расположены на вещественной оси. С уменьшением значения параметра σ действие «запирающего» слагаемого ослабевает, что, как видно на рисунке 1b, приводит к перемещению нулей, соответствующих первым связанным состояниям, на мнимую ось.

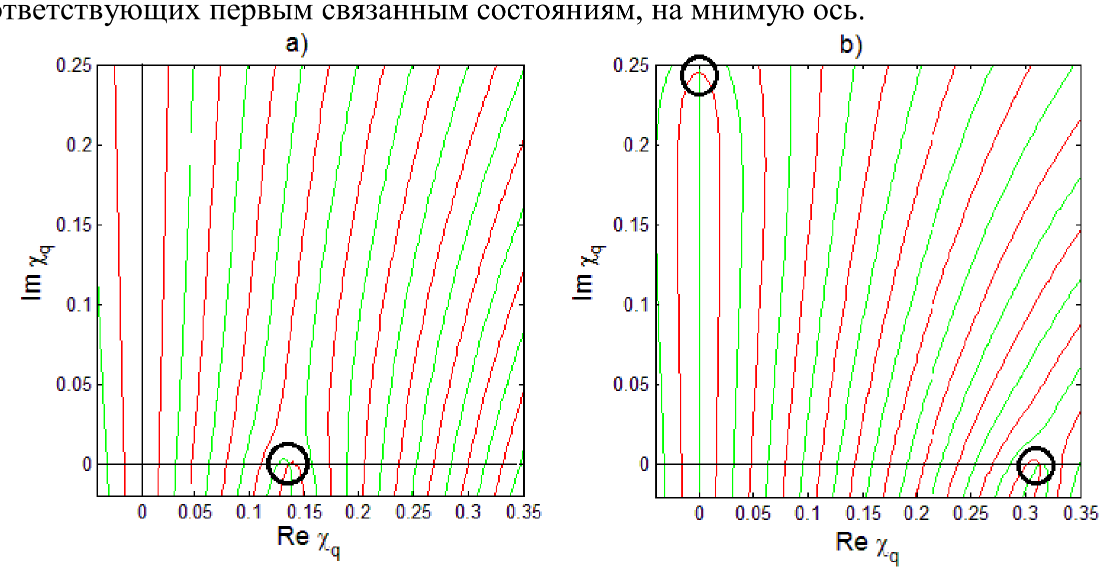

Рисунок 1 – Связанные состояния для потенциала (3): a) $\sigma = 0.03$; b) $\sigma = 0.01$

[1] Кадышевский В.Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, № 3. – С. 635–690.

[2] Logunov A.A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – V. 29, № 2. – P. 380–399.

[3] Kapshai, V.N. Relativistic two-particle one-dimensional scattering problem for superposition of δ-potentials / V.N. Kapshai, T.A. Alferova // J. Phys. A. – 1999. – Vol. 32. – P. 5329–5342.

[4] Kapshai, V.N. Resonance states of the relativistic systems and covariant two-particle equation / V.N. Kapshai, K.P. Shilyaeva, Yu.A. Grishechkin // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4 (9). – С. 33 – 37.

[5] Grishechkin, Yu.A. Numerical solution of relativistic problems on bound states of systems of two spinless particles / Yu.A. Grishechkin, V.N. Kapshai // Russian Physics Journal. – 2013. – Vol. 56, № 4. – P. 435–443.