Доклады Академии наук СССР
1971. Том 198, № 5

УДК 539.12.01 *ФИЗИКА*

Академик АН УзССР С. А. АЗИМОВ, Г. Г. АРУШАНОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНЫЕ СВОЙСТВА СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Как известно, существующая теория слабых взаимодействий, основанная на предположении о локальности взаимодействия и возможности пользоваться теорией возмущений, приводит к сечениям эффектов с квадратичной энергетической зависимостью в системе центра инерции сталкивающихся частиц ($\sigma \sim s$). Ряд фундаментальных проблем теории зависит от ответа на вопрос, до каких энергий может происходить рост сечений слабых взаимодействий, какого максимального значения могут достигать эти сечения. В настоящем сообщении мы покажем, что эти значения, вероятно, не могут быть большими.

Как и в ([1]), рассмотрим процесс рассеяния нейтрино электроном, который удобен тем, что не содержит адронов и при энергиях, много больших массы электрона; отлична от нуля лишь одна спиральная амплитуда ([1]). Получаемые далее возможные свойства слабых взаимодействий при высоких энергиях основаны на дисперсионных соотношениях (д.с.), которые связывают амплитуду процесса при низких и высоких энергиях.

Прежде всего покажем необходимость вычитаний в д.с. Д.с. без вычитаний в случае рассеяния вперед, который только и будем рассматривать в этой заметке, имеют вид

$$\operatorname{Re} A^{(\pm)}(s) = (s - m^2)^{\binom{0}{1}} I^{(\pm)}(s_0), \quad I^{(\pm)}(s_0) \equiv \frac{2}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{(s' - m^2)^{\binom{2}{1}} \sigma^{(\pm)}(s')\, ds'}{(s' - s)(s' + s - 2m^2)}. \tag{0$\pm$}$$

Полагаем $s = S^{-1}$ (S — константа слабого взаимодействия) и разбиваем область интегрирования на две части $s' < 2S^{-1}$ и $s' > 2S^{-1}$. Затем, используя очевидное неравенство $I^{(+)}(2S^{-1}) > 2S^{-1} I^{(-)}(2S^{-1})$, получаем $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) \simeq 10$, что противоречит существующей теории слабых взаимодействий (теории возмущений), по которой $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) \leqslant 1$. Таким образом, мы приходим к выводу, что сумма полных сечений $\sigma^{(+)}(s)$ при стремлении энергии к бесконечности не может довольно быстро стремиться к нулю, например, как $s^{-\alpha}$ с $\alpha > 1$. Поэтому рассмотрим д.с. с одним вычитанием:

$$\operatorname{Re} A^{(\pm)}(s) = \frac{2s^{\binom{2}{1}}}{\pi} P \int_{s_0}^{\infty} \frac{s'^{\binom{0}{1}} \sigma^{(\pm)}(s')}{s'^2 - s^2}\, ds'. \tag{1$\pm$}$$

В первом приближении по S $\operatorname{Re} A^{(+)}(s) = 0$. Д.с. ($1^+$) позволяет оценить эту величину. Разбивая область интегрирования на две части $s' < s_u$ и $s' > s_u$, где $s_u = 2\sqrt{2}\,\pi S^{-1} \simeq 10 S^{-1}$ — то значение s, при котором сечение достигает унитарного предела, и беря для $\sigma^{(+)}(s)$ при $s < s_u$ значение, даваемое теорией возмущений, получаем нижнюю границу для $\operatorname{Re} A^{(+)}$:

$$\operatorname{Re} A^{(+)}(s) > \frac{4S^2 s^2}{3\pi^2} \ln\left(\frac{s_u^2}{s^2} - 1\right), \quad m^2 \ll s < s_u. \tag{2}$$

При $s = S^{-1}$ имеем $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) > 0{,}6$.

Пусть на участке $[s_1 s_2]$ $\sigma^{(+)}(s)$ достигает некоторого большого значения $\sigma^{(+)}$. Возникает вопрос, какова связь между s_1, s_2 и $\sigma^{(+)}$? Из (1^+) немедленно следует ограничение на эти величины:

$$S^2 s_1 s_2 > \sigma^{(+)} \Delta s, \quad \Delta s = s_2 - s_1. \tag{3}$$

Постановка этой задачи и полученное таким образом решение были предметом работы [1]. Так как $\sigma^{(-)}(s)$ с ростом энергии также растет как и $\sigma^{(+)}(s)$, то аналогичный вопрос имеет смысл поставить и относительно $\sigma^{(-)}(s)$. Ответ следует из д.с. (1^-):

$$s_1 > (10S)^{-1} \sigma^{(-)} \Delta s, \quad \Delta s \ll s_1. \tag{4}$$

При получении ограничения (4) предполагалось, что функция $\sigma^{(-)}(s)$ не меняет знака; если же она знакопеременная, то правая часть (4) может уменьшиться.

Результат (3) (а также (4)) можно значительно уточнить, если сделать детальное предположение о характере роста сечения. Параметризуем $\sigma^{(+)}(s)$ следующим образом:

$$\sigma^{(+)}(s) = \begin{cases} \sigma_0^{(+)}(s) = 4S^2 s / 3\pi, & s < s_u; \\ \sigma_0^{(+)}(s_u)(s/s_u)^\alpha, & s_u < s < s_1, \quad 0 < \alpha < 1; \\ \sigma^{(+)}, & s > s_1. \end{cases} \tag{5}$$

Учитывая условие теории возмущений $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) \leqslant 1$, из (1^+) имеем $\alpha \leqslant 0{,}3$, $s_1 \geqslant 10^{20}$ (s в Гэв^2, $\sigma^{(+)} \simeq m_N^{-2}$). Следует, однако, подчеркнуть, что этот результат, в отличие от (3), очень чувствителен к $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1})$. Например, если вместо единицы взять 1,5, то $\alpha \leqslant 0{,}7$, $s_1 \geqslant 10^{12}$. Если же $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) < 0{,}9$, то из (1^+) следует, что производная $\sigma^{(+)\prime}(s)$ при $s > s_u$ меняет знак. При $\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) = 0{,}9$ возможно также постоянство сечения при $s > s_u$: $\sigma^{(+)}(s) = \sigma_0^{(+)}(s_u)$. Можно поставить такой вопрос. Пусть $\sigma^{(+)}(s)$ при $s > s_u$ растет степенным образом с показателем $\alpha < 1$ вплоть до энергии s_1. Тогда до какого максимального значения $\sigma^{(+)}$ может происходить этот рост? Ответ на этот вопрос также чувствителен к значению $\operatorname{Re} A^{(+)}$ при $s < s_u$. Действительно, из (1^+) получаем ограничение

$$\sigma^{(+)} \leqslant \sigma_0^{(+)}(s_u) \exp\left(-\frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(1 - a + \alpha a)\right),$$
$$a \equiv \frac{3\pi^2}{8} \operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) - \ln 10. \tag{6}$$

Отсюда видно, что при $a > 1$ сечение может достигнуть сколь угодно большого значения, причем тем быстрее, чем больше a. При $a \leqslant 1$ сечение не может превзойти $e^a \sigma(s_u)$. Неравенство (6) предполагает положительность величины под знаком логарифма. В случае, если эта величина отрицательна, легко показать, что при $a \leqslant 1$ роста сечения вообще не может быть, а при $a > 1$ опять возможен сколь угодно большой рост.

Рассмотрим теперь возможное поведение разности $\sigma^{(-)}(s)$ при больших энергиях. Прежде всего из д.с. (1^-) следует, что при $s > s_u$ производная $\sigma^{(-)\prime}(s)$ меняет знак. Параметризируем выражение для $\sigma^{(-)}(s)$:

$$\sigma^{(-)}(s) = \begin{cases} \sigma_0^{(-)}(s) = 2S^2 s / 3\pi, & s < s_u; \\ \sigma_0^{(-)}(s_u)(s/s_u)^\alpha, & s_u < s < s_1,\ 0 < \alpha < 1; \\ \sigma_0^{(-)}(s_u)(s_1/s_u)^\alpha (s_1/s)^\beta, & s > s_1, \quad \beta > 0, \end{cases} \tag{7}$$

причем

$$\sigma_0^{(-)}(s_u)(s_1/s_u)^\alpha = \sigma^{(-)}, \tag{8}$$

где $\sigma^{(-)}$ — наибольшее значение $\sigma^{(-)}(s)$, достигаемое, по предположению, при энергии s_1. Между параметрами модели (7) получаем соотношение

$$(s_1 / s_u)^\alpha (\alpha^{-1} + \beta^{-1}) - \alpha^{-1} = 3. \tag{9}$$

Из условия $(s_1 / s_u)^\alpha \geqslant 1$ имеем нижнюю границу $\beta \geqslant 0{,}3$. Из (9) и (8), очевидно, также имеем

$$1{,}4 > \alpha \ln (s_1/s_u) = \ln (\sigma^{(-)}/\sigma_0^{(-)}(s_u)), \tag{10}$$

откуда видно, что разность $\sigma^{(-)}$ в модели (7) не может быть большой:

$$\sigma^{(-)} < 4\sigma_0^{(-)}(s_u). \tag{11}$$

Пусть на участке $[s_1 s_2]$ $\sigma^{(-)}(s) \simeq \sigma^{(-)}(s_u)$, а затем спадает. Естественно поставить такой вопрос: каково максимальное значение s_2? Ответ: $s_2 < 2 \cdot 10^7$.

Комбинируя д.с. (1^+) с производной д.с. по t при $t = 0$, имеем

$$\operatorname{Re} \frac{d}{dt} (A^{(+)}(S^{-1}, t) - A^{(+)}(m^2, t))|_{t=0} =$$

$$= S(\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) - 0{,}1) + \frac{2S^{-2}}{\pi} \int_{s_u}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} A^{(+)\prime}(s', t)|_{t=0}}{s'^3} ds'. \tag{12}$$

Левая часть (12) в первом порядке по S равна нулю. Учитывая, что $\operatorname{Im} A^{(+)\prime}(s, t)|_{t=0} > 0$, для нее имеем нижнюю границу $(\operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) - 0{,}1)S$.

Из производной д.с. для $A^{(-)}(s, t)$ по t при $t = 0$ аналогично можно получить

$$3{,}5\, S + \frac{4S^{-1}}{\pi} \int_{s_u}^{\infty} \frac{\sigma^{(-)}(s')}{s'^2} ds' = \frac{2S^{-1}}{\pi} \int_{s_u}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} A^{(-)\prime}(s', t)|_{t=0}}{s'^2} ds'. \tag{13}$$

Отсюда видно, что если $\sigma^{(-)}(s)$ — знакопостоянная функция, то при $s > s_u$ обязательно должна менять знак производная $\operatorname{Im} A^{(-)\prime}(s, t)|_{t=0}$, так как при $s < s_u$ $\operatorname{Im} A^{(-)\prime}(s, t) = -S^2 s / 6\pi < 0$. Из д.с. $(1^\pm)$ можно также показать, что если $10\gamma \operatorname{Re} A^{(+)}(S^{-1}) - 4\sqrt{2}\, \frac{40}{3\pi^2} (2\gamma \ln 10 - 1)$ с $\gamma > {}^1/_2$, то при $s > s_u$ величина $\gamma s_u \sigma^{(+)}(s) - s\sigma^{(-)}(s)$ хотя бы один раз меняет знак.

В заключение авторы выражают признательность Г. М. Чернову и В. М. Чудакову за внимание и обсуждение некоторых затронутых здесь вопросов.

Институт ядерной физики
Академии наук УзССР
пос. Улугбек, Ташкентской обл.

Поступило
4 XII 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Я. Померанчук, Ядерная физика, 11, 852, 1970.