

ФИЗИКА

УДК 535.2:535.565.3

Академик АН БССР Б. В. БОКУТЬ

**О ВРАЩЕНИИ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ВОЛН
В ГИРОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

В [1] поставлен вопрос о нахождении направлений волновой нормали в инверсионных одноосных кристаллах, вдоль которых могло бы проявляться явление вращения плоскости поляризации.

Рассмотрим эту задачу, как и в [1], на основе общих феноменологических соотношений оптики естественно гиротропных одноосных и двуосных кристаллов.

Будем исходить из уравнения для определения ориентации вектора магнитной индукции \mathbf{B} в виде [1]

$$(\hat{\epsilon} + \mathbf{m}^{\times^2} + i\mathbf{n}\mathbf{g}^{\times}) \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

где

$$\hat{\epsilon} = \epsilon - \alpha\tilde{\alpha}, \quad (2)$$

ϵ — тензор диэлектрической проницаемости, $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$ — вектор рефракции, n — показатель преломления, \mathbf{n} — единичный вектор волновой нормали, $\mathbf{g} = (\alpha_e - \tilde{\alpha})\mathbf{n}$ — вектор гирации, α — псевдотензор гирации, \mathbf{m}^{\times} — тензор, дуальный вектору \mathbf{m} , тильда (\sim) означает транспонирование, а «с» — след тензора.

Рассмотрим сначала одноосные кристаллы инверсионно-планального класса $-42m$. Для этих кристаллов α есть:

$$\alpha = \alpha_{11} (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_2),$$

где $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ — кристаллографические оси второго порядка. Тензор $\hat{\epsilon}$ (2) тогда запишется следующим образом:

$$\hat{\epsilon} = a + b \mathbf{a}_3 \cdot \tilde{\mathbf{a}}_3, \quad (3)$$

$$a = \epsilon_0 - \alpha_{11}^2, \quad b = \epsilon_e - \epsilon_0 + \alpha_{11}^2,$$

где \mathbf{a}_3 — направление оптической оси кристалла. Для того чтобы вектор \mathbf{B} был циркулярно поляризован, необходимо, чтобы выполнялись условия ([1], с. 338)

$$[\mathbf{n}\mathbf{g}] [\mathbf{n} \hat{\epsilon} \mathbf{n}, \hat{\epsilon} \mathbf{g}] = 0, \quad (4)$$

$$[\mathbf{n}, (\hat{\epsilon} - \mathbf{m} \hat{\epsilon} \mathbf{m}) [\mathbf{n}\mathbf{g}]]^2 - (\mathbf{m} \hat{\epsilon} \mathbf{g})^2 [\mathbf{n}\mathbf{g}]^2 = 0. \quad (5)$$

Учитывая (5) и что $\hat{\epsilon} \mathbf{g} = \mathbf{a}_3 \mathbf{g}$, равенство (4) принимает форму

$$ab \cdot \mathbf{n} \mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{n} \mathbf{g} \cdot [\mathbf{n} \mathbf{a}_3] \mathbf{g} = 0.$$

Исключая случаи расположения волновой нормали в плоскостях симметрии, а также вдоль оптической оси, из этого равенства следует условие

вне круговой поляризации: $b=0$. Пренебрегая членами второго порядка малости относительно параметра гирации, это условие запишем в виде

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_e. \quad (6)$$

При $b=0$ условие (5) дает уравнение нормалей для случая изотропной гиротропной среды

$$n^4 - n^2(2\varepsilon_0 + (ng)^2) + \varepsilon_0^2 = 0. \quad (7)$$

Таким образом, круговая поляризация волн, а следовательно, и явление вращения плоскости поляризации возможны в инверсионно-планальных кристаллах при выполнении условия (6).

Рассмотрим общий случай одноосных гиротропных кристаллов. Тензор ε будет иметь форму (3), в котором a и b равны:

$$a = \varepsilon_0 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{12}^2, \quad b = \varepsilon_e - \varepsilon_0 + \alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 - \alpha_{33}^2, \quad (8)$$

причем при $\alpha_{33}=0$ тензор ε будет относиться к инверсионно-примитивному классу кристаллов, при $\alpha_{33}=\alpha_{12}=0$ — к инверсионно-планальному классу, при $\alpha_{12}=0$ — к аксиальным классам 32, 422, 622 и в общем случае — к примитивным классам 3, 4, 6.

С учетом $nB=0$ уравнение (1) можно записать

$$(a + ba_3 \cdot a_3 - n^2 + ing^\times) B = 0. \quad (9)$$

Считая $b=0$ и умножая (9) на тензор n^\times , имеем

$$(a - n^2) n^\times - ing^\times B = 0.$$

Отсюда следует, что $B = -i \frac{(a - n^2)}{nng} [nB] = i\kappa [nB]$, причем $\kappa = \pm 1$ и

$$B = \pm i [nB], \quad (10)$$

т. е. векторы B_\pm поляризованы по кругу с противоположными направлениями вращения. Из $\kappa^2=1$ следует уравнение нормалей (7).

Таким образом, в направлениях волновых нормалей, отличных от направления оптической оси, векторы магнитной индукции будут поляризованы по кругу для тех одноосных гиротропных кристаллов, у которых главные диэлектрические проницаемости будут равны на какой-то определенной длине волн $\varepsilon_0(\lambda_i) = \varepsilon_e(\lambda_i)$. Как известно, такие направления определены экспериментально не только в инверсионных кристаллах [2, 3], но и в аксиальных и примитивных одноосных кристаллах, когда волновая нормаль отлична от направления оптической оси [4]. Это так называемые ε -изотропные кристаллы, у которых выполняется условие (6).

Обратимся к двусиальным аксиальным кристаллам класса 222. Для них псевдотензор гирации есть

$$\alpha = \alpha_{11}a_1 \cdot a_1 + \alpha_{22}a_2 \cdot a_2 + \alpha_{33}a_3 \cdot a_3, \quad (11)$$

где a_i ($i=1, 2, 3$) — единичные ортонормированные векторы направлены по осям второго порядка. Будем считать, что плоскость оптических осей (c_1, c_2) расположена в плоскости векторов (a_1, a_3) ($\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$):

$$a_1 = \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{2(1 - c_1 c_2)}}, \quad a_2 = \frac{[c_1 c_2]}{\sqrt{[c_1 c_2]^2}}, \quad a_3 = \frac{c_1 + c_2}{\sqrt{2(1 + c_1 c_2)}}. \quad (12)$$

В этом случае тензор (2) с учетом (11, 12) принимает вид

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{a} + (b^2 |\varepsilon| - d_+) (c_1 \cdot c_1 + c_2 \cdot c_2) -$$

$$-(b(a+bc_1c_2)|\varepsilon|-d_-)(c_1 \cdot c_2 + c_2 \cdot c_1) - f [c_1c_2] \cdot [c_1c_2],$$

где

$$a = \varepsilon_2^{-1}, \quad b = \frac{1}{2} (\varepsilon_1^{-1} - \varepsilon_3^{-1}), \quad |\varepsilon^{-1}| = a ((a+bc_1c_2)^2 - b^2),$$

$$d_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_{11}^2}{1-c_1c_2} \pm \frac{\alpha_{33}^2}{1+c_1c_2} \right), \quad f = \frac{\alpha_{22}^2}{[c_1c_2]^2}.$$

Ограничеваясь членами первого порядка малости относительно параметров гирации, из (1) и (13) следует условие круговой поляризации векторов магнитной индукции $b=0$, т. е.

$$\varepsilon_1(\lambda_i) = \varepsilon_3(\lambda_i) \quad (14)$$

Следовательно, дисперсия кристалла должна быть такой, чтобы на длине волны λ_i минимальная и максимальная величины главных диэлектрических проницаемостей были равны между собой. С другой стороны, условие (14) приводит к требованию $\varepsilon_1(\lambda_i) = \varepsilon_2(\lambda_i) = \varepsilon_3(\lambda_i)$, что, вероятно, трудно реализуемо.

Рассмотрим случай, когда двуосный кристалл класса 222 на длине волны λ_i становится одноосным. Для определенности будем считать $\varepsilon_3(\lambda_i) = \varepsilon_2(\lambda_i)$. При этом $c_1 = c_2 = \pm a_1$ и тензор $\hat{\varepsilon}$ принимает вид:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \alpha_{11}^2) a_1 \cdot a_1 - \alpha_{22}^2 a_2 \cdot a_2 - \alpha_{33}^2 a_3 \cdot a_3.$$

Из уравнения нормалей

$$n^4 (n \hat{\varepsilon} \mathbf{n} + [ng]^2) - n^2 (\mathbf{n} (\bar{\varepsilon}_c - \bar{\varepsilon}) \mathbf{n} + g \mathbf{g}) + |\hat{\varepsilon}| = 0 \quad (15)$$

при $\mathbf{n} = a_1$, $\mathbf{g} = (\alpha_c - \bar{\alpha}) a_1 = (\alpha_{22} + \alpha_{33}) a_1$ получаем для показателей преломления $n_{\pm}^2 = \varepsilon_2 \pm \sqrt{\varepsilon_2 (\alpha_{22} + \alpha_{33})}$.

Из уравнения (1) и уравнений Максвелла следует, что векторы поля и индукций поляризованы строго по кругу с правым (+) и левым (-) вращением

$$\mathbf{E}_{\pm} = \mathcal{E}_{\pm} (a_2 \pm i a_3), \quad \mathbf{B}_{\pm} = \mathcal{E}_{\pm} n_{\pm} (a_3 \mp i a_2), \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_{\pm} = \mathcal{H}_{\pm} (a_3 \mp i a_2), \quad \mathbf{D}_{\pm} = \mathcal{H}_{\pm} n_{\pm} (a_2 \pm i a_3).$$

Теперь рассмотрим поляризацию электромагнитных волн, распространяющихся в двуосном кристалле класса 222 в направлениях оптических осей c_1 , c_2 . Из уравнения нормалей (15) при $\mathbf{n} = c_1$ для n_{\pm}^2 имеем

$$n_{\pm}^2 = \frac{1}{a} \pm \frac{1}{a \sqrt{a}} \{c_1 g \cdot (a + bc_1c_2) - c_2 g \cdot b\}, \quad (17)$$

где

$$g = \frac{1}{2} \{(\alpha_{11} + 2\alpha_{22} + \alpha_{33}) c_1 + (\alpha_{11} - \alpha_{33}) c_2\}.$$

Уравнение (1) и уравнения Максвелла с учетом (17) приводят к следующим выражениям для векторов поля и индукций:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_+ &= \mathcal{E}_+ \{((ac_1c_2 - b[c_1c_2]^2)c_1 - ac_2) - ia[c_1c_2]\}, \\ \mathbf{E}_- &= \mathcal{E}_- \{a[c_1c_2] - i((ac_1c_2 - b[c_1c_2]^2)c_1 - ac_2)\}, \\ \mathbf{B}_{\pm} &= -\mathcal{E}_{\pm} n_{\pm} a([c_1c_2] \pm i[c_1[c_1c_2]]), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_{\pm} = \mathcal{H}_{\pm} ([c_1c_2] \pm i[c_1[c_1c_2]]), \quad \mathbf{D}_{\pm} = -\mathcal{H}_{\pm} n_{\pm} ([c_1[c_1c_2]] \mp i[c_1c_2]).$$

При $\mathbf{n} = c_2$ в (17) и (18) необходимо сделать замену $c_1 \leftrightarrow c_2$. Из (18) сле-

дует, что векторы \mathbf{H}_{\pm} , \mathbf{D}_{\pm} , \mathbf{B}_{\pm} являются круговыми, и векторы \mathbf{E}_{\pm} поляризованы эллиптически с эксцентриситетом

$$e = \frac{b \sqrt{[c_1 c_2]^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 [c_1 c_2]^2}}.$$

Величина эллиптичности зависит от анизотропии кристалла и величины угла между оптическими осями. Круговая поляризация векторов \mathbf{E}_{\pm} может быть достигнута, во-первых, при выполнении условия (14) ($b=0$) и, во-вторых, при $c_1 = \pm c_2$, т. е. когда двуосный кристалл превращается в одноосный на какой-то определенной длине волны, что согласуется с (16).

Следовательно, оптическая ось двуосного гиротропного кристалла принципиально отличается от оптической оси одноосного гиротропного кристалла. Вдоль оптической оси одноосных аксиальных и примитивных кристаллов все векторы поля и индукций являются круговыми, чего нет в двуосных кристаллах в направлениях оптических осей. И только при $c_1 = c_2$ все векторы полей и индукций становятся круговыми.

Summary

The conditions are obtained, under which all the field and induction vectors in a class-222 biaxial gyrotropic crystal become circularly polarized.

Литература

1. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. Минск, 1978.
2. Hobden M. V. // Acta Cryst. 1968. Vol. A 24. P. 676–680.
3. Hobden M. V. // Acta Cryst. 1969. Vol. A 25. P. 633–639.
4. Соловьев Л. Е., Бабинский А. Б. // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 23, № 5. С. 291–295.

Институт физики им. Б. И. Степанова
АН БССР

Поступило 26.03.90