Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 3 (144), 2024

УДК 519.872.5:681.142.2 EDN: RLUSGJ

Симметричная маркерная локальная сеть с относительным приоритетом

В.В. Бураковский, Г.Н. Казимиров

Исследуется симметричная локальная сеть с использованием маркерного кольца, состоящая из ограниченного числа N абонентских станций. На каждой из этих станций находятся два одноместных буфера, предназначенных для обработки сообщений двух различных классов. Поступающие на каждую станцию высокоприоритетные и низкоприоритетные сообщения формируют потоки, не зависящие от их порядкового номера, и подчинены пуассоновскому распределению с интенсивностями λ и μ соответственно. В результате проведенных исследований была получена система уравнений, позволяющая вычислить стационарные вероятности и основные вероятностно-временные характеристики данной локальной сети.

Ключевые слова: локальная сеть, маркерное кольцо, станция, сообщение, одноместный буфер, относительный приоритет обслуживания, стационарные вероятности состояний.

The investigation focuses on a symmetrical local area network utilizing token-passing, featuring a finite quantity of N stations. Each station is equipped with two singular buffers designated for the processing of two distinct types of messages. The incoming message streams to each station are modeled as autonomous Poisson processes, exhibiting arrival rates of λ and μ for high and low-priority messages, respectively. A set of equations has been derived to determine the steady-state probabilities and fundamental characteristics of the network under consideration.

Keywords: LAN, token-passing ring, station, message, single buffer, relative message priority service, steady-state probabilities.

Введение. В разработке сложных технических систем и сетей, используемых в авиаприборостроении и производственных процессах, необходимо устанавливать специальные правила для управления передачей сигналов данных. Для решения этой задачи математические модели играют ключевую роль, описывая процесс управления доступом к среде передачи данных.

Рассмотрим математическую модель локальной вычислительной сети (ЛВС) с передачей маркера (token passing LAN) [1, с. 101]. В таких сетях используется маленький фрейм (маркер, токен), который передает временное управление средой передачи данных конкретному устройству (абонентской станции, АС). Это позволяет распределять управление доступом к сети между абонентами. Когда АС получает контроль над маркером, она может передавать свои сообщения, а затем передает маркер следующей АС [2, с. 121]. Каждая АС знает, от какого устройства она получает маркер и кому его передать (обычно это ближайшие соседи этой АС). Существующие протоколы управления такой сетью [3, с. 23] обычно ограничивают время использования маркера каждой АС, например, в сети Token Ring, где используется управление доступом с передачей маркера, а также физическая или логическая кольцевая топология [4, с. 10].

В кольцевой сети схема с использованием маркера (токена) считается наиболее эффективной [5, с. 63]. Кольцевая маркерная ЛВС давно описана в литературе и соответствует протоколам доступа циклического типа. Преимущества такой организации ЛВС включают:

– предсказуемые характеристики сети (загрузка и задержка сообщений);

– возможность назначения приоритетов абонентам или сообщениям, что повышает надежность и скорость передачи важных данных;

– высокая пропускная способность сети при полной загрузке за счет устранения коллизий.

Сеть функционирует в соответствии со стандартом ANSI/IEEE 802.5 [6, с. 20].

Описание математической модели. Рассматривается симметричная кольцевая локальная вычислительная сеть с протоколом маркерного доступа (стандарт ANSI/IEEE 802.5), представляющая собой совокупность соединенных последовательно N АС. На каждой АС может находиться не более одного сообщения каждого из двух классов: высокоприоритетного и низкоприоритетного. Поступающие на АС сообщения образуют простейшие (пуассоновские) потоки с интенсивностями λ и μ для высокоприоритетных и низкоприоритетных требований соответственно. При получении токена АС передает:

1. высокоприоритетное сообщение (если оно есть);
2. низкоприоритетное сообщение (если высокоприоритетного сообщения нет).

Если у станции нет сообщений, токен сразу передается следующей станции. Таким образом, при появлении маркера АС может передать не более одного сообщения, что соответствует правилу обслуживания сообщений с относительным приоритетом [7, с. 9].

Все АС связаны между собой моноканалом. Пусть станции нумеруются по направлению движения токена по кольцу, и обозначим через δ время передачи маркера между соседними станциями. Время приема одного сообщения для любой станции равно a. За время $\Delta = N\delta + a$ станция обслуживает сообщение любого класса, если оно есть в буфере. Поскольку процессы приема и передачи сообщений на всех АС одинаковы, рассмотрим их для произвольной станции.

В момент поступления токена АС находится в одном из четырех состояний:

1. На АС нет сообщений (с вероятностью p_0).

2. На АС есть высокоприоритетное сообщение, но нет низкоприоритетного (с вероятностью p_1).

3. На АС есть только низкоприоритетное сообщение (вероятность p_2).

4. На АС есть сообщения обоих классов (вероятность p_3).

Расчет стационарных вероятностей и вероятностно-временных характеристик. Поведение рассматриваемой локальной сети в моменты поступления токена на АС можно описать при помощи цепи Маркова [8, с. 39].

Стационарные вероятности состояний рассматриваемой сети являются решением системы уравнений [9, с. 38]:

$$(p_0, p_1, p_2, p_3) = (p_0, p_1, p_2, p_3)\Theta, \sum_{i=0}^{3} p_i = 1.$$

Здесь $\Theta = \{p_{ij}, 0 \le i, j \le 3\}$ – матрица размерности (4 × 4), элементы которой рассчитываются по формуле полной вероятности:

$$p_{00} = e^{-(\lambda+\mu)N\delta}(p_0 + e^{-(\lambda+\mu)\Delta}(1-p_0))^{N-1};$$

$$p_{01} = e^{-\mu N\delta}(p_0 + e^{-\mu\Delta}(1-p_0))^{N-1} - p_{00};$$

$$p_{02} = e^{-\lambda N\delta}(p_0 + e^{-\lambda\Delta}(1-p_0))^{N-1} - p_{00};$$

$$p_{03} = 1 - \sum_{i=0}^{2} p_{0i}; \; p_{10} = e^{-\mu\Delta} p_{00}; \; p_{11} = e^{-\mu\Delta} p_{01};$$

$$p_{12} = e^{-\lambda N\delta}(p_0 + e^{-\lambda\Delta}(1-p_0))^{N-1} - p_{10};$$

$$p_{13} = 1 - \sum_{i=0}^{2} p_{1i}; \; p_{20} = e^{-\lambda\Delta} p_{00};$$

$$p_{21} = e^{-\mu N\delta}(p_0 + e^{-\mu\Delta}(1-p_0))^{N-1} - p_{20};$$

$$p_{22} = e^{-\lambda\Delta} p_{02}; \; p_{23} = 1 - \sum_{i=0}^{2} p_{2i}; \; p_{30} = p_{31} = 0;$$

$$p_{32} = e^{-\lambda N\delta}(p_0 + e^{-\lambda\Delta}(1-p_0))^{N-1}; \; p_{33} = 1 - p_{32}.$$

Подставив элементы матрицы Θ в систему, получим стационарные вероятности состояний сети:

$$p_0 = p_{00}(p_0 + e^{-\mu\Delta}(Ap_0 + p_0 BG/F + BD/F) + e^{-\lambda\Delta}(p_0 G/F + D/F));$$

$$p_1 = Ap_0 + p_0 BG/F + BD/F;\ p_2 = p_0 G/F + D/F;\ p_3 = 1 - \sum_{i=0}^{2} p_i,$$

$$A = p_{01}/(1 - e^{-\mu\Delta} p_{01});\ B = (p_{01} + p_{00}(1 - e^{-\lambda\Delta}))/(1 - e^{-\mu\Delta} p_{01});$$

$$C = p_{02} + p_{00}(1 - e^{-\lambda\Delta});\ D = p_{00} + p_{02};\ E = e^{-\lambda\Delta} p_{02};$$

$$F = 1 - BC + E - BD - D;\ G = p_{02} + AC + D.$$

Время обращения токена по кольцу – случайная величина, принимающая значения $N\delta + k\Delta$ с вероятностями g_k, которые вычисляются по формулам:

$$g_0 = p_0^{\ N};\ g_k = g_{0k} + g_{1k} = C_N^k (1 - p_0)^k p_0^{\ N-k}, 1 \le k \le N,$$

$$g_{0k} = p_0 C_{N-1}^k (1 - p_0)^k p_0^{N-k-1} + p_2 C_{N-1}^{k-1} (1 - p_0)^{k-1} p_0^{N-k},$$

$$g_{1k} = (p_1 + p_3) C_{N-1}^{k-1} (1 - p_0)^{k-1} p_0^{N-k},$$

где g_{0k} и g_{1k} – вероятности того, что время обращения токена по кольцу равно $N\delta + k\Delta$, начиная движение с АС без высокоприоритетных сообщений и с высокоприоритетным сообщением соответственно.

Основные характеристики эффективности работы сети [10, с. 110], [11, с. 134], [12, с. 44] включают:

1. Среднее время задержки $\bar{\tau}$ высокоприоритетного сообщения на АС

$$\bar{\tau} = \frac{g_0 N\delta}{1 - e^{-\lambda N\delta}} + \sum_{m=1}^{N} \left(\frac{g_{om}(N\delta + m\Delta)}{1 - e^{-\lambda(N\delta + m\Delta)}} + \frac{g_{1m}(N\delta + (m-1)\Delta)}{1 - e^{-\lambda(N\delta + (m-1)\Delta)}} \right) - \frac{1}{\lambda}.$$

2. Среднее время обращения токена по кольцу

$$TL = N\delta + \Delta \sum_{m=1}^{N} m g_m .$$

3. Вероятность потери высокоприоритетного сообщения на станции

$$PL = 1 - \frac{1 - U}{\lambda TL},$$

где $U = g_o e^{-\lambda N\delta} + \sum_{m=1}^{N} (g_{om} e^{-\lambda(N\delta + m\Delta)} + g_{1m} e^{-\lambda(N\delta + (m-1)\Delta)})$.

4. Среднее время задержки низкоприоритетного сообщения на АС

$$\tau = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{k=r-1}^{rN} \left(\pi_0^r(k) \frac{rN\delta + k\Delta}{1 - e^{-\mu(rN\delta + k\Delta)}} + \pi_1^r(k) \frac{rN\delta + (k-1)\Delta}{1 - e^{-\mu(rN\delta + (k-1)\Delta)}} \right) - \frac{p_o}{\mu}.$$

Длительность низкоприоритетного периода занятости – случайная величина, принимающая значения $rN\delta + k\Delta$ с вероятностями $\pi^r(k), r \in \mathbb{N}, r - 1 \le k \le rN,$ вычисляемыми по формулам:

$$\pi^r(k) = \pi_o^r(k) + \pi_1^r(k),$$

где $\pi_o^r(k) = p_o C_{rN-1}^k (1 - p_o)^k p_o^{rN-k-1},\ \pi_1^r(k) = p_2 C_{rN-1}^{k-1} (1 - p_o)^{k-1} p_o^{rN-k}.$

5. Средняя длительность низкоприоритетного периода занятости

$$TLL = N\delta \sum_{r=1}^{\infty} r\pi^r + \Delta \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{k=r-1}^{rN} k\pi^r(k),$$

где $\pi^r = \sum_{k=r-1}^{rN} \pi^r(k).$

6. Вероятность потери низкоприоритетного сообщения на станции

$$PLL = 1 - \frac{1 - UL}{\lambda TLL},$$

где $UL = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{k=r-1}^{rN} (\pi_o^r(k) e^{-\mu(rN\delta + k\Delta)} + \pi_1^r(k) e^{-\mu(rN\delta + (k-1)\Delta)}).$

Заключение. Разработана математическая модель симметричной кольцевой локальной сети с передачей маркера [13, с. 180]. На каждой станции сети имеется два буфера, предназначенных для высокоприоритетных и низкоприоритетных сообщений, и их порядок обслуживания определяется приоритетом. Модель основана на методе декомпозиции и рассмотрении функционирования сети. Стационарные вероятности состояний [14, с. 124] определяются из систем векторно-матричных уравнений, а формулы для основных характеристик сети выведены из анализа периодов занятости. Проблемы описания, оптимизации и эффективности работы локальных сетей с относительным приоритетом передачи сообщений являются актуальными в настоящее время [15, с. 107].

Литература

1. Takagi, H. Analysis of polling systems / H. Takagi. – Cambridge, M.A. : MIT Press, 1986. – 198 p.

2. Бакс, В. Кольцевые локальные сети с маркерным доступом и их производительность / В. Бакс // ТИИЭР. – 1989. – № 2. – С. 121–142.

3. ANSI/IEEE 802.5 Standard-1985. Token-passing Ring Access Method and Physical Layer Specification // IEEE Press. – 1985. – 89 p.

4. Бураковский, В. В. Локальные вычислительные сети : курс лекций / В. В. Бураковский, В. О. Родченко. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2008. – 78 с.

5. Бураковский, В. В. Маркерная кольцевая локальная сеть с конечными буферами и ординарным обслуживанием сообщений / В. В. Бураковский // Аэрокосмическое приборостроение России : сб. науч. тр. – 1998. – Вып. 1. – С. 63–67.

6. Бураковский, В. В. Имитационная модель КЛВС с бесконечными буферами и вентильным обслуживанием / В. В. Бураковский // Efektivní nástroje moderních věd – 2013 : materiály IX mezinárodní vědecko-praktická conference, Praha, 27 dubna – 05 květn 2013 roku. – Praha : Publishing House «Education and Science» s.r.o., 2013. – Díl 40 : Matematika. – P. 19–22.

7. Бураковский, В. В. Кольцевая локальная сеть с протоколом маркерного доступа / В. В. Бураковский, Г. А. Медведев // Техника средств связи. – 1990. – Вып. 7. – С. 9–16.

8. Бураковский, В. В. Симметричная маркерная кольцевая локальная сеть со случайным выбором дисциплины обслуживания / В. В. Бураковский // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 2 (27). – С. 39–41.

9. Burakovski, V. V. Non-symmetric dual-ring token-passing local area network / V. V. Burakovski // Modern scientific potential – 2015 : materials of the XI International scientific and practical conference, Sheffield, February 28 – March 7, 2015. – Sheffield : Science and education LTD, 2015. – Vol. 34 : Mathematics. Modern information technologies. – P. 38–41.

10. Бураковский, В. В. Маркерная кольцевая локальная сеть со случайным выбором дисциплины обслуживания с сокращением / В. В. Бураковский // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2017. – № 3 (102). – С. 109–113.

11. Бураковский, В. В. Симметричная маркерная кольцевая локальная сеть с конечными буферами и дисциплиной Бернулли обслуживания сообщений / В. В. Бураковский // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2020. – № 3 (120). – С. 131–134.

12. Бураковский, В. В. Симметричная маркерная кольцевая локальная сеть с разнотипными сообщениями и вентильным обслуживанием / В. В. Бураковский // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 2 (55). – С. 44–46.

13. Бураковский, В. В. Многомаркерные кольцевые локальные сети / В. В. Бураковский // Материалы III Международной научно-практической конференции, Барановичи, 21–22 октября 2010 г. – Барановичи : РИО БарГУ, 2010. – С. 180–181.

14. Бураковский, В. В. Симметричная маркерная локальная сеть с вентильным обслуживанием / В. В. Бураковский // Материалы Международной научно-практической конференции, Барановичи, 24–25 ноября 2011 г. – Барановичи : РИО БарГУ, 2011. – С. 124–126.

15. Бураковский, В. В. Несимметричная локальная сеть двойное маркерное кольцо / В. В. Бураковский // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2021. – № 3 (126). – С. 107–110.

Гомельский государственный
университет имени Франциска Скорины

Поступила в редакцию 15.01.2024