К ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ГЕЛЬФОНДА

А.Н. Старовойтов
(ГГУ им. Ф.Скорины, Гомель)

А.О. Гельфонд в [1] поставил задачу получения оценки для определителей типа Вандермонда

$$W_n(z_0^{\alpha_0}, z_1^{\alpha_1}, \dots, z_{n-1}^{\alpha_{n-1}}) = \begin{vmatrix} z_0^{\alpha_0} & z_0^{\alpha_1} & \dots & z_0^{\alpha_{n-1}} \\ z_1^{\alpha_0} & z_1^{\alpha_1} & \dots & z_1^{\alpha_{n-1}} \\ . & . & \dots & . \\ z_{n-1}^{\alpha_0} & z_{n-1}^{\alpha_1} & \dots & z_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \end{vmatrix},$$

которая не зависит от $0 \le z_0 < z_1 < .. < z_{n-1}$ и $0 \le \alpha_0 < \alpha_1 < .. < \alpha_{n-1}$. Такого типа утверждения оказались полезными при исследовании роста собственных значений интегральных операторов. В данной работе рассматривается задача об оценках аналогичных определителей, которые зависят только от α_i и не зависят от z_i, когда последние пробегают некоторый компакт комплексной плоскости.

Сформулируем основной результат

Теорема. *Если* $0 \le \alpha_0 < \alpha_1 < .. < \alpha_{n-1}$, $\alpha_i \in Z$, $i = \overline{0, n-1}$, *а* z_i *различные комплексные числа из компакта B, то*

$$\left|W_n(z_0^{\alpha_0}, z_1^{\alpha_1}, \dots, z_{n-1}^{\alpha_{n-1}})\right| < K^{\lambda}(d+\varepsilon)^{n(n-1)/2} \frac{V_n(\alpha_0, \alpha_1, .. \alpha_{n-1})}{1!2!..(n-1)!},$$

где ε *– сколь угодно малое положительное число и* $n \ge N_\varepsilon$, d *– трансфинитный диаметр компакта B,* $V_n(\alpha_0, \alpha_1, .. \alpha_{n-1})$ *– определитель Вандермонда,* $K = \max\limits_{z \in B}|z|$ *и* $\lambda = \alpha_0 + \alpha_0 + .. + \alpha_0 - n(n-1)/2$.

Следствие 1. *Если* $0 \le \alpha_0 < \alpha_1 < .. < \alpha_{n-1}$, $\alpha_i \in Z$, $i = \overline{0, n-1}$, *а* z_i *различные комплексные числа из круга* $|z| \le R$, *то*

$$\left|W_n(z_0^{\alpha_0}, z_1^{\alpha_1}, \dots, z_{n-1}^{\alpha_{n-1}})\right| < R^{\lambda}(R+\varepsilon)^{n(n-1)/2} \frac{V_n(\alpha_0, \alpha_1, .. \alpha_{n-1})}{1!2!..(n-1)!}$$

где ε *– сколь угодно малое положительное число и* $n \ge N_\varepsilon$.

Следствие 2. *Если* $0 \le \alpha_0 < \alpha_1 < .. < \alpha_{n-1}$, $\alpha_i \in Z$, $i = \overline{0, n-1}$, *а* z_i *различные действительные числа из отрезка* $[a;b]$, *то*

$$\left|W_n(z_0^{\alpha_0}, z_1^{\alpha_1}, \dots, z_{n-1}^{\alpha_{n-1}})\right| < (b-a)^{\lambda}((b-a)/4+\varepsilon)^{n(n-1)/2} \frac{V_n(\alpha_0, \alpha_1, .. \alpha_{n-1})}{1!2!..(n-1)!}$$

где ε – сколь угодно малое положительное число и $n \geq N_\varepsilon$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфонд А.О. Избранные труды. – М.: Наука, 1973.– С. 329 – 352

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ОЦЕНОК ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Т.И. Толуб

(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

Данная работа посвящена выявлению с помощью оценок высших порядков особенностей и закономерностей кардиограммы здорового человека и человека после инфаркта миокарда.

Проводится анализ последовательности из 100 интервалов R-R исследуемого пациента. Для статистического анализа используются оценки высших порядков стационарных случайных процессов – оценки смешанных моментов и смешанных семиинвариантов 3-го и 4-го порядков. Оценки смешанных моментов и смешанных семиинвариантов 3-го порядка имеют вид

$$\hat{m}_3(t_1,t_2)=\hat{c}_3(t_1,t_2)=\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} x(t_1+t)x(t_2+t)x(t),$$

$t,t_j \in Z$, $j=\overline{1,2}$, оценки смешанных моментов и смешанных семиинвариантов 4-го порядка

$$\hat{m}_4(t_1,t_2,t_3)=\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}x(t_1+t)x(t_2+t)x(t_3+t)x(t),$$

$$\hat{c}_4(t_1,t_2,t_3)=\hat{m}_4(t_1,t_2,t_3)-\hat{m}_2(t_1)\hat{m}_2(t_3-t_2)-$$
$$-\hat{m}_2(t_2)\hat{m}_2(t_3-t_1)-\hat{m}_2(t_3)\hat{m}_2(t_2-t_1),$$

где

$$\hat{m}_2(t_1)=\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}x(t_1+t)x(t),$$

$t,t_j \in Z$, $j=\overline{1,3}$. Свойства используемых оценок подробно исследованы в работе [1].

Для данных оценок строятся графики двух- и трехмерных проекций. По значениям оценок строятся графики относительных частот