# РЕЗОНАТОРЫ И ДРУГИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЛАЗЕРНЫХ УСТАНОВОК

«Квантовая электроника», 18, № 8 (1991)

УДК 621.373.826

### Б. В. Бокуть, Е. С. Романенко, Н. А. Хило

# РЕЗОНАТОР ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ КВАЗИОДНОРОДНОГО ПОЛЯ

Для получения квазиоднородных лазерных пучков предлагается использовать когерентное суммирование большого числа частотно-вырожденных мод с одинаковой пространственной структурой. Рассчитан резонатор, позволяющий формировать такие пучки за счет синхронизации поперечных мод волноводного типа.

Для ряда прикладных задач требуются лазерные пучки с квазиоднородной (КО) поперечной структурой, т. е. с относительно равномерным распределением амплитуды или интенсивности в поперечном сечении. Для получения таких пучков основное внимание в настоящее время уделяется методам неоднородного вывода излучения из резонатора лазера. Для этого используются неоднородно пропускающие выходные зеркала, внутрирезонаторные светоделители, интерферометры [1— 5]. Применяется также перемешивание частей преобразуемого пучка, его фильтрация, выпрямление асферической линзой и т. п. [6—10].

Общей чертой упомянутых методов является использование исходно одномодового поля или нескольких низших разночастотных поперечных мод. Существует, однако, возможность формирования КО распределения существенно многомодового исходного поля. Она заключается в суммировании взаимно когерентном синхронизованных частотно-вырожденных мод с одинаковой пространственной структурой, но различающихся поперечным смещением. Ясно, что для реализации такой возможности в общем случае необходим комбинированный резонатор, состоящий из многомодового волновода и согласованного с ним участка свободного распространения излучения для осуществления когерентного суммирования мод и устройства синхронизации.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию одной из схем такого резонатора.

### 1. Геометрические параметры и моды резонатора

Оптическая схема резонатора представлена на рис. 1. Она содержит многомодовый оптический волновод 1, линзу пространственного Фурье-преобразования 2, активный элемент 3, диафрагму 4, зеркала 5, 6, одно из которых полупрозрачное. Поперечное сечение волновода предполагается прямоугольным.

Определим структуру мод данного резонатора. При этом достаточно ограничиться рассмотрением

поля E(x), так как из симметрии схемы следует, что поведение составляющей E(y) будет аналогичным. Амплитуду поля внутри волновода на его входе представим в виде совокупности волноводных мод:

$$a(\xi, 0) = \sum_{m=0}^{M} A_m \cos p_m^c \xi + \sum_{m=1}^{M} B_m \sin p_m^s \xi ,$$
(1)

где  $A_m$ ,  $B_m$  — амплитуды полей симметричных (c) и антисимметричных (s) мод;  $p_m^c = \pi (2m+1)$ ;  $p_m^s = 2\pi m$ ;  $\xi = x/d$ , d — толщина волновода.

При распространении в волноводе пространственная структура поля (1) изменяется в параксиальном приближении следующим образом:

$$E(\xi, z) = \frac{1}{2\sum_{m}} A_{m} \cos p_{m}^{c} \xi \exp (ik_{zm}^{c}z) + \frac{1}{2\sum_{m}} B_{m} \sin p_{m}^{s} \xi \exp (ik_{zm}^{s}z) + \text{компл. сопр. (2)}$$

где  $k_{zm}^{c,s} = k_0 n - (p_m^{c,s})^2/2k_0 n d^2$ ;  $k_0 = \omega/c$ , n— показатель преломления вещества волновода. Из формулы (2) следует, что из-за различия скоростей распространения волноводных мод между ними возникают фазовые расстройки. Синфазное распределение восстанавливается на расстояниях  $L_p^s = 2d^2np/\lambda$  (p=1, 2, ...) для совокупности *s*-мод и на расстояниях  $L_p^c = 8d^2np/\lambda$  для совокупности *c*-мод. Данный результат является, конечно, проявлением эффекта Тальбо [11], заключающегося в воспроизведении исходной периодической структуры поля на расстояниях  $L_r = 2a^2p/\lambda$ , где a— период.

Пусть длина волновода

$$L = L_{2m+1}^{s} = 2d^{2}n\lambda^{-1}(2m+1), m = 0, 1, 2...(3)$$



Рис. 1. Оптическая схема резонатора

Резонатор для формирования квазиоднородного поля

При выполнении (3) за двойной проход волновода поле  $E^{s}(\xi, z)$  восстанавливается, а поле  $E^{c}(\xi, z)$  переходит в —  $E^{c}(\xi, z)$ . Далее, при двукратном обходе открытого участка резонатора и в предположении неограниченности зеркала 5 осуществляется двойное пространственное преобразование Фурье, вследствие чего амплитуды с- и s-мод дополнительно изменят разность фаз на л. В итоге после полного обхода резонатора восстанавливается исходная модовая структура (1), если длина волны λ<sub>0</sub> удовлетворяет кроме (3) также и фазовому условию генерации Ln+2F == Nλ<sub>0</sub>/2, где N — целое число. Отсюда ясно, что волноводные моды (1) и соответствующие им амплитудно-фазовые распределения поля вне волновода образуют при выполнении соотношения (3) совокупность частотно-вырожденных элементарных мод резонатора в целом. Отметим, что частотное вырождение поперечных мод и связанные с этим возможности их синхронизации в закрытом волноводном резонаторе полупроводникового лазера впервые были рассмотрены в работе [12].

Из формулы (3) могут быть определены для заданной длины волны генерации допустимые длина и толщина волновода. Для однозначного выбора L и d будем дополнительно учитывать условие многомодовости, а также необходимость выполнения параксиального приближения, ограничивающего углы  $\theta_m^{c, s}$  волновых векторов мод с осью Z:  $\theta_m^{c, s} \leqslant \theta_0$ . Так как  $\theta_m^{c, s} = p_m^{c, s} / k_0 nd$ , то, например, для M = 10,  $\theta_0 = 1$ , 5°,  $\lambda_0 = 1,06$  мкм, n = 1,5 находим d ≥ 0,28 мм. В дальнейшем будем принимать M = 12, d = 0,4 мм, чему соответствует  $\theta_0 = 1,3^\circ$ . При этом из (3) находим  $L_1^s = 45$  см. При изменении толщины или длины волновода, ведущем к нарушению соотношения (3), частотное вырождение поперечных мод снимается. В частности, разрабатываемые в настоящее время твердотельные лазеры с пластинчатыми активными элементами [13-16] имеют существенно большее отношение d/L, чем задаваемое условием (3). При этом достигается, в частности, выигрыш в энергии за счет увеличения объема активной среды, но модовая структура задается в основном внешним резонатором.

Достоинством рассматриваемого типа резонаторов является возможность синхронизации поперечных мод и достижения генерации КО поля.

### 2. Синхронизация поперечных мод

Для пояснения возможности синхронизации найдем распределение амплитуды в плоскости z=2F+L. При выполнении условия (3) из (1), (2) находим

$$a(\xi, L) = -i \sum_{m=0}^{M} A_m \cos p_m^c \xi + \sum_{m=1}^{M} B_m \sin p_m^s \xi.$$
(4)

Выполняя фурье-преобразование (4), получаем

$$a(\xi, L+2F) = \frac{1}{2}d(\lambda F)^{-1/2} \left(\sum_{m=0}^{M} A_m [\operatorname{sinc} \pi \times (d^2\xi/\lambda F_m - m - 1/2) + \operatorname{sinc} \pi (d^2\xi/\lambda F + m + (5)) + \frac{1}{2}\right) + \sum_{m=1}^{N} B_m [\operatorname{sinc} \pi (d^2\xi/\lambda F - m) - \operatorname{sinc} \pi \times (d^2\xi/\lambda F + m)] \right).$$

Выражение (5) представляет собой упоминавшуюся выше совокупность одинаковых по структуре и частоте, но смещенных в пространстве мод. При выполнении условий синхронизации  $A_m =$  $= \text{const} = A_0, B_m = \text{const} = B_0$  каждая из совокупностей мод в (5) будет формировать КО распределение амплитуды.

Для нахождения способа синхронизации мод еще раз обратимся к формуле (5). Положим в ней все  $A_m = A_0$ ,  $B_m = B_0$ ,  $A_0 = B_0$ . Тогда в области x > 0 произойдет сложение амплитуд *c*- и *s*-мод и, следовательно, усиление поля, тогда как в области x < 0 — вычитание амплитуд и, соответственно, гашение поля. При  $A_0 = -B_0$  области усиления и гашения меняются местами. Отсюда ясно, что для достижения синхронизации необходимо размещение поглощающего экрана в области интерференционного гашения поля (диафрагма 4 на рис. 1). При этом КО распределение поля будет обладать высокой добротностью, что является необходимым условием его выделения.

Важнейшими параметрами, определяющими синхронизацию, являются коэффициенты межмодовых связей. Проведем их расчет в пренебрежении влиянием эффектов усиления в активном элементе на структуру мод. Пусть поглощающий экран занимает область  $x < -H_1/2$ ,  $x > H_2/2$ , где  $H_1 = \lambda F/d$ ,  $H_2 = \lambda F(2M+1)/d$ . Исходной предпосылкой при выборе  $H_1$  и  $H_2$  была необходимость обеспечения участия в формировании супермоды всех парциальных мод, входящих в (5). Введение поглощающего экрана приведет к дифракции поля (5) на его краях. После обратного распространения ко входу в волновод амплитуда поля имеет вид

$$a(\xi, L; 2\pi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{a(\xi', L)}{\xi + \xi'} \{\exp\left[-iN_2(\xi + \xi')\right] - \exp\left[-iN_1(\xi + \xi')\right] \} d\xi',$$
(6)

где  $N_{1,2} = \pi dH_{1,2}/\lambda F$ , аргумент  $2\pi$  у амплитуды  $a(\xi, L)$  означает, что рассматривается поле после одного обхода резонатора. Далее поле (6) возбуждает некоторую совокупность волноводных мод типа (1). Представим ее в пересчете к плоскости z = 0 в виде

$$a(\xi; 0; 2\pi) = i \sum_{m=0}^{M} C_m \cos p_m^c \xi + i \sum_{m=1}^{M} S_m \sin p_m^s \xi .$$
(7)

Тогда из (4) и (6) находим

$$C_{m} = \sum_{n=0}^{M} H_{cc}\binom{m}{n} A_{n} + \sum_{n=1}^{M} H_{cs}\binom{m}{n} B_{n},$$
  

$$S_{m} = \sum_{n=1}^{M} H_{ss}\binom{m}{n} B_{n} + \sum_{n=0}^{M} H_{sc}\binom{m}{n} A_{n}.$$
 (8)

Матричные элементы в (8) определяются следующим образом:

$$H_{cc}\binom{m}{n} = \frac{1}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\cos p_m^c \xi \cdot \cos p_n^c \xi'}{\xi + \xi'} (\sin N_2(\xi + \xi') +$$

Б. В. Бокуть, Е. С. Романенко, Н. А. Хилово составляется в

986

$$+\sin N_1(\xi+\xi'))d\xi d\xi', \qquad (9)$$

$$H_{cs}\binom{m}{n} = -\frac{1}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\cos p_m^c \xi \cdot \sin p_n^s \xi'}{\xi + \xi'} \times$$

$$\times (\cos N_2(\xi + \xi') - \cos N_1(\xi + \xi')) d\xi d\xi'.$$
(10)

Матричные элементы  $H_{ss}\binom{m}{n}$  получаются из (9) заменой соs  $p_m^c \xi \cdot \cos p_n^c \xi' \rightarrow -\sin p_m^s \xi \cdot \sin p_n^s \xi'$ , а  $H_{ss}\binom{m}{n}$  — из (10) заменой  $m \ge n$ .

Интегрирование полученных выражений и позволяет найти коэффициенты межмодовых связей для данного резонатора. Из (10) непосредственно следует, что связь мод разной симметрии, т. е. *с*- и *s*-мод, реализуется только при  $N_1 \neq N_2$ , т. е. при несимметричном относительно оптической оси схемы расположении поглощающего экрана. Интегрирование (9), (10) приводит к довольно громоздким выражениям, причем вид их зависит от соотношения параметров  $p_{m,s}^{c,s}$ н  $N_{1,2}$ .

Так,

$$H_{cc}^{N}\binom{m}{n} = \frac{(-1)^{m+n}}{4\pi^{2}} \left[ \frac{1}{m-n} (\operatorname{Cin} 2\pi m - \operatorname{Cin} 2\pi (m+1) - \operatorname{Cin} 2\pi n + \operatorname{Cin} 2\pi (n+1)) \right] + \frac{1}{m+n+1} (-\operatorname{Cin} 2\pi m + \operatorname{Cin} 2\pi (m+1) - \operatorname{Cin} 2\pi n + \operatorname{Cin} 2\pi (m+1))], \quad (11)$$

$$H_{cc}^{N_{1}}\binom{m}{m} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi}(-\operatorname{si} 2\pi m + \operatorname{si} 2\pi (m+1)) + \frac{1}{2\pi^{2}(2m+1)} \times \times (\operatorname{Cin} 2\pi (m+1) - \operatorname{Cin} 2\pi m), \quad (12)$$

где Сіп x = - сі  $x + \ln x + C$ ; sі x, сі x - интегральные синус и косинус;  $C \approx 0,577 -$  постоянная Эйлера; обозначение  $\binom{m}{n}$  указывает, что  $m \neq n$  и при переходе от (9) к (11) использовано очевидное представление

 $H_{cc}\binom{m}{n} = H_{cc}^{N}\binom{m}{n} + H_{cc}^{N}\binom{m}{n}.$ 

$$H_{cc}\binom{m}{n} = H_{cc}^{N_1}\binom{m}{n} + H_{cc}^{N_2}\binom{m}{n}$$

Матричные элементы (11) определяют дифракционную связь различных *с*-мод, существенную для их взаимной синхронизации. В зависимости от *m* и *n* их поведение следующее: максимальная связь реализуется с участием одной из крайних мод, когда *n*, *m*=0, *M*. Это и понятно, так как именно эти моды испытывают дифракцию в наибольшей степени. При этом для ближайших соседей  $(m-n=1-2) | H_{cc} {m \choose n} | \ge 5 \cdot 10^{-2}$ , а с ростом *m*-*n* связь постепенно ослабевает до уровня  $(1-2) \cdot 10^{-2}$ . Отметим также, что имеет

место соотношение симметрии  $H_{cc}\binom{m}{n} = H_{cc}\binom{n}{m}$ . Далее, при *n*,  $m \neq 0$ , *M* дифракционная связь незначительна (менее  $10^{-2}$ ).

Существенно больше связь с- и s-мод, описываемая матричными элементами  $H_{cs}\binom{m}{n}$  и  $H_{sc}\binom{m}{n}$ . Максимальное их значение составляет примерно 0,3 для мод с m=n и сохраняется на уровне более 0,1 для 2 — 3 ближайших соседей. Кроме того, здесь нет уменьшения коэффициентов связи с удалением от краев. Следовательно, основную роль в процессе синхронизации парциальных мод и в формировании супермоды будут играть связи  $c \rightleftharpoons s$ .

Для выяснения структуры и уровня потерь супермод в данном резонаторе необходимо в общем случае решать на собственные значения систему 2M + 1 линейных уравнений вида

$$\sum_{n} H_{cc}\binom{m}{n} A_{n} + \sum_{n} H_{cs}\binom{m}{n} B_{n} = \lambda A_{m},$$
  
$$\sum_{n} H_{ss}\binom{m}{n} B_{n} + \sum_{n} H_{sc}\binom{m}{n} A_{n} = \lambda B_{m}.$$
 (13)

Численный анализ показал, что система (13) допускает решение КО типа, т. е. с примерно одинаковым уровнем возбуждения группы центральных волноводных мод ( $2 \le m < 10$ ). При этом потери, определяемые собственным значением  $\lambda$ , находятся на уровне менее одного процента,



Рис. 2. Пространственные распределения амплитуд  $a_1(x)$  (*a*) и  $a_2(x)$  (*б*) на зеркалах 5 и 6 соответственно

что указывает на эффективную подстройку пространственного распределения КО супермоды, обеспечивающую ее высокую добротность. Соответствующее распределение амплитуды представлено на рис. 2, а. Видно наличие КО участка шириной приблизительно 12 мм. Амплитудное распределение на выходе волновода (рис. 2, 6) содержит узкий интенсивный максимум, характерный для суперпозиции нескольких синхронизованных мод. Наличие значительного противофазного побочного максимума связано с интерференцией мод различной симметрии в (1). Простой расчет показывает, что максимальная амплитуда супермоды превосходит амплитуду одной элементарной моды приблизительно в 28 раз, чему выигрыш в интенсивности соответствует в  $\sim$ 780 раз. Здесь имеет место ситуация, аналогичная когерентному сложению амплитуд при синхронизации набора лазеров [17, 18].

Система уравнений (13) допускает также и пространственно-неоднородные решения с низким уровнем потерь, что выдвигает дополнительно задачу селекции КО супермоды. Из возможных путей ее решения выделим, кроме диафрагмирования, метод введения внутрирезонаторных нелинейных потерь, например нелинейного интерферометра с ГВГ, а также использование эффекта насыщения усиления в активной среде. Введение нелинейных потерь представляет интерес и для ослабления пространственно-временных флуктуаций в сформировавшейся моде.

Таким образом, проведенные исследования показали, что применение в лазерных резонаторах оптических волноводов с эффектом вопроизведения поперечной пространственной структуры поля позволяет формировать совокупность большого числа частотно-вырожденных мод, легко поддающихся взаимной синхронизации. При этом результатом синхронизации может являться высокодобротная супермода КО типа. Предлагаются некоторые методы ее селекции и стабилизации.

- 1. Ю. А. Калинин, А. А. Мак, А. И. Степанов, В. А. Фромзель. ЖЭТФ, 56, 1161 (1969).
- Ю. В. Троицкий. Оптика и спектроскопия, 37, 973 (1974).
   Ю. Э. Матизен, Ю. В. Троицкий. Квантовая электроника, 13, 1437 (1986).
- 4. Ю. Э. Матизен, Ю. В. Троицкий. Квантовая электрони*κα*, **16**, 604 (1989)
- 5. Ю. Э. Матизен, Ю. В. Троицкий. Квантовая электроника, 16, 2475 (1989).
- 6 S. L. Ream. Laser Focus, 15, N 11, 68 (1979)
- 7. Y. Kawamura, Y. Itagaki, K. Toyoda, S. Namba. Optics Comms, 48, 44 (1983).
- 8. J. P. Girardeau-Mpntaut, J. C Li, C. Girardeau-Montaut. Optics Comms, 57, 161 (1986).
- 9. С. S. Ih. Appl. Optics, 11, 694 (1972). 10. С. А. Визнюк, А. Т. Суходольский. Квантовая электроника, 17, 214 (1990)
- 11. H. F. Talbot. Phil. Mag., 9, 401 (1936).
- 12. Л. А. Ривлин. Квантовая электроника, № 5 (11), 46 (1972). 13. А. Л. Микаэлян, В. В. Дьяченко. Письма в ЖЭТФ, 16.
- 25 (1972).
- 14. J. M. Eggleston, G. F. Albrecht. R. A. Petr, J. F. Zum-dieck. IEEE J. QE-22, 2092 (1986). 15. А. А. Данилов, В. В. Осико, А. М. Прохоров, И. А. Щер-
- баков. Квантовая электроника, 15, 486 (1988). 16. М. А. Борик и др. Квантовая электроника, 17, 398 (1990).
- 17. И. С. Голдобин, Н. Н. Евтихиев, А. Г. Плявенек, С. Д. Якубович. Квантовая электроника, 16, 1957 (1989)

18. В. В. Лиханский, А. П. Напартович. УФН, 160, 101 (1990). Институт физики Г им. Б. И. Степанова АН БССР, Минск Поступила в редакцию

16 ноября 1990 г.

#### B. V. Bokuť, E. S. Romanenko, N. A. Khilo. A resonator for formation of a quasi-homogeneous field.

The coherent summation of a great number of frequencydegenerate modes with identical spatial structures is suggested for obtaining quasi-homogeneous laser beams. A resonator is calculated which makes it possible to form such beams due to waveguide transverse mode locking.