

А. С. КЕЛЬЗОН, В. И. ЯКОВЛЕВ

ПЕРЕХОД ЧЕРЕЗ ЗОНУ АВТОКОЛЕБАНИЙ ВЕРТИКАЛЬНОГО ВАЛА С УЧЕТОМ СИЛ ИНЕРЦИИ СМАЗКИ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 11 I 1971)

1. Исследование устойчивости вертикального ротора, установленного в упругие подшипники скольжения с учетом сил инерции смазки. Пусть исходная система представляет симметричный жесткий ротор массой m в двух одинаковых подшипниках скольжения с цилиндрической расточкой вкладыша. Для выявления автоколебаний в зоне повышенных скоростей вращения ротора подшипники располагаются на двух одинаковых изотропных в направлении колебаний безмассовых упругих опорах, каждая из которых имеет жесткость $1/2 c$ и некоторый приведенный коэффициент демпфирования γ .

При действии сил смазочного слоя P_c и P_ϕ уравнения движения системы в безразмерном времени $\tau = \omega t$ примут вид (1)

$$\begin{aligned} m\omega^2 \ddot{x}_2 + k\omega \dot{x}_1 + cx_1 &= 0, \quad m\omega^2 \ddot{y}_2 + k\omega \dot{y}_1 + cy_1 = 0, \\ k\omega \dot{x}_1 + cx_1 &= 2(P_c \cos \varphi + P_\phi \sin \varphi), \\ k\omega \dot{y}_1 + cy_1 &= 2(P_c \sin \varphi - P_\phi \cos \varphi), \end{aligned} \quad (1,1)$$

где P_c и P_ϕ — радиальная касательная составляющая сил смазочного слоя соответственно.

Используем для получения выражений гидродинамических сил P_c и P_ϕ формулу А. Т. Полецкого (2), которая позволяет учесть влияние сил инерции смазки. При этом будем полагать, что для вертикального ротора можно принять круговой охват цапфы смазочным слоем.

Приведя необходимые преобразования согласно (2), получим

$$P_c = m\omega^2 \delta \left\{ \frac{2\rho r^2 L}{\psi m} (\ddot{\chi} - \chi \dot{\psi}^2) \xi(\chi) + \frac{2\rho r^2 L}{\psi m} \chi \dot{\psi} \dot{\xi}(\chi) + \frac{12\mu L}{m\omega \psi^3} \chi \frac{\pi}{(1-\chi^2)^{3/2}} \right\}, \quad (1,2)$$

$$\begin{aligned} P_\phi = m\omega^2 \delta \left\{ -\frac{2\rho r^2 L}{\psi m} (\chi \ddot{\psi} + 2\dot{\chi} \dot{\psi}) \xi(\chi) + \frac{12\mu L}{m\omega \psi^3} \frac{\chi}{(2+\chi^2) \sqrt{1-\chi^2}} - \right. \\ \left. - \frac{2\rho r^2 L}{\psi m} \dot{\chi} \dot{\xi}(\chi) + \frac{12\mu L}{m\omega \psi^3} H_v \chi \frac{[1+2\xi(\chi)]}{(1-\chi^2)^2} - \frac{12\mu L}{m\omega \psi^3} \chi \dot{\psi} \frac{1+2\chi^2 \xi(\chi)}{(1-\chi^2)^2} \right\}, \quad (1,3) \end{aligned}$$

где $\delta = (1 - \sqrt{1 - \chi^2}) / \chi^2$, ρ — плотность смазки. Здесь производные взяты по безразмерному времени $\tau = \omega t$ и приняты те же обозначения, что и в (1).

Выражение в выражении (1,3) H_v характеризует релаксационные процессы в смазочном слое при неустановившемся движении жидкости и задано (3).

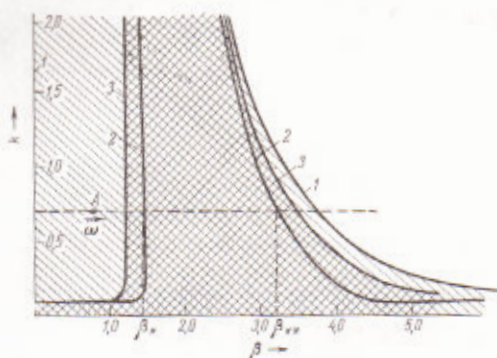


Рис. 1. Области устойчивости системы при $D = 0,1$: 1 — $N = 1$; 2 — $N = 2$; 3 — $N = 1,5$

демфирования опор, $\beta = \omega / \omega_0$ — безразмерная угловая скорость вращения ротора, $\alpha = \Omega / \omega_0$ — безразмерная частота колебаний системы на границе устойчивости, где $\omega_0^2 = c/m$.

Исследование устойчивости проводилось с использованием метода логичного методу D -разбиения ⁽³⁾. В результате были получены выражения границ устойчивости и частоты колебаний системы на этой границе

$$\beta = \frac{6\pi k \alpha (1 - \alpha^2) - D \alpha^3 (1 + N)}{3\pi k (1 - \alpha^2) - N D \alpha^2};$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{3\pi k (D^2 + 2N - 1 - N D^2)}{2N (3\pi k + D)} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{(D^2 + 2N - 1 - N D^2)^2 \cdot 9\pi^2 k^2 - 2N \cdot 6\pi k (3\pi k + D) (N - 1)}}{2N (3\pi k + D)}.$$

Полагая в (1,4) и (1,5) $N = 0$, получаем

$$\alpha_{..} = 1 / \sqrt{1 - D^2}, \quad \beta_{..} = (1 + 6\pi k D) / (3\pi k D \sqrt{1 - D^2}),$$

совпадающие с полученными в ⁽⁴⁾. Используя критерий Раussa — Гурвица можно показать, что система будет устойчива на скоростях вращения $\beta > \beta_{..}$. Полагая далее в (1,4) и (1,5) $D = 0$, получаем выражения

$$\alpha_{..} = 1/2\beta, \quad \beta_{..} = 2\sqrt{1 - 1/N},$$

совпадающие с полученными в ⁽⁵⁾. Можно показать, что в этом случае система устойчива при $\beta < \beta_{..}$.

Так как в реальной системе и $N \neq 0$, и $D \neq 0$, то из (1,4) и (1,5) следует, что существует ограниченная сверху и снизу зона автоколебаний ротора, ширина которой существенно зависит от конструктивных постоянных системы ротор — подшипники — опоры: k , N и D .

На рис. 1 построены границы устойчивости ротора в плоскости параметров $[k\beta]$. На графиках области неустойчивости заштрихованы. При увеличении скорости вращения изображающая точка A будет двигаться в плоскости параметров $[k\beta]$ по пунктирной прямой (рис. 1). При этом потеря устойчивости ротора на некоторой скорости вращения $\beta_{..}$, отличной от нуля, еще не означает, что при дальнейшем увеличении скорости вращения не возможна работа ротора в устойчивом режиме. Ширина зоны устойчивости, как это видно из рис. 1, существенно зависит от величины k , увеличение которой приводит к сужению этой зоны, уменьшение — к ее расширению.

при малых значениях k даже и к полному исчезновению устойчивости.

С другой стороны, увеличение безразмерного коэффициента демпфирования D также благоприятно сказывается на сужении зоны автоколебаний. Однако чрезмерное демпфирование может снова привести к расширению области устойчивости и, как следует из выражения (1,6), нежелательным.

Из сравнения границ устойчивости, представленных на рис. 2, следует далее, что увеличение постоянной N , учитывающей влияние сил инерции статора, приводит к сужению зоны автоколебаний как слева, так и справа.

Итак, анализ устойчивости показывает, что увеличение конструктивных параметров k , N и D может привести к сужению зоны автоколебаний.

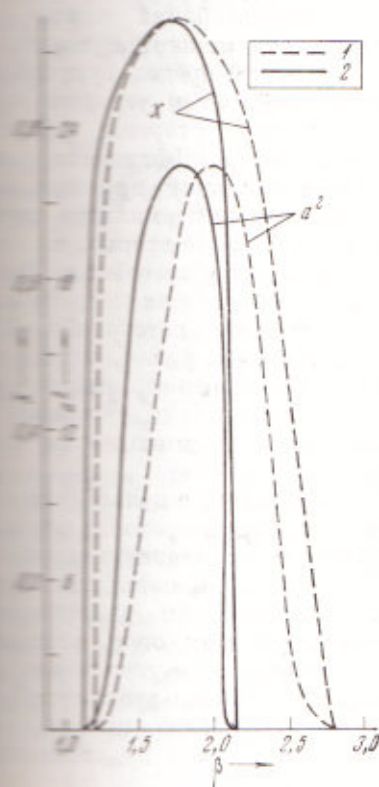


Рис. 2

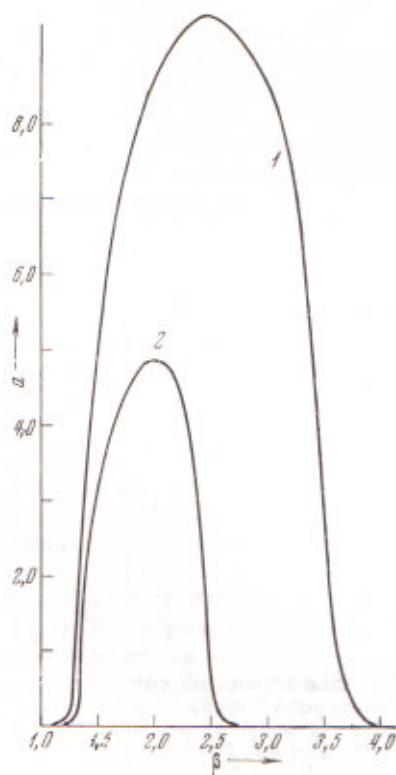


Рис. 3

Рис. 2. Влияние характеристической постоянной k на сужение зоны автоколебаний при $N = 1,5$, $D = 0,2$. 1 — $k = 0,5$; 2 — $k = 5,0$

Рис. 3. Влияние относительного коэффициента демпфирования опор D на амплитуду и ширину их зоны при $k = 0,5$, $N = 1,5$. 1 — $D = 0,1$; 2 — $D = 0,2$

значений, при которых возможен легкий переход через нее и обеспечение устойчивой работы ротора на скоростях, в несколько раз превышающих скорость работы того же ротора на жестких подшипниках скольжения.

2. Автоколебания ротора. В силу круговой симметрии среди уравнений (1,1) — (1,3) будем отыскивать, следуя (6), класс стационарных автоколебаний, соответствующих установившейся асинхронной скорости, т. е. круговому движению оси вала с постоянной амплитудой и угловой скоростью вращения Ω , не совпадающей со скоростью вращения (1), решение задачи приводится к решению системы нелиней-

ных алгебраических уравнений (2,1):

$$a^2 = \frac{\chi^2 (1 + D^2 \alpha^2)^2}{(1 - \alpha^2 + D^2 \alpha^2)^2 + D^2 \alpha^6},$$

$$\left[\frac{(1 + D^2 \alpha^2) (1 - \alpha^2 + D^2 \alpha^2 + D^2 \alpha^4)}{(1 - \alpha^2 + D^2 \alpha^2)^2 + D^2 \alpha^6} - 1 \right] = 2N (\beta \alpha - \alpha^2) \xi(\chi),$$

$$\frac{D \alpha^3 (1 + D^2 \alpha^2)}{(1 - \alpha^2 + D^2 \alpha^2)^2 + D^2 \alpha^6} = \frac{6\pi k}{(2 + \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2}},$$

где $a = A/\delta$ — безразмерная амплитуда автоколебаний.

Результаты решения иллюстрируются рис. 2, 3, 4. На рис. 2 показано влияние характеристической постоянной k на форму кривых $a = f(\beta)$.

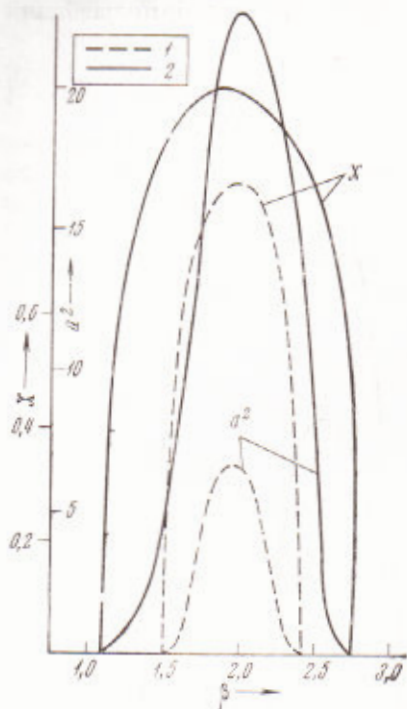


Рис. 4. Влияние локальной составляющей сил инерции смазки на амплитуду и ширину зоны автоколебаний при $D = 0,2$, $k = 0,5$. 1 — $N = 2$; 2 — $N = 1,5$

Таким образом, при некотором значении характеристической постоянной k зону автоколебаний можно сузить настолько, что можно не только обнаружить верхний предел существования автоколебаний, но и успешно перестроить его. С другой стороны, увеличение относительного коэффициента демпфирования опор D , также приводит, во-первых, к уменьшению амплитуд автоколебаний (рис. 3) и, во-вторых, к сужению интервала их существования. Рассмотрим далее влияние сил инерции смазки на ширину зоны автоколебаний. Для этого обратимся к рис. 4, откуда следует, что увеличение безразмерной постоянной N приводит к сужению зоны автоколебаний и уменьшению их амплитуд.

Таким образом, с целью сужения зоны автоколебаний ротора необходимо стремиться к увеличению постоянных D и N . Для этого имеются три конструктивные возможности: увеличение податливости упругих опор, уменьшение радиального зазора и увеличение длины подшипника. Анализ этих путей показывает, что наиболее целесообразным является увеличение податливости упругих опор.

Ленинградское высшее инженерное морское училище
им. С. О. Макарова

Поступило
11 I 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. С. Кельзон, В. И. Яковлев, ДАН, 193, № 4 (1970). ² А. Г. Полюный, Сборн. Трение и износ в машинах, в. 17, Изд. АН СССР, 1962. ³ Ю. И. Неймарк, Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределенных), Л., 1949. ⁴ Э. Л. Позняк, Изв. АН СССР, ОТН, Механика, № 3 (1965). ⁵ В. И. Олимпиев, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 2 (1963). ⁶ A. Toncl, Some Problems of Rotor Dynamics, Praha—London, 1965. ⁷ А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, «Наука», 1959. ⁸ В. И. Болотин, Сборн. Проблемы прочности в машиностроении, в. 1, Изд. АН СССР, 1958. ⁹ А. С. Кельзон, В. И. Прядиков, Авт. свид. № 182968, Изобретения, пром. образцы, товарные знаки, № 12 (1966).