

## КОРОТКИЕ СООБЩЕНИЯ

### ПРОЯВЛЕНИЕ ЗАКОНА ВЕБЕРА—ФЕХНЕРА ПРИ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНОМ ОБУЧЕНИИ

Б. Г. БУДАШЕВСКИЙ

(Лаборатория нейрокибернетики Института экспериментальной медицины АМН СССР,  
Ленинград)

#### ПРОБЛЕМА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Задача последовательного принятия решения обычно предполагает, что человек производит последовательное оценивание воспринятых событий. Усвоение структуры последовательности событий и их оценка составляют основу процесса принятия решения. Так как события чаще происходят по вероятностным законам, то представляет интерес исследование того, как человек усваивает вероятностные последовательности появления событий, каким законам подчинено восприятие этих последовательностей. Поскольку многочисленные экспериментальные данные ([6], [7] и др.) показали, что в законе Вебера—Фехнера, отображающем существующие количественные взаимоотношения между физическими характеристиками раздражителей и вызываемыми ими ощущениями, представлена несомненная реальная закономерность деятельности афферентных систем, нас интересовало также, будет ли этот закон, приложимый к взаимоотношениям простых раздражителей и вызываемых ими простых форм ощущений, применим для описания зависимостей между последовательностью событий во времени и относительно сложными формами восприятия. Можно ли предсказать на основе закона Вебера—Фехнера, как будет протекать восприятие последовательностей событий различной статистической структуры?

В нашем исследовании изучалось поведение человека в ситуации, когда он должен был предсказать, какое из двух событий появится в следующий момент. Этот выбор связан с определенными вероятностями получения подкреплений (информация о результате каждого сделанного выбора), т. е. испытуемый в ходе опыта (100 проб) должен был усвоить вероятностную структуру программы подкреплений.

Целью данного исследования являлось: установление степени корреляции между объективными показателями и субъективными оценками испытуемых и, таким образом, проверка значимости субъективных оценок при установлении функциональных зависимостей; выявление связей между субъективными оценками различия вероятностей и характеристиками вероятностных программ; наконец, наша главная задача заключалась в проверке возможности приложения закона Вебера—Фехнера к вероятностному обучению, а именно того, что различие вероятностей определяется отношением между ними.

#### ИСПЫТУЕМЫЕ И ПРОЦЕДУРА ЭКСПЕРИМЕНТА

Испытуемыми являлись школьники в возрасте 16—18 лет. В эксперименте приняли участие 40 человек, но в разных опытах число участников варьировалось. Испытуемым в течение нескольких экспериментальных дней были предъявлены 16 различных вероятностных программ появления событий (подкреплений), причем отдельный опыт продолжался не более одного часа, чтобы не вызывать утомления испытуемых. Использовались как зависимые, так и независимые вероятности появления событий, которые были распределены на 100 проб (выборов). По каждой программе испытуемые делали 100 предсказаний (около 2 сек на предсказание), после чего проводился опрос, в котором испытуемые должны были дать свои субъективные оценки частоты выбора того или иного события, определить, какое из событий имеет большую вероятность появления, и назвать предполагаемые частоты появления событий (подкреплений)<sup>1</sup> в программе. После 5 минут перерыва переходили к исследованию по новой программе. Так как, согласно инструкции, испытуемые

<sup>1</sup> Описание методики исследования имеется в ряде работ [11], [2].

должны были «угадывать» появление события как можно чаще», а участие в опытах не оплачивалось, то с целью стимуляции активности испытуемых им было сказано, что двое сделавших наибольшее число правильных предсказаний по всем программам получат вознаграждение.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для статистической обработки были выбраны следующие показатели поведения в данной экспериментальной ситуации: а) частота выбора события  $E_1$  в блоках по 25 проб и во всех 100 пробах ( $A_1$ )<sup>1</sup>; б) субъективная частота выбора события  $E_1 - A_1$ ; в) субъективные вероятности подкрепления реакций  $A_1$  и  $A_2$  —  $P_1^S$  и  $P_2^S$  соответственно; г) различие испытуемыми сторонами, чаще подкрепляемой по программе. Последние три показателя являются субъективными оценками испытуемых. С целью определения степени различия был получен новый показатель ( $P_1^S - P_2^S$ ), представляющий разность между субъективными вероятностями подкрепления реакций  $A_1$  и  $A_2$ , усредненную по всем испытуемым для каждой программы.

Прежде чем приступить к исследованию зависимостей между различными параметрами с помощью статистических методов, был проведен дисперсионный анализ [10] путем использования критерия Бартлетта для проверки равенства полученных значений дисперсии, т. е. принадлежности полученных значений к общей генеральной совокупности. Для частоты выбора  $A_1$  в пробах 1—100  $100\chi^2 = 35,16$ ;  $n = 15$ ;  $p < 0,02$ . Для ( $P_1^S - P_2^S$ )  $\chi^2 = 3,248$ ;  $n = 16$ ;  $p < 0,02$ . Таким образом, в обоих случаях применения критерия Бартлетта подтверждается гипотеза равенства исследуемых дисперсий ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2$ ), и мы вправе перейти к дальнейшему статистическому анализу.

Сопоставление объективного показателя средней частоты выбора события  $E_1$  в пробах 1—100 по всем программам и соответствующих ему средних значений субъективных оценок обнаружило значимую положительную корреляцию (коэффициент корреляции  $r = 0,82$ ;  $n = 15$ ;  $p < 0,001$ ). Этот факт указывает на высокую точность восприятия человеком частоты действия в бинарной последовательности и на надежность использования в анализе субъективной оценки по данному параметру (частоте).

В наших предыдущих работах [1], [2], [3] было показано, что частота выбора максимально подкрепляемого действия определяется *отношением* вероятностей подкрепления и абсолютными величинами этих вероятностей. Именно тот факт, что отношение вероятностей является одним из главных факторов, определяющих поведение человека в исследуемой ситуации, и указал на возможность обращения к закону Вебера—Фехнера, также использующему принцип *отношения* величин.

С учетом того, что для человека важен и отрицательный опыт, т. е. частота «не-подкреплений», и считая действие подкрепления равным по силе действию неподкрепления (условие равенства альфа [4]), мы получили формулу для характеристики вероятной программы

$$X = \frac{P_1(1-P_2)}{P_2(1-P_1)}.$$

Это важно при использовании программ с независимыми вероятностями подкреплений. Зависимость между этой характеристикой и поведением (частота выбора действия) может быть аппроксимирована линейным уравнением.

В данной работе, помимо вышеуказанной характеристики программ, мы рассматриваем еще две характеристики, аналогичные обычно используемым при исследовании способности к различению.

Это

$$1) \frac{\Delta Y}{Y_2}, \text{ где } [\Delta Y = \frac{P_1}{1-P_1} - \frac{P_2}{1-P_2}],$$

$$\text{а } Y_2 = \frac{P_2}{1-P_2} \text{ и}$$

$$2) \frac{\Delta P}{P_2}, \text{ где } \Delta P = P_1 - P_2. \text{ Зависимость между этими}$$

характеристиками вероятностных программ и степенью различия ( $P_1^S - P_2^S$ ) представлена на рис. 1. Хотя наличие связи между программными характеристиками и дифферен-

<sup>1</sup> Чаще появляющееся событие далее обозначается как  $E_1$  или  $P_1$  (P соответствует употребляющемуся в зарубежных работах обозначению π), реже появляющееся —  $E_2$  или  $P_2$ . Вероятности отсутствия события обозначены соответственно ( $1-P_1$ ) и ( $1-P_2$ ). Выбору события  $E_1$  соответствует реакция  $A_1$  и выбору  $E_2$  — реакция  $A_2$ .

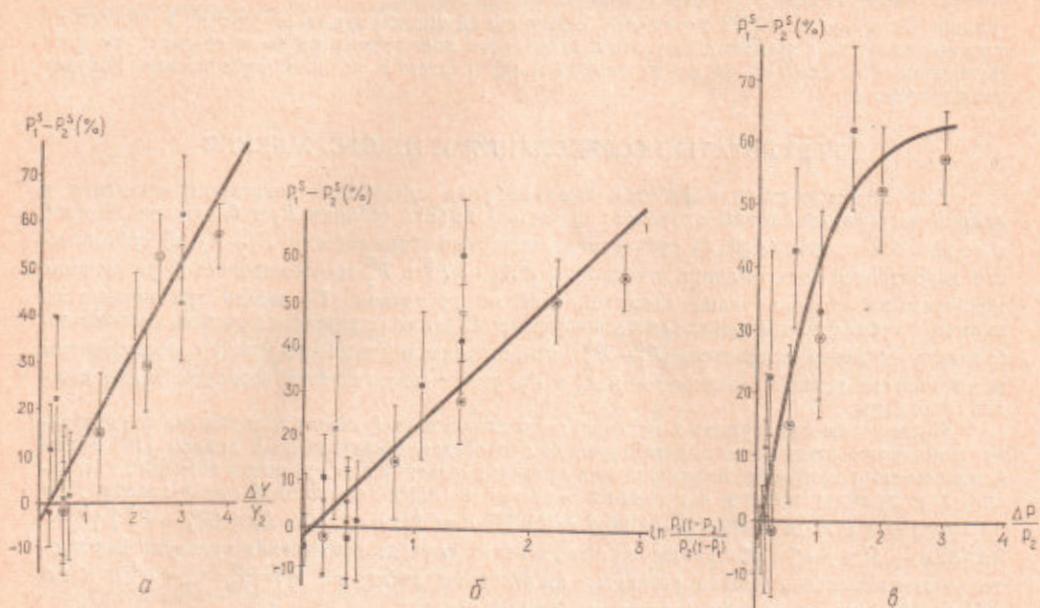


Рис. 1. а, б, в. Зависимость между различными характеристиками вероятностной «среды» (программы подкреплений) и степенью различия  $P_1 - P_2$ .

Точки на рисунке представляют усредненные по всем испытуемым значения «степени различия» для каждой программы с соответствующими доверительными интервалами. Кружки с точкой в центре представляют средние значения для программ с зависимыми вероятностями. (Ось абсцисс — числовое значение программной характеристики, ось ординат — среднее значение «степени различия», выраженное в процентах.)

циальной способностью представляет несомненный факт, однако, на наш взгляд, интересными являются две особенности полученных данных. Это, во-первых, разный характер зависимостей (логарифмическая — для

$$\frac{P_1(1-P_2)}{P_2(1-P_1)}, \text{ линейная — для } \frac{\Delta Y}{Y_2}, \text{ параболическая —}$$

для  $\frac{\Delta P}{P_2}$ ) и, во-вторых, значительная вариативность оценок.

Первая особенность, возможно, в какой-то мере связана с тем, что различные исследователи считали необходимым описывать связь между стимулом и ощущением с помощью различных функций (логарифмическая у Фехнера, степенная у Стивенса и параболическая для субъективной шкалы болевых ощущений Харди и др.). Важным представляется то, что при получении численных значений всех трех характеристик программ мы использовали отношение величин, в котором переменными были вероятности появления события, причем каждая программная последовательность появления события рассматривалась как отдельный стимул. В результате подобного подхода мы получили возможность описать зависимость между характеристиками и степенью различия с помощью функциональных уравнений.

Для данной экспериментальной ситуации зависимость между  $(P_1^S - P_2^S)$  и  $\frac{P_1(1-P_2)}{P_2(1-P_1)}$  аппроксимируется линейным логарифмическим уравнением:  $y = 25,45 \ln x - 1,57$ ; между  $(P_1^S - P_2^S)$  и  $\frac{\Delta Y}{Y_2}$  — линейным уравнением:  $y = 18,9x - 4,34$  и между  $(P_1^S - P_2^S)$  и  $\frac{\Delta P}{P_2}$  — уравнением регрессии 2-го порядка:  $y = 3,59 + 53,85x - 11,3x^2$ .

Вторая особенность полученных данных, заключающаяся в большой вариативности оценок, может быть, в известной степени связана с малым числом испытуемых. Последнее представляется существенным при оценке сукцессивных последовательностей, ибо хорошо известен факт вариабельности в случае, когда перцептивная оценка делается в отношении

сложных стимулов, тем более, что даже применительно к оценкам простых сенсорных интенсивностей, по мнению Гилфорда [14], существует различие между перцептивными «реакциями» и «суждениями», высказываемыми по требованиям инструкции, когда происходит преобразование образной информации в семантическое или символическое выражение. А такое преобразование зависит от личной установки, знаний и многих других факторов [7]. Вариативность оценок в нашем эксперименте может быть обусловлена и использованием различного типа вероятностных программ, когда оказывается влияние характера связи между бинарными последовательностями, распределения вероятностей событий и, наконец, просто различие между программами одного типа, что было отмечено в работе Питца [19]. Если оценка программ с зависимыми вероятностями является относительно привычным делом, то вывести точное «суждение» о двух независимых вероятностях появления событий может оказаться более трудной задачей. Наши данные показывают более точное соответствие между программными значениями  $P_1^s$  и  $P_2^s$  и субъективными оценками этих вероятностей при предъявлении неполностью случайных программ (с зависимыми вероятностями)<sup>1</sup>, тогда как в случае программ с независимыми вероятностями подкрепления (полностью случайные программы) расхождение между объективными значениями вероятностей  $P_1$  и  $P_2$  и субъективными оценками значительно больше; возрастает также и дисперсия этих оценок (коэффициент корреляции между  $P_1$ ,  $P_2$  и средними значениями  $P_1^s$ ,  $P_2^s$  в случае программ с зависимыми вероятностями  $r_1=0.98$ ;  $n=12$ ;  $p<0.001$ ; коэффициент корреляции между  $P_1$ ,  $P_2$  и средними значениями  $P_1^s$ ,  $P_2^s$  в случае программ с независимыми вероятностями  $r_2=0.59$ ;  $n=20$ ;  $p<0.01$ ). Хотя в обоих случаях мы имеем значимую корреляцию между программными значениями вероятностей и субъективными оценками, однако вычисленная по общим правилам разность между  $r_1$  и  $r_2$  достоверна ( $t=3.95$ ;  $n_1=12$ ;  $n_2=20$ ).

В величине усредненных субъективных оценок отчетливо видна тенденция испытуемых исходить из суммы вероятностей, равной единице, хотя индивидуальные оценки обнаруживают, что ряд испытуемых различает программы с зависимыми и независимыми вероятностями.

Понятно, что в данном исследовании нас интересовало и установление средних значений разностных порогов, т. е. порогов различия вероятностей. При установлении их мы основывались на методе истинных и ложных случаев, предложенном Фехнером, или, как его еще называют, на методе постоянных раздражителей [6], [7]. При использовании этого метода за наиболее вероятное значение порога принимается то, в котором стимулы одинаково часто правильно различаются и не различаются. Нейтральные ответы «неопределен», «равно» делятся поровну между группами ответов «да» и «нет» (в нашем случае — «больше» и «меньше»). Результаты в графической форме представлены на рис. 2. Можно считать, что среднее значение верхнего и нижнего разностных порогов равно 0,08, если в качестве эталонного, или «нормального», стимула взята последовательность с вероятностью подкрепления 0,5.

Близкие значения величины разностного порога приводят Горьян, Meerzon, Tonkonogiy, Цуккерман [5]. В указанном исследовании испытуемым предъявлялись для сравнения два рисунка с белыми и черными квадратиками, нанесенными на равные площади в различных пропорциях. Испытуемые должны были оценить, различаются ли эти рисунки по частоте появления черных квадратиков. Таким образом, задача, которая решалась в этом эксперименте, должна быть отнесена к различию симультанных вероятностей, т. е. вероятностей появления события, распределенного в пространстве, тогда как в нашем исследовании изучалось различие сукцессивных вероятностей — вероятностей появления событий, распределенных во времени. Поскольку в приводимой работе использовались сочетания белых и черных квадратиков, полученные результаты могут быть рассмотрены с двух точек зрения: во-первых, как восприятие множественности, во-вторых, как различие яркостей, так как речь идет об относительно простых раздражителях одной сенсор-

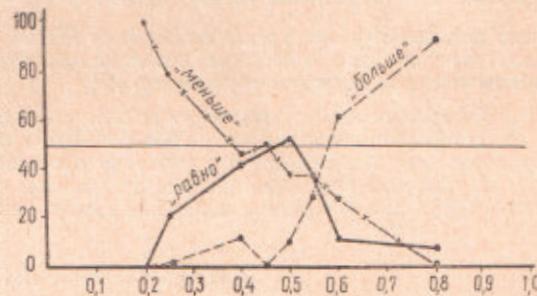


Рис. 2. Графическое изображение результатов измерения разностных порогов по методу постоянных раздражений. В качестве «нормального» раздражения служила вероятность  $P=0.5$ . Ось ординат — пропорции ответов, ось абсцисс — интенсивности предъявляемых раздражителей.

<sup>1</sup> Отмечается соответствие между средними значениями  $P_1$  и  $P_2$ , полученными в нашем эксперименте, и аналогичными оценками, приводимыми в исследовании Питца.

ной модельности, восприятие которых, по-видимому, связано с числом рецепторных элементов, вовлеченных в процесс восприятия.

Поэтому в проведенном нами дополнительном эксперименте мы несколько видоизменили указанную выше методику, чтобы исключить влияние яркости, и заменили черные квадратики крестиками, нанесенными на соответствующие квадратикам поля. Однако результаты различия и величина разностных порогов ( $\approx 0,03-0,05$  при «нормальной» или эталонной вероятности, равной 0,5) не изменились.

Можно сделать вывод, что различие симультанных, «пространственных» вероятностей для человека является относительно более простой задачей и выполняется с большей степенью точности, нежели различие вероятностей появления событий, распределенных во времени.

Если при исследовании дифференциальных порогов в качестве «нормального» стимула брать значения вероятностей в континууме от 0 до 1, то, по-видимому, относительная величина разностного порога изменится, т. е. постоянство относительного значения «различительной ступени» будет нарушаться. Такая тенденция отмечалась нами при значениях вероятностей, близких к 0 и 1. Подобное отклонение от линейности в крайних точках предъявляемого диапазона стимульных последовательностей для различных оценочных функций отмечено в целом ряде работ ([19], [22], [20], [21] и др.). Это вполне соответствует результатам многочисленных исследований, показавших непостоянство закона Вебера при переходе к раздражителям экстремальной интенсивности. Именно на основании таких результатов часто и делался вывод о несостоятельности закона Вебера—Фехнера или об ограниченной сфере его приложения и его малой значимости. Однако ограничение области, в которой наблюдается полное соответствие закону, является вполне оправданным. Такие же ограничения имеют место в проявлениях других закономерностей в живом организме, и связаны они с функциональным состоянием нервной системы, с количеством мобилизованных элементов [8], [15]. Видимо, последнее объясняет нелинейность в проявлении законов, которая может быть следствием перехода к реагированию в новом режиме. Эта нелинейность сама по себе может характеризовать живые системы. Предположительно, в реагировании организмов можно выделить три основных уровня соответственно трем участкам линейности.

Тот очевидный факт, что имеется зависимость между ответами испытуемых и тремя формально различными характеристиками «среды», т. е. вероятностной программы, указывает, что все выбранные характеристики содержат общий фактор. Таким является принцип отношения, положенный в основу указанных программных характеристик.

На основании установления функциональной зависимости между поведением испытуемых характеристикой «вероятностной среды» —  $x = \frac{P_1(1-P_2)}{P_2(1-P_1)}$ , нами была получена модель обучения, реализованная на ЭЦВМ. Результаты этого этапа работы показали, что принцип отношения вероятностей, будучи положенным в основу модели, обеспечивает ее хорошую обучаемость [3].

Общими выводами работы могут быть следующие положения:

- 1) сфера приложения закона Вебера—Фехнера может быть значительно расширена; он может быть использован при изучении поведения в вероятностной среде;
- 2) усвоение структуры последовательностей при вероятностном обучении определяется принципом отношения, нашедшим свое выражение в законе Вебера—Фехнера.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Будашевский Б. Г., Меницкий Д. Н. Характеристика реакций человека на стереотипные и случайные сигналы в условиях выбора. В сб. «Проблемы нейрокибернетики» под ред. А. Б. Когана и др. Ростов-на-Дону, 1966.
2. Будашевский Б. Г., Меницкий Д. Н. Исследование усвоения человеком вероятностных и однозначно детерминированных последовательностей подкрепления. В сб. «Вопросы бионики». М., 1967.
3. Будашевский Б. Г., Орлов В. А. Исследование с помощью ЭЦВМ модели оптимального поведения в вероятностной среде. «Тезисы докладов XXII Областной научно-технической конференции, посвященной 50-летию Советской власти и Дню радио (15—20 мая 1967 г.)». Л., 1967.
4. Буш Р. и Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости (1955). Перевод с английского. М., 1962.
5. Горьян И. С., Меэрсон Я. А., Тонконогий И. М., Цуккерман И. И. Об изучении особенностей восприятия сообщений, различающихся по своим статистическим свойствам. В сб. «Психологические методы исследования в клинике. (Материалы симпозиума 14—17 февраля 1967 г.)» Л., 1967.
6. Кравков С. В. Отчет общей психофизиологии органов чувств. М.-Л., 1946.
7. Пьерон А. Психофизика. Гл. V в кн. «Экспериментальная психология» под ред. П. Фреффса и Ж. Пиаже (1963). Перевод с французского. М., 1966.

8. Снякин П. Г. Проблема функциональной мобильности органов чувств. «Вестник Академии медицинских наук СССР», вып. I, 1957.
9. Стрелков Р. Б. Метод вычисления стандартной ошибки и доверительных интервалов средних арифметических величин с помощью таблицы. Сухуми, 1966.
10. Янко Я. Математико-статистические таблицы. М., 1961.
11. Коул М., Корж Н., Келлер Л. Обучение вероятности при длительной тренировке. «Вопросы психологии», № 2, 1965.
12. Eglick D. E. Absolute judgments of discrete quantities randomly distributed over time. «J. exp. Psychol.», 67, 1964.
13. Goldman A. E., Depuy J. The ontogenesis of choice behavior in probability and sequential programs. «J. Genet. Psychol.», 102, I, 1963.
14. Guilford J. P. Psychological measurement. «Psychometrika», 29, 1961.
15. Heinz M. und Lipray. Ueber die Beziehungen zwischen der Unterschieds empfindlichkeit und der Zahl der erregten Sinneselemente. «Pflüger's Arch.», 218, 1928.
16. Hardy J. D., Wolff H. G., Helenе Goodell. Studies on pain: Discrimination of differences in intensity of a pain stimulus as a basis of a scale of pain intensity. «J. clinic. Investig.», 26, 1947.
17. Hardy J. D., Wolff H. G., Helenе Goodell. An investigation of some quantitative aspects of the dol; scale of pain intensity. «J. clinic. Investig.», 27, 1948.
18. Kellogg W. N. An experimental comparison of psychophysical methods. «Arch. Psychol.», 103, 1929.
19. Pitz G. F. Response variables in the estimation of relative frequency. «Percept. Motor Skills», 21, 1965.
20. Simpson W., Voss J. F. Psychophysical judgements of probabilistic stimulus sequences. «J. exp. Psychol.», 62, 1961.
21. Shuford E. H. Percentage estimation of proportion as a function of element type, exposure time, and task. «J. exp. Psychol.», 61, 1961.