УДК 535.42

НОВОЕ ОПИСАНИЕ ЭФФЕКТА ЛАУ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РАСТРОВОГО ПРОЦЕССА

Шовгенюк М. В.

На основе теории формирования растрового изображения выявлена закономерность, позволяющая дать расширенную интерпретацию эффекта Лау как процесса селективной фильтрации монохроматических дифрагированных волн.

В [1–4] ранее исследовался эффект Лау, заключающийся в образовании при некогерентном освещении в результате дифракции Френеля на двух идентичных растрах (решетках) высококонтрастной интенференционной картины цветных полос. Этот дифракционный эксперимент открывает новые возможности применения растровой системы, в особенности для некогерентной интерферометрии [5], и создания новых систем оптической обработки сигналов [6]. Одним из самых широких применений дифракции Френеля при некогерентном освещении является растровый процесс полиграфической технологии. В данной работе впервые дается вывод общей зависимости для распределения интенсивности при некогерентном освещении и объяснение эффекта Лау на основе теории формирования растрового изображения [7].

Схема эксперимента Лау приведена на рис. 1. Распределение дифрагированной амплитуды растрового поля в плоскости P от точечного источника в плоскости P_1 первого растра выражается преобразованием Френеля [8]

$$g(\mathbf{x};\ \mathbf{x}_0) = \frac{\exp[ik(d_1+d_2+f)]}{i\lambda d_1 d_2 f}\tau_1(\mathbf{x}_0)\int \tau_2(\mathbf{x}_2)\, Z\left(\mathbf{x}_0-\mathbf{x}_2;\ \frac{1}{d_1}\right)\times$$
$$\times\left\{\int Z^*\left(\mathbf{u};\ \frac{1}{f}\right) Z\left(\mathbf{x}_2-\mathbf{u};\ \frac{1}{d_2}\right) Z\left(\mathbf{u}-\mathbf{x};\ \frac{1}{f}\right) d\mathbf{u}\right\} d\mathbf{x}_2, \tag{1}$$

где $Z\left(x;\ \frac{1}{d}\right) = \exp\left(\frac{ik}{2d}\mathbf{x}^2\right)$ — функция Френеля, $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, $\tau_1(\mathbf{x}_0)$ и $\tau_2(\mathbf{x}_2)$ — амплитудное пропускание первого и второго растворов, f — фокусное расстояние линзы. После интегрирования по $\mathbf{u}$ формула (1) сводится к свертке ($\otimes$) [1, 6]

$$g(\mathbf{x};\ \mathbf{x}_0) = \frac{\varepsilon(\mathbf{x};\ \mathbf{x}_0)}{d_1 f}\tau_1(\mathbf{x}_0)\left[\tau_2(d_1\mathbf{R}) \otimes Z(\mathbf{R};\ d_1)\right] \tag{2}$$

относительно вектора $\mathbf{R} = \mathbf{x}/f + \mathbf{x}_0/d_1$, где $\varepsilon(\mathbf{x};\ \mathbf{x}_0) = \exp\{ik[d_1+d_2+f(1+\mathbf{x}\mathbf{x}_0)]\}\, Z(\mathbf{x}/f;\ f-d_1-d_2)$ — фазовый множитель. Полученная свертка описывает стадию формирования изображения в растровом процессе [7]. На основе применения методов Фурье-анализа [8] эта свертка может быть записана в виде

$$g_2(R) = \frac{i\lambda d_1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty} t_2(m\omega_{02})\, Z^*\left(\frac{m\omega_{02}}{k};\ d_1\right)\exp(im\omega_{02}d_1R), \tag{3}$$

где $t_2(\omega)$ — Фурье-спектр амплитудного пропускания второго растра.

Для определения условий реализации эффекта Лау необходимо перейти от (2) к распределению интенсивности. На основании (3) для растров с П-образным профилем элементарной ячейки интенсивность дифрагированного света в зоне Френеля описывается формулой [9]

$$I_2(R)=\lambda^2 d_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(a_2;\ \gamma_0)\exp(im\omega_{02}d_1R), \tag{4}$$

где коэффициент передачи контраста изображения на частотах, кратных частоте второго растра ω_{02}, определяется

$$A_m(a_2;\ \gamma_0)=A_m^+(a_2;\ \gamma_0)\,\Gamma_m^+(a_2;\ \gamma_0)+A_m^-(a_2;\ \gamma_0)\,\Gamma_m^-(a_2;\ \gamma_0). \tag{5}$$

Передаточные коэффициенты $A_m^{\pm}(a_2;\ \gamma_0)$ задаются формулой

$$A_m^{\pm}(a_2;\ \gamma_0)=\frac{2a_2}{T}\,\frac{\sin m\omega_{02}(a_2\pm\gamma_0 m\omega_{02})}{m\omega_{02}a_2}, \tag{6}$$

а соответствующие им весовые коэффициенты определяются рядом

$$\Gamma_m^{\pm}(a_2;\ \gamma_0)=\frac{2a_2}{T}\sum_{k'=-\infty}^{\infty}\frac{\sin k'\omega_{02}a_2}{k'\omega_{02}a_2}\cos k'\omega_{02}(a_2\pm 2\gamma_0\omega_{02}). \tag{7}$$

Методику определения численных значений коэффициентов (7) наглядно иллюстрирует рис. 2. В зависимости от частоты растрового поля $m\omega_{02}$ дискрет-

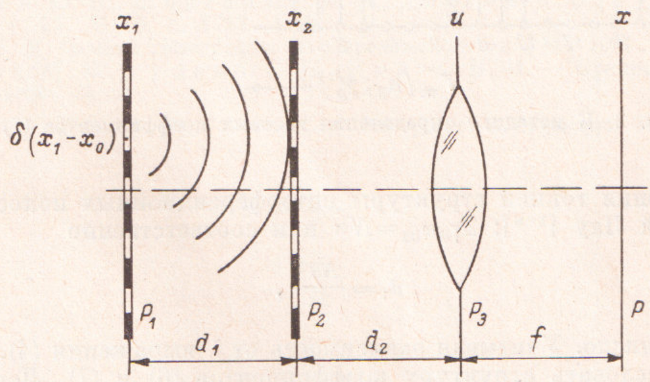

Рис. 1. Схема эксперимента Лау.

ная выборка значений коэффициентов $\Gamma_m^{\pm}(a_2;\ \gamma_0)$ производится в соответствии с профилем амплитудного пропускания второго растра, а начало отсчета частот совпадает с краем элементарной ячейки. Масштаб дискретной выборки задается параметром $2\gamma_0\omega_{02}=\lambda d_1/T$, характеризующим условия дифракции Френеля на втором растре. Как видно, отсчет весовых коэффициентов $\Gamma_m^+(a_2;\ \gamma_0)$ производится вправо от края ячейки, а коэффициентов $\Gamma_m^-(a_2;\ \gamma_0)$ — влево. В зависимости от относительных размеров элементарной ячейки $2a_2/T$ и рассматриваемой частоты $m\omega_{02}$ весовые коэффициенты $\Gamma_m^{\pm}(a_2;\ \gamma_0)$ принимают значения 0 или 1. Сравнивая с ранее известными результатами исследований [3, 4], видно, что использование данной методики определения весовых коэффициентов (7) существенно упрощает задачу расчета интенсивности дифрагированного света (4) и соответственно моделирование эффекта Лау. Очевидно, что на основании (4) получаем новое определение оптической передаточной функции (ОПФ) эксперимента Лау. Теперь, учитывая некогерентное освещение первого растра, для условий наблюдения эффекта Лау можно записать общее аналитическое решение

$$I(x)=\frac{\lambda^2}{f^2}\frac{2a_1}{T_1}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\sin n\omega_{01}a_1}{n\omega_{01}a_1}\sum_{m=-\infty}^{\infty}A_m(a_2;\ \gamma_0)\exp\left(im\omega_{02}\frac{d_1}{f}x\right)\delta(n\omega_{01}+m\omega_{02}). \tag{8}$$

На основании (8) приходим к важному выводу, что эффект Лау является прямым следствием реализации в некогерентной системе с двумя растрами общего принципа пространственной фильтрации изображения, как это имеет место в растровом процессе [7]. Соответственно формирование высококонтрастной интерференционной картины цветных полос находит свое объяснение как процесс фильтрации двух спектров: спектра частот интенсивности, модулированной первым растром, и спектра частот дифрагированного на втором растре распределения интенсивности. Как видно, обязательным условием фильтрации является равенство частот двух растров, включая также ранее малоисследованный случай кратности частот. При этом второй растр выполняет функцию линзы с коэффициентом линейного увеличения $M=d_1/f$, что дает простое объяснение экспериментально наблюдаемой картине [6] и согласуется с данными [1-4].

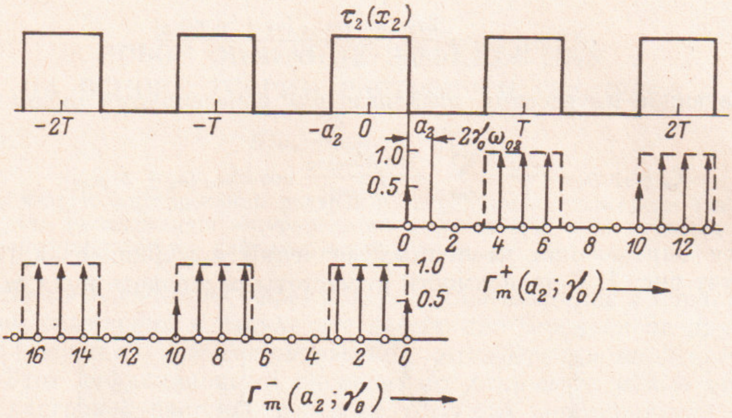

Рис. 2. К методике определения весовых коэффициентов (7).

Для объяснения тонкой структуры интерференционных полос будем исходить из условий Лау [1-6]: $2\gamma_0\omega_{02}=N\pi$ или соответственно

$$d_1=\frac{NT^2}{2\lambda}, \tag{9}$$

где N — целое число. Учитывая зависимость от λ выражения (4), для анализа достаточно исследовать структуру коэффициентов (6) и (7). Легко показать, что для $N=0, 4, 8, \ldots$ передаточные коэффициенты (5) сводятся к виду: $A_m(a_2;\,0)=\frac{2a_2}{T}\frac{\sin m\omega_{02}a_2}{m\omega_{02}a_2}$. Соответственно для $N=2,\ 6,\ 10,\ \ldots$ — $A_m(a_2;\,0)=$ $=(-1)^m\frac{2a_2}{T}\frac{\sin m\omega_{02}a_2}{m\omega_{02}a_2}$. Для нечетных N передача контраста растрового поля на нечетных частотах равна нулю, т. е. $A_m\equiv A_{2m}(c_2;\,0)=\frac{2a_2}{T}\frac{\sin 2m\omega_{02}a_2}{2m\omega_{02}a_2}$. Таким образом, для целых N дифракция на втором растре отсутствует, т. е. реконструируется изображение растра и, следовательно, выявляется общая аналогия эффекта Лау с эффектом Тальбота при когерентном освещении [1]. Если подставить полученные значения передаточных коэффициентов в (8), то при условии $\omega_{01}=\omega_{02}$ приходим к аналогичным формулам из [3], а также, как частный случай при $a_1=a_2$, к распределению интенсивности интерференционных полос в форме треугольных импульсов [1].

Однако условия (9) могут считаться достаточными лишь для строго монохроматического освещения. Уже в приближении квазимонохроматического некогерентного освещения объяснение эффекта Лау усложняется, так как необходимо учитывать дифракцию Френеля для длин волн, соответствующих по условию (9) нецелому рациональному числу [4]. На основе предложенной модели нами выявлена закономерность, позволяющая упростить условия анализа дифракции и дать более расширенную интерпретацию эффекта Лау как процесса селективной фильтрации монохроматических дифрагированных волн.

Для полихроматического некогерентного освещения условия (9) могут быть выполнимы для двух и более длин волн, учитывая, что интервалы между ними сокращаются с увеличением d_1. В связи с этим представляет интерес исследование дифракции от двух симметрично расположенных длин волн λ_i относительно λ_N. На основе анализа коэффициентов (6) и (7) приходим к заключению, что при условии $|\Delta\lambda|=|\lambda_i-\lambda_N|\leqslant T^2/4d_1$ две произвольные λ_i подчиняются той же закономерности формирования контраста растрового поля, что и λ_N. Следовательно, в окрестности четной λ_N две симметричные λ_i формируют идентичные растровые поля, которые суммируются. В то же время в окрестности нечетной λ_N дифракция от λ_i на четных и нечетных частотах растрового поля отличается: на четных частотах эти поля суммируются, а на нечетных — вычитаются. Теперь, учитывая спектральный состав некогерентного освещения, видно, что при эффекте Лау имеет место перераспределение монохроматических дифрагированных волн, которое объясняет формирование тонкой структуры цветных интерференционных полос, определяемых избранными длинами волн λ_N.

Литература

[1] Jahns J., Lohmann A. W. — Opt. Commun., 1979, v. 28, N 3, p. 263—267.
[2] Brenner K. H., Lohmann A. W., Ojeda-Castaneda J. — Opt. Commun. 1983, v. 46, N 1, p. 14—17.
[3] Swanson G. J., Leith E. N. — J. Opt. Soc. Am., 1982, v. 72, N 5, p. 552—555.
[4] Sudol R., Thompson B. J. — Appl. Opt., 1981, v. 20, N 6, p. 1107—1116.
[5] Bartelt H. O., Li Y. — Opt. Commun., 1983, v. 48, N 1, p. 1—6.
[6] Jutamulia S., Asakura T. — J. Optics, 1985, v. 16, N 3, p. 121—125.
[7] Селиванов Ю. П., Шовгенюк М. В., Довгий Я. О., Гунько С. Н. — УФЖ, 1980, т. 25, № 10, с. 1712—1720.
[8] Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. М., 1971. 616 с.
[9] Шовгенюк М. В., Гунько С. Н., Кмить Н. И. — Препринт ИТФ-86-49Р. Киев, ИТФ, 1986. 44 с.

Поступило в Редакцию 28 января 1986 г.