УДК 539.12.01

С. И. Фиалка, В. Н. Капшай

РЕШЕНИЕ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, ул. Советская, 104, 226019 Гомель, Беларусь
sergey.fialka@gmail.com kapshai@rambler.ru

В подавляющем большинстве случаев квазипотенциальные уравнения решаются в импульсном представлении (ИП), в котором они были получены изначально [1]. Релятивистское импульсное пространство является пространством Лобачевского, для него был предложен релятивистский аналог преобразования Фурье, что позволило сформулировать квазипотенциальные уравнения в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) [2]. При описании реальных и модельных взаимодействий часто появляется возможность свести трёхмерные квазипотенциальные уравнения в ИП и РКП к одномерным интегральным уравнениям. Для решения таких уравнений в ИП необходимо предварительно найти явный вид парциальных потенциалов, а в РКП – иметь явный вид релятивистских парциальных волн и свободных функций Грина.

Рассмотрим взаимодействие двух релятивистских бесспиновых частиц массы m. Согласно работе [3], в случае локального сферически-симметричного квазипотенциала, уравнения для радиальной волновой функции состояний рассеяния и связанных состояний двухчастичной системы с орбитальным квантовым числом ℓ, соответственно, имеют вид ($\hbar = c = 1$):

$$\psi_\ell(E_q,r) = s_\ell(E_q,r) + \int_0^\infty G_\ell(E_q;r,r')V(E_q;r')\psi_\ell(E_q,r')\,dr'\,; \qquad (1)$$

$$\psi_\ell(E_{iw},r) = \int_0^\infty G_\ell(E_{iw};r,r')V(E_{iw};r')\psi_\ell(E_{iw},r')\,dr'\,. \qquad (2)$$

Здесь $2E_q = 2\sqrt{\boldsymbol{q}^2 + m^2}$ – энергия частиц в системе центра масс. В случае состояний рассеяния $E_q \in (m;\infty)$, в случае связанных состояний $E_{iw} \in [0;m]$ ($q = i\,w$). В РКП парциальные функции Грина уравнения Логунова-Тавхелидзе [1] имеют вид [3]:

$$G_\ell(E_q;r,r') = \tilde{G}_\ell^+(E_q;r,r') - \tilde{G}_\ell^-(E_q;r,r'), \qquad (3)$$

где

$$\tilde{G}_\ell^\pm(E_q;r,r') = \frac{(-1)^\ell}{2iq}\frac{m}{E_q}\left(\frac{e_\ell^+(E_q,r)e_\ell^\pm(E_q,-r')}{1-\exp[-\pi m(r \mp r')]} + \frac{e_\ell^-(E_q,r)e_\ell^\mp(E_q,-r')}{1-\exp[\pi m(r \mp r')]}\right). \qquad (4)$$

Релятивистские парциальные волны можно выразить через функции Лежандра в виде [3]:

$$s_\ell(E_q,r) = (-i)^{\ell+1}\frac{\exp(\pi m r)}{\Gamma(imr)}Q_\ell^{imr}(E_q/q); \qquad (5)$$

$$e_\ell^\pm(E_q,r) = i^\ell\,\frac{\Gamma(imr-\ell)\Gamma(\mp imr+\ell+1)}{\Gamma(imr)}P_\ell^{\pm imr}(E_q/q). \qquad (6)$$

На основе (1) можно определить, например, релятивистские парциальные амплитуды и сечения рассеяния [3]:

$$f_\ell(E_q) = -\frac{1}{q^2}\frac{m}{E_q}\int\limits_0^\infty s_\ell^*(E_q, r')V(E_q; r')\psi_\ell(E_q, r')\,dr'; \tag{7}$$

$$\sigma(E_q) = \sum_{\ell=0}^{\infty}\sigma_\ell(E_q) = 4\pi\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\left|f_\ell(E_q)\right|^2. \tag{8}$$

В данной работе интегральные уравнения (1), (2) решены с потенциалом:

$$V(r) = -2mA\,\mu(r-x)\exp[-\mu(r-x)]. \tag{9}$$

Параметры выбраны таким образом, чтобы потенциал (9) был близок к потенциалам нуклон-нуклонного взаимодействия для $^1S_0$ состояний [14]. Задача решена численно.

Установлена связь между связанными состояниями и резонансами (рис. 1). Когда параметр A (глубина потенциальной ямы) увеличивается и приближается к значению при котором частицы образуют связанное состояния (E_q=m) с орбитальным квантовым числом $\ell > 0$, мнимая и действительная часть энергии резонанса уменьшаются, что проявляется, соответственно, в уменьшении ширины и смещении пика в соответствующем парциальном сечении рассеяния σ_ℓ.

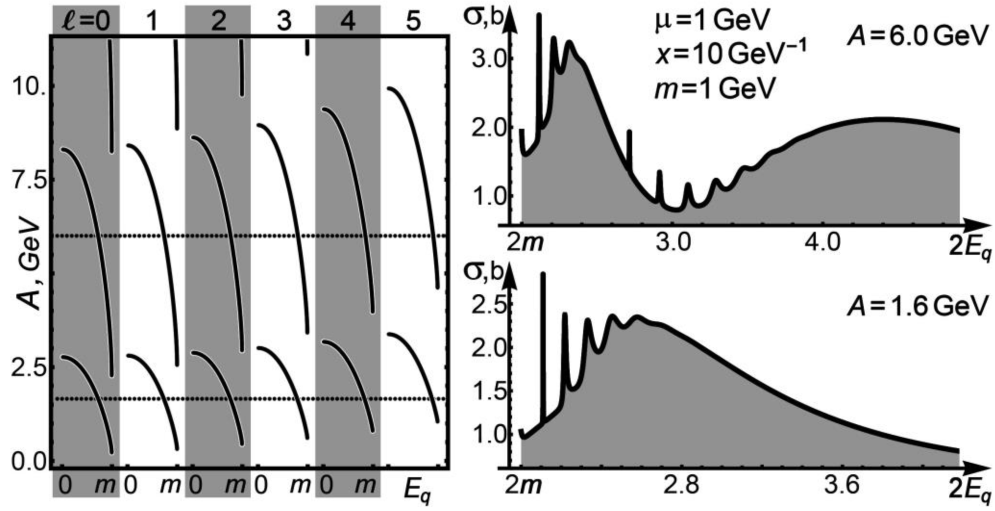

Рис. 1. Зависимость $A(E_q)$ (слева); зависимость $\sigma(E_q)$ (справа)

Таким образом, описание взаимодействия релятивистских частиц в рамках квазипотенциального подхода можно эффективно производить непосредственно в РКП. В отличие от дифференциально-разностных уравнений в РКП, интегральные уравнения позволяют получить однозначные решения, что даёт надёжную альтернативу подходу, основанному на решении квазипотенциальных уравнений в ИП.

[1] Logunov, A.A. Quasi-optical approach in quantum field theory/ A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // IL Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380 – 399.

[2] Kadyshevsky, V.G. Quasi-potential approach and the expansion in relativistic spherical functions / V.G. Kadyshevsky, R.M. Mir-Kasimov, N.B. Skachkov // Il Nuovo Cimento A. – 1968. – Vol. 55, № 2. – P. 233 – 257.

[3] Капшай, В.Н. Парциальные квазипотенциальные уравнения в релятивистском конфигурационном представлении / В.Н. Капшай, С.И. Фиалка // Известия ВУЗов. Физика. – 2017. – Т. 60, № 10. – С. 44 – 50.

[4] Aoki, S. Nucleon-nucleon interactions via Lattice QCD: Methodology / S. Aoki // The European Physical Journal A. – 2013. – Vol. 49, № 81. – P. 1 – 12.