водить на шкале зависимости γ и Ω от параметра накачки α, полагая y_s в качестве неотрицательного линейно нарастающего параметра. Возникновение неустойчивости, т.е. переход к положительным значениям γ, происходит для определенных «пороговых» значений α. Результаты численного интегрирования (1) указывают при этом на характерное для автомодуляционного режима излучения регулярное изменение интенсивности $x(t)$.

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ДВУХМАССОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Д.А. Груздов

(ГГУ им. Ф. Скорины)

Задачи управления составляют один из наиболее сложных и актуальных разделов современной теории экстремальных задач. По результатам решения таких задач оцениваются достоинства большинства новых методов оптимизации. В данной работе оптимальное программное управление строится для гашения колебаний в двухмассовой колебательной системе, линеаризованная математическая модель которой имеет вид:

$$\dot{x}_1 = x_3, \quad \dot{x}_2 = x_4, \quad \dot{x}_3 = \frac{c_1}{m}x_1 + \frac{c_2}{m}x_2 + \frac{1}{m}u, \quad \dot{x}_4 = \frac{c_1}{M}x_1 - \frac{c_1 + c_2}{M}x_2,$$

где m, M – массы объектов, c_1, c_2 – коэффициенты упругости пружин, u – управляющее воздействие.

Выберем параметры метода $L>0$, $\theta>0$ и класс дискретных доступных управлений $u(t) \equiv u(k), t \in [\tau_k, \tau_{k+1}[$, $k = 0, 1, 2, \ldots, \tau_0 = 0$. Кусочно-постоянную функцию $u(t), t \in T = [0, \theta]$, и соответствующую ей траекторию $x(t), t \in T$, системы $\dot{x} = Ax + bu$, $x(0) = x_0$, назовем допустимым управлением и допустимой траекторией, если $|u(t)| \le L, t \in T$, и в конечный момент выполняется равенство $x(\theta) = g$. Качество допустимых управлений будем оценивать по значениям функционала

$$J(u) = \min_u |u(t)|. \qquad (1)$$

Допустимое управление $u^0(t), t \in T$, и траекторию $x^0(t), t \in T$, назовем оптимальными, если на них критерий качества (1) достигает минимального значения $J(u^0) = \min_u J(u)$.

Для построения оптимального программного управления используется задача минимизации интенсивности управления:

$$\mu \to \min\,,\ \dot{x} = Ax + bu\,,\ x(0) = x_0\,,\ x(\theta) = 0\,,\ |u(t)| \le \mu\,, \qquad (2)$$

которая с помощью замены $\xi(t) = u(t)/\mu$, $\xi_0 = 1/\mu$ сводится к линейной задаче терминального управления

$$\xi_0 \to \max\,,\ \dot{x} = Ax + bu\,,\ x(0) = x_0\,,\ x(\theta) = 0\,,\ |\xi(t)| \le 1, \quad \xi_0 \ge 0.$$

Используя задачу минимизации интенсивности управления было построено оптимальное программное управление для гашения колебаний в двухмассовой колебательной системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Габасов, Е.А. Ружицкая Робастная стабилизация динамических систем ограниченными управлениями // ПММ. Т. 62, Вып. 5, 1988 с. 778-786.

УРАВНЕНИЯ С ЧЕТНЫМИ РЕШЕНИЯМИ

С.П. Дубровская
(ГГУ им. Ф.Скорины, Гомель)

Наличие временных симметрий у решений дифференциального уравнения облегчает качественное исследование этой системы. В настоящем сообщении дается ответ на вопрос, когда у дифференциального уравнения существуют четные решения.

Рассмотрим уравнение n-го порядка, разрешенное относительно старшей производной

$$y^{(n)} = f(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})\,. \qquad (1)$$

Теорема 1. *Пусть функция* $f(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ *такова, что* $f(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv (-1)^n f(-t, x_1, -x_2, \dots, (-1)^{n+1} x_n)$. *Тогда те решения* $y(t)$ *дифференциального уравнения (1), для которых* $y^{(2k)}(0) = 0$ $\left(k = 1, 2, \dots, \left[\dfrac{n}{2}\right]\right)$, *являются четными.*

Теорема 2. *Пусть существует функция* $g = g(t, x_1, \dots, x_{n-1})$ *непрерывно дифференцируемая и такая, что*

$$f(t, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, g) - (-1)^n f(-t, x_1, -x_2, \dots, (-1)^n x_{n-1}, (-1)^{n+1} g) \equiv 0,$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial g}{\partial x_2} x_3 + \dots + \frac{\partial g}{\partial x_{n-1}} g - f(t, x_1, \dots, x_{n-1}, g) \equiv 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} \ne 0$$