

Методика расчёта эффективности организации транспортной системы, функционирующей в условиях воздействия случайных факторов

Е.И. СУКАЧ, С.П. ЖОГАЛЬ, Д.В. ДЕРЕВЯНКО, Е.С. АБРАМОВ

Рассматривается методика оценки и прогнозирования эффективности организации транспортных систем с использованием математической модели, позволяющей описать структуру объекта и оценить характеристики его функционирования одновременно и с учётом динамически изменяющихся характеристик эффективности составляющих его элементов.

Ключевые слова: транспортная система, надёжность, эффективность, графы, автоматизация расчёта вероятностных характеристик, вероятностное моделирование.

The technique of estimation and forecasting of efficiency of the organization of transport systems with use of the mathematical model which allows describing structure of object and estimating characteristics of its functioning simultaneously and taking into account dynamically changing characteristics of efficiency of its constituent elements is considered.

Ключевые слова: transport system, reliability, efficiency, graphs, automation of calculation of probability characteristics, probabilistic modeling.

Введение. Эксплуатация транспортных систем (ТС) предполагает, как правило, различные варианты организации выполнения предписанных им функций. Выбор лучшего варианта функционирования системы в смысле исследуемого свойства должен основываться на математически обоснованном сравнении вариантов, отличающихся как структурной организацией, так и параметрами элементарных участков, составляющих систему.

Для управления дорожным движением на транспортной сети городов повсеместно используются системы управления, алгоритмы работы которых основаны на моделях потоков транспортных систем (ТС). Актуальной задачей является задача маршрутизации – нахождение кратчайшего маршрута следования. Решение этой задачи возможно с использованием классических алгоритмов Дейкстры, Беллмана-Форда, Флойда-Уоршелла [1].

Однако они применимы при определенных ограничениях ТС и их участков. В классической постановке задачи определения кратчайшего пути между заданными пунктами ТС предполагается постоянная величина характеристик участков ТС. Если такой характеристикой является длина участков, то указанные алгоритмы, основанные на аналитических расчётах [1], позволяют найти кратчайший путь. Однако выбор кратчайшего пути в смысле времени перемещения транспортных средств, стоимости и общей эффективности организации транспортного процесса требует разработки специальных методов, позволяющих учесть случайный характер этих величин.

Поэтому актуально применение методологии вероятностного моделирования [2], которая позволит последовательно решить типовые задачи моделирования, результаты которого могут служить основой принятия решения при управлении потоками ТС.

В статье излагается и иллюстрируется один из подходов для вероятностной оценки интервальных значений минимальной стоимости (максимальной эффективности) организации ТС, имеющей структурно-сложную организацию.

Вероятностная методика расчёта эффективности организации транспортной системы. Объектом исследования является ТС, которая представляется в виде графа $G(N, K)$, где $N = \{N_\nu\}, \nu = \overline{1, l}$ – вершины, $K = \{K_j\}, j = \overline{1, m}$ – рёбра, соответствующие участкам ТС. Выбираются две терминальные вершины $N_1, N_2 \in N$, определяющие вход/выход исследуемой системы.

Исходными данными для расчёта являются вектора вероятностей, характеризующие возможные значения выбранного показателя эффективности перемещения транспорта по

участкам сети, полученные с использованием экспериментальных данных, и определяющие вероятностные состояния участков ТС.

При этом предполагается, что значение показателя эффективности организации перемещения по участкам (стоимости/времени перемещения единицы транспорта) изменяется в пределах заданных интервалов, а именно:

$$ST_i \in [ST_{i_0}, ST_{i_m}], i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где m -число участков ТС, ST_i – стоимость/время перемещения единицы транспорта по i -му участку, ST_{i_0} – нижняя граница стоимости/времени перемещения единицы транспорта по i -му участку, ST_{i_m} – верхняя граница стоимости/времени перемещения единицы транспорта по i -му участку. Будем полагать, участки могут находиться в двух состояниях, которым соответствуют граничные значения стоимости/времени, то есть

$$S_1 = ST_{i_0}, S_2 = ST_{i_m}. \quad (2)$$

Ставится задача вероятностной оценки показателя эффективности (стоимости/времени) организации ТС, то есть определения значений вектора вероятностей состояний эффективности и соответствующих интервальных значений показателя эффективности по вероятностным значениям показателя эффективности перемещения единиц транспорта по участкам ТС.

Методика оценки вероятностных показателей эффективности организации ТС реализуется последовательностью следующих шагов.

Шаг 1. Генерируются все детерминированные варианты реализации случайного графа $G(N, K)$, рёбра которого имеют вероятностные веса:

$$P^i = (p_1^i, p_2^i), \sum_{j=1}^2 p_j^i = 1, i = \overline{1, m} \quad (3)$$

определяющие вероятности возможных значений показателя эффективности перемещения единиц транспорта по участкам. При рассмотрении двух значений (2) число таких вариантов $H = 2^m$. Обозначим множество вариантов реализаций случайного графа

$$H_VAR = \{G_h(N, K)\}, h = \overline{1, H} \quad (4)$$

Шаг 2. Для полученных вариантов (4), представляющих собой графы $G_i(N, K)$ с детерминированными значениями затрат на прохождение участков, на основе одного из детерминированных алгоритмов расчёта кратчайшего пути в графе [Ж] определяется величина пути минимальной стоимости/времени (максимальной эффективности) и формируется его вид в графе. В результате каждой реализации случайного графа ставится в соответствие значение стоимости/времени Φ_h , то есть:

$$G_h(N, K) \rightarrow \Phi_h, h = \overline{1, H} \quad (5)$$

Шаг 3. Вычисляются вероятности возможных значений стоимости/времени, соответствующие вариантам реализации случайного графа:

$$P(\varphi_h) = \prod_{i=1}^m p_{hi}, h = \overline{1, H}, \quad (6)$$

где p_{hi} – вероятность значения стоимости/времени прохождения i -го участка в h -ом варианте реализации случайного графа $G(N, K)$.

Шаг 4. Формируются интервальные оценки значений показателя эффективности организации ТС, образом которой является граф $G(N, K)$. С этой целью среди всех вариантов определяются минимальное и максимальное значения стоимости/времени, определяющие границы изменения стоимости/времени прохождения транспорта по сети:

$$ST_o^s = \varphi_{max} = \max_h(\varphi_h), ST_n^s = \varphi_{min} = \min_h(\varphi_h) \quad (7)$$

После чего интервал изменения стоимости/времени прохождения транспорта по сети разбивается на n интервалов, каждый из которых характеризует j -ое вероятностное состояние системы:

$$[ST_o^s, ST_n^s] \rightarrow \{[ST_o^s, ST_1^s], [ST_j^s, ST_{j+1}^s], j = \overline{1, n-2}, [ST_{n-1}^s, ST_n^s]\} \quad (8)$$

Шаг 5. Вычисляются вероятности состояний стоимости/времени перемещения транспорта, соответствующие интервалам стоимостей/времени:

$$\begin{aligned}
 P(S_1) &= \sum_{h=1}^H P(\varphi_h), \varphi_h \in [ST_0^s, ST_1^s] \\
 P(S_2) &= \sum_{h=1}^H P(\varphi_h), \varphi_h \in [ST_1^s, ST_2^s] \\
 &\dots\dots\dots \\
 P(S_n) &= \sum_{h=1}^H P(\varphi_h), \varphi_h \in [ST_{n-1}^s, ST_n^s].
 \end{aligned} \tag{9}$$

Таким образом, результатом оценки вероятностных значений состояний показателя эффективности организации ТС является два вектора, а именно, вектор интервальных значений стоимости (8) и вектор вероятностей, характеризующий эти интервальные оценки стоимости/времени:

$$P^s = (P(S_1), P(S_2), \dots, P(S_n)), \sum_{j=1}^n P(S_j) = 1. \tag{10}$$

Особенностью предложенной методики является то, что для двух состояний стоимости/времени перемещения транспорта по участкам, имеющих вероятностную природу, формируется множество состояний стоимости/времени перемещения по сети, то есть имеем отображение:

$$\{[ST_{i_0}, ST_{i_n}], j = \overline{1, n}\} \rightarrow \{[ST_0^s, ST_1^s], \{[ST_j^s, ST_{j+1}^s], j = \overline{1, n-2}\}, [ST_{n-1}^s, ST_n^s]\} \tag{11}$$

При этом два состояния стоимости/времени прохождения участков отображаются в n состояний стоимости/времени всей ТС:

$$\{S_1, S_2\} \rightarrow \{S_1, S_2, \dots, S_n\}, \tag{12}$$

а множество векторов вероятностей отображаются в один вектор.

Полученные результаты расчета представляются в виде гистограммы, характеризующей интервальные значения стоимости/времени для заданных значений стоимости/времени прохождения транспорта по участкам.

Очевидно, что описанный алгоритм работает для ТС, включающих ограниченное число участков, поскольку увеличение числа участков приводит к экспоненциальной сложности расчётов. При рассмотрении трёх состояний пропускной способности участков число вариантов будет $H = 3^m$ и т. д. Кроме этого, применение для каждой реализации случайного графа $G(N, K)$ детерминированных алгоритмов со своими итерациями, также сказывается на времени расчёта. Поэтому при рассмотрении структурно-сложных ТС большой размерности необходим переход к методике расчёта вероятностного показателя эффективности организации ТС с использованием аппарата вероятностно-алгебраического моделирования [3].

Пример оценки эффективности организации транспортной системы структурно-сложной организации. Рассматривается типовой вариант организации ТС (рисунок 1). Схема представляет собой упрощённый вариант организации ТС и включает соединённые графические примитивы, обозначающие типовые элементы (ребра-дороги, вершины-города), имеющие вероятностные параметры.

С целью вероятностного моделирования схема была преобразована в граф (рисунок 2), с выделением элементов вероятностной модели.

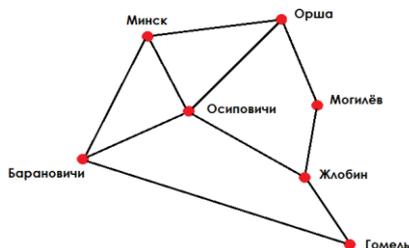


Рисунок 1 – Схема транспортной системы

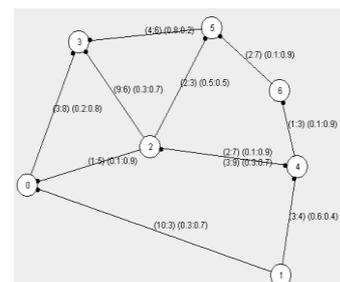


Рисунок 2 – Граф модели ТС

С учетом заданных исходных данных (рисунок 2) в результате расчёта были получены вероятностные оценки, характеризующие найденные варианты эффективности (стоимости) организации ТС (таблица 1).

Таблица 1 – Результаты расчёта вероятностей путей и их стоимостей с учётом вероятностных характеристик стоимости перемещения по участкам

Стоимость варианта пути	Вершины пути	Вероятность пути	Стоимость варианта пути	Вершины пути	Вероятность пути
11	1-0-3	0,557312	12	1-4-2-5-3	0,006286896
6	1-0-3	0,14	16	1-4-6-5-3	0,0048384
18	1-0-3	0,0719712	14	1-4-2-5-3	0,00439344
17	1-4-6-5-3	0,0671328	10	1-4-6-5-3	0,004128
13	1-0-3	0,04021812	14	1-4-6-5-3	0,00193104
12	1-4-2-3	0,036747648	15	1-4-2-3	0,0011664
13	1-4-2-3	0,024498432	10	1-4-2-0-3	0,00107136
12	1-4-6-5-3	0,009927288	11	1-4-6-5-3	0,00096
13	1-4-2-5-3	0,009906624	15	1-4-2-5-3	0,00085536
15	1-4-6-5-3	0,00854496	16	1-4-2-3	0,0007776
13	1-4-6-5-3	0,006618192	11	1-4-2-0-3	0,00071424

Максимальное значение вероятности установлено для пути 1-0-3, стоимость которого имеет значение 11 условных единиц. Наиболее эффективным является путь 1-0-3, вероятность которого принимает значение 0,14. Время расчёта составило 0,29 секунды.

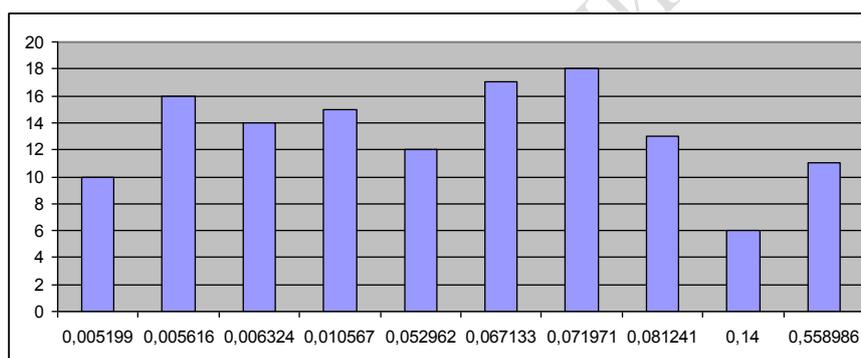


Рисунок 3 – Диаграмма вероятностных значений путей ТС и их стоимостей

Заключение. Изложенная методика направлена на решение важной практической задачи поиска максимально эффективного пути (с минимальной стоимостью/временем перемещения транспортных потоков) ТС, включающих множество участков с вероятностно изменяющимися значениями параметров эффективности (стоимости/времени). Расчёты с использованием программных средств, автоматизирующих все этапы методики, позволяют получить вероятностные оценки исследуемого свойства с вероятностной природой объекта исследования.

Литература

1. Задачи и модели исследования операций : учебное пособие / И.В. Максимей, В.Д. Левчук, С.П. Жогаль, В.Н. Подобедов ; под общ. ред. И.В. Максимея – Гомель : БелГУТ, 1999. – Ч. 3. Технология имитации на ЭВМ и принятие решений. – 150 с.
2. Сукач, Е.И. О различных подходах к исследованию вероятностных характеристик надёжности информационно-вычислительных сетей/ Е.И. Сукач, Е.И. Карасёва, Ю.В. Жердецкий, М.А. Бужан // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2015. – № 3 (90). – С. 83–87.
3. Сукач, Е.И. Метод вероятностно-алгебраического моделирования надёжности структурно-сложных систем большой размерности / Е.И. Сукач // Математические машины и системы. – 2014. – № 1. – С. 195–200.