

Ю. П. САМАРИН, О. В. СОРОКИН

### О ПОЛЗУЧЕСТИ ПОЛИВИНИЛХЛОРИДНОГО ПЛАСТИКАТА ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 17 IV 1970)

В настоящей работе рассматриваются некоторые особенности ползучести поливинилхлоридного пластиката. В то же время общий характер исследования позволяет подойти с аналогичных позиций к описанию поведения и многих других пластмасс при переменных нагрузках.

Испытания на ползучесть производились при температуре  $22^\circ (\pm 0,5^\circ)$  на образцах длиной 1000 мм и сечением  $4,9 \text{ мм}^2$ . Контроль накопленной относительной деформации  $p$ , в которую включалась как деформация ползучести, так и упругая деформация, производился с точностью до  $2,5 \cdot 10^{-1}$ . Во всех опытах величина  $p$  не превосходила 0,1.

Эксперименты при различных значениях растягивающей силы  $Q$  с последующей разгрузкой показали, что вся накопленная деформация в данных условиях обратима, т. е. после снятия нагрузки по истечении некоторого времени в образцах практически полностью восстанавливаются первоначальные размеры.

Далее было обнаружено, что предыдущие испытания на ползучесть оказывают существенное влияние на последующие испытания. Для уточнения этой особенности 6 образцов были нагружены в течение 3 час. усилием  $Q = 0,5 \text{ кГ}$ , затем разгружены до восстановления первоначальных размеров, затем снова нагружены тем же усилием и т. д.

Для каждого этапа нагрузки определялась осредненная кривая ползучести и на основе распределения Стьюдента были построены доверительные полосы для осредненных кривых (доверительная вероятность принималась равной 0,95). На рис. 1 показаны две такие полосы: нижняя — для первоначального нагружения, верхняя — для повторного. Поскольку доверительные полосы не пересекаются на большей части интервала действия нагрузки, факт влияния первоначального нагружения на последующую ползучесть можно считать установленным. Доверительные полосы для третьей и последующих ступеней нагрузки почти не отличаются от доверительной полосы для второй ступени, так что существенное влияние оказывает только первая ступень.

В связи с этим все последующие испытания проводились с уже «тренированными» образцами, испытывавшими разупрочняющее действие усилия  $Q = 0,5 \text{ кГ}$  в течение 3 час. и последующую разгрузку до восстановления размеров.

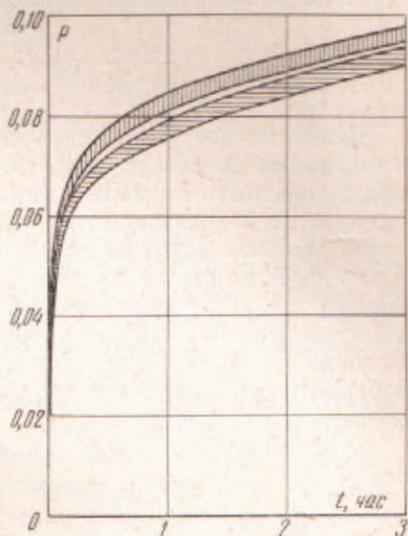


Рис. 1

На рис. 2 точками изображены осредненные по трем испытаниям накопленные деформации при различных значениях  $Q$  (при  $t = 20$  час. нагрузка снималась). Анализ этих экспериментальных данных показал, что

1) кривые ползучести подобны;

2) отношение  $p(t)/Q$  не одинаково при различных значениях  $Q$ , т. е. материал имеет заметную нелинейность (особенно это заметно при малых значениях  $Q$ ).

Ввиду наличия разброса, на рис. 2 штриховкой показаны доверительные полосы для осредненных деформаций, построенные аналогично тому, как это сделано на рис. 1.

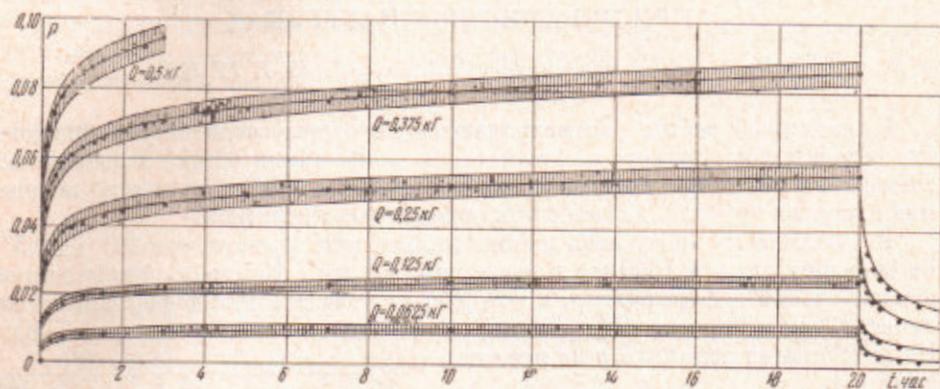


Рис. 2

Далее, из рис. 2 хорошо видно, что сразу после приложения нагрузки деформация нарастает очень быстро. Фактически нагрузка  $Q$  мгновенно приложена быть не может (иначе возникнет переходный динамический процесс), а возрастает от нуля до  $Q$  за конечное время. Поэтому, пытаясь зафиксировать упругую деформацию от  $Q$ , мы всегда рискуем включить в эту деформацию часть деформации ползучести. В связи с этим мы не производим разделения упругой деформации и деформации ползучести, а рассматриваем полную деформацию образца. Такой подход, как выяснится ниже, не приводит к каким-либо затруднениям и, кроме того, позволяет избежать математических трудностей, связанных с решением нелинейного интегрального уравнения.

Для описания ползучести предлагается уравнение вида:

$$p(t) = \int_0^t p_*(\tau) k(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

где  $k(t)$  — ядро ползучести,  $p_* = p_*(Q)$  — условная нагрузка. За единицу величины  $p_*$  принято ее значение, соответствующее  $Q = 0,25$  кГ; для других значений  $Q$   $p_*(Q) = p_Q(t) / p_{0,25}(t)$  (постоянство этого отношения для любых  $t$  обусловлено подобием кривых ползучести).

Уравнение (1) родственно известным уравнениям (1, 2), но в отличие от них не содержит внеинтегрального слагаемого, соответствующего упругой деформации. Учет же упругой деформации производится непосредственно ядром уравнения (1).

Для расчетов при ступенчатом изменении усилия  $Q(t)$  интеграл в (1) удобно представить в ином виде, выполнив интегрирование по частям и учитывая, что  $k(t) = \zeta'(t)$ , где  $\zeta(t) = p_{2,3}(t)$ :

$$p(t) = \int_0^t \zeta(t - \tau) dp_*(\tau). \quad (2)$$

Если функция  $p^*(t)$  дифференцируема, то в правой части (2) записан обычный интеграл Римана. При ступенчатой нагрузке величина  $p_*(t)$  может изменяться скачком, и в этом случае интеграл понимается в смысле Стильтьеса, выражаясь в сумму (3):

$$p(t) = \sum_{\tau_i \leq t} \zeta(t - \tau_i) \Delta p_*(\tau_i), \quad (3)$$

где  $\tau_i$  — моменты времени, в которые изменяется нагрузка;  $\Delta p_*(\tau_i)$  — скачок функции  $p_*(t)$  при  $t = \tau_i$ .

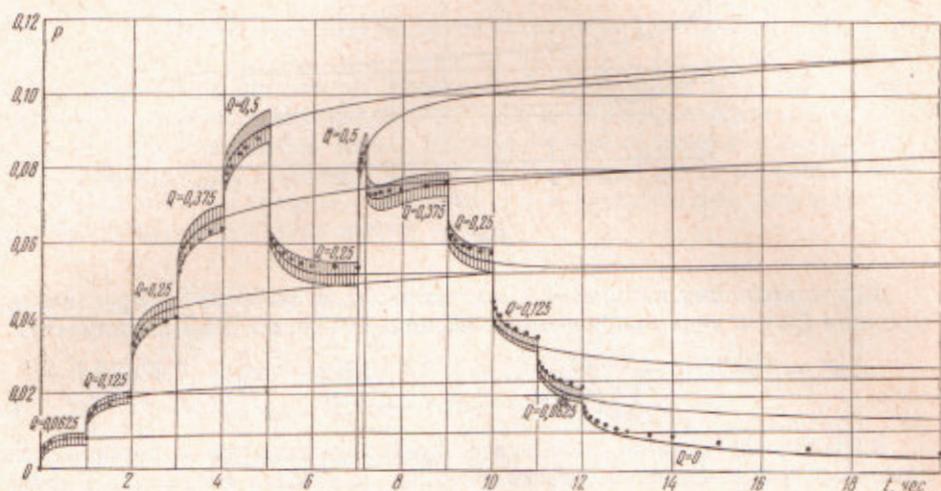


Рис. 3

Выражение (3) позволяет воспроизводить кривую ползучести при ступенчатой нагрузке без всяких вычислений, производя лишь суммирование ординат функций  $\zeta(t) \Delta p_*(\tau_i)$  со сдвигами на  $\tau_i$ . В качестве примера на рис. 3 показано построение кривой ползучести при довольно сложном изменении нагрузки (жирная линия). Исходными данными для построения служили кривые ползучести, изображенные на рис. 2.

Экспериментальные данные, осредненные по трем испытаниям, показаны на рис. 3 точками. Для оценки степени согласованности теории и эксперимента на том же рисунке изображена расчетная доверительная полоса, построенная по граничным кривым доверительных полос на рис. 2. Большинство экспериментальных данных точек оказалось внутри этой полосы, и при всех значениях времени расчетная доверительная полоса надежно перекрывается с экспериментальной доверительной полосой (последняя на рис. 3 не показана; она имеет приблизительно ту же ширину, что и теоретическая, располагаясь симметрично относительно экспериментальных точек).

Может показаться, что уравнение (1) непригодно для описания релаксации напряжения ввиду отсутствия внеинтегрального слагаемого, соответствующего упругой деформации и позволяющего рассматривать мгновенный рост деформации при  $t = 0$ . На самом деле при статических испытаниях мгновенное изменение деформации на конечную величину так же невозможно, как и мгновенное изменение нагрузки. В реальных опытах на релаксацию напряжения деформация образца достаточно быстро нарастает от нуля до величины  $p_0$ , а затем фиксируется. При этом напряжение возрастает от нуля до некоторого наибольшего значения, а уже потом релаксирует. Наибольшее значение напряжения зависит от скорости приложения деформации, но оно всегда меньше величины, вычисленной исходя из модуля упругости материала. Как показали опыты, варьирование времени

нагрузки в пределах от одной до 20 сек. сказывается, в основном, только на величине наибольшего напряжения, а начиная с  $t = 2,5$  мин. все кривые релаксации напряжения с точностью до естественного разброса одинаковы.

Исходя из этих соображений, от уравнения (1) разумно требовать лишь правильного описания процесса начиная, например, с  $t = 2,5$  мин. Наибольшее же возможное значение напряжения при  $t \rightarrow 0$  при необходимости всегда легко рассчитать по модулю упругости материала.

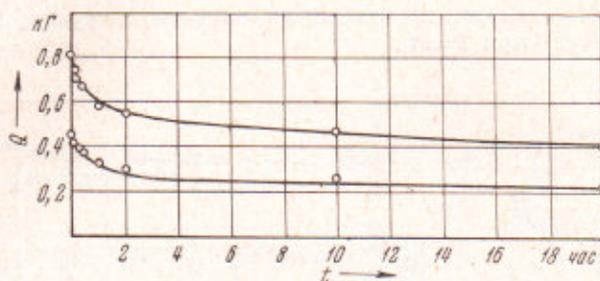


Рис. 4

Для выполнения конкретных расчетов была выбрана аппроксимация функции  $\xi(t)$  в виде суперпозиции экспонент (время дано в минутах):

$$\xi(t) = 0,0293[1 - \exp(-0,88t)] + 0,013[1 - \exp(-0,0262t)] + 0,0154[1 - \exp(-0,00174t)]. \quad (4)$$

Выражению (4) на рис. 2 соответствуют жирные кривые, хорошо согласующиеся с экспериментальными точками. Вычисляя  $k(t) = \xi'(t)$  согласно (4) и полагая  $p(t) = p_0$ , из уравнения (1) легко найти условную нагрузку  $p_*(t)$  с помощью преобразования Лапласа (4):

$$p(t) = \frac{p_0}{0,0258} [\delta(t) + 0,445 + 0,161 \exp(-0,0024t) + 0,265 \exp(-0,0376t)], \quad (5)$$

где  $\delta(t)$  — дельта-функция Дирака.

Решение (5) имеет при  $t=0$  особенность, которая, однако, несущественна, поскольку рассматриваются лишь значения  $t > 0$ , при которых  $\delta(t) = 0$ . На рис. 4 сплошными линиями изображены две кривые, построенные согласно (5) для  $p_0 = 0,1$  и  $p_0 = 0,05$ ; величина нагрузки  $Q$  восстановлена согласно зависимости  $p_* = p_*(Q)$ . На том же рисунке точками показаны результаты соответствующих экспериментов, осредненные по трем испытаниям, начиная с  $t = 2,5$  мин. Согласие теории и эксперимента снова оказалось достаточно хорошим.

Куйбышевский политехнический институт  
им. В. В. Куйбышева

Поступило  
6 IV 1970

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, М., 1952. <sup>2</sup> М. И. Розовский, ЖТФ, 21, № 11 (1951). <sup>3</sup> В. И. Смирнов, Курс высшей математики, 5, М., 1959. <sup>4</sup> М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, Методы теории функций комплексного переменного, М., 1958.