Доклады Академии наук СССР
1971. Том 201, № 2

УДК 621.396.674.3 *ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА*

Н. И. ШАМЕЕВА

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНОГО ВИБРАТОРА, ВОЗБУЖДАЕМОГО В РАЗРЕЗ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИЕЙ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 16 IV 1971)

Электродинамическое исследование реальной антенно-фидерной системы, состоящей из симметричного вибратора и возбуждающей его двухпроводной линии (рис. 1), оказывается возможным, если применить «двойной» вариационный метод ([1]). Этот метод основан на использовании стационарности некоторого функционала $Z_{\alpha\beta}$, зависящего от токов, для последующего вычисления токов с большей точностью.

Рассматриваемая система представляет собой двухпроводную линию, отогнутые концы которой длины L (см. рис. 1) образуют плечи симметричного вибратора. Линия и вибратор образованы двумя тонкими идеально проводящими проводниками радиуса a, причем

$$ka \ll 1, \quad b \gg a, \tag{1}$$

где b — расстояние между проводами линии. Линия возбуждается сторонним электрическим полем, касательная составляющая которого на первом проводе равна

$$E_x^e = \mathscr{E}\delta(x - x_\beta), \tag{2}$$

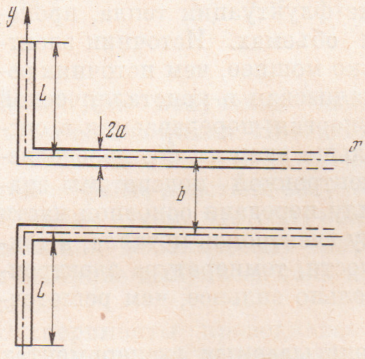

Рис. 1. Симметричный вибратор, возбуждаемый двухпроводной линией

где x_β — координата точки расположения источника. Сторонняя э.д.с. и ток на втором проводе линии отмечаются знаком, что соответствует возбуждению в линии противофазной волны.

При сопоставлении функционального уравнения для рассматриваемой системы мы исходим из тех же предположений, что и в работе ([3]), т. е. считаем, что волны тока, возбуждаемого сторонним электрическим полем, распространяются вдоль оси проводников, а граничные условия для полей ставим на линии, отстоящей от оси на расстояние a. При выборе нулевого приближения для тока полагаем, что волны тока распространяются от точки возбуждения с фазовой скоростью, равной скорости света и постоянной амплитудой, проходят без отражения через излом и с той же амплитудой отражаются от конца вибратора; например, ток в первом проводе линии берем в виде

$$I_\beta(x) = C\mathscr{E}[\exp(ik|x - x_\beta|) - \exp(ik(2L + x_\beta + x))]. \tag{3}$$

По нулевому приближению вычисляется функционал $Z_{\alpha\beta}$, обратная величина которого в случае задания сторонней э.д.с. в виде δ-функции, определяет следующее приближение для тока. Ввиду громоздкости мы не будем приводить всех вычислений (ср. ([3])), а ограничимся лишь окончательным выражением для тока на входе вибратора

$$I(0) = A\frac{8\ln(b/a)\cdot\sin^2 kL}{2[\ln(b/a) - g(0) + g(L)] - e^{2ikL}[\ln(b/a) - 2g(L) + g(2L)] - e^{-2ikL}[\ln(b/a) + g(0)]}, \tag{4}$$

которое получено при условии (1), а также в предположении, что $x_\beta \to \infty$, что соответствует набегающей волне в линии с амплитудой тока A. Кроме того, мы учли условия

$$kb \ll 1, \quad b/L \ll 1, \tag{5}$$

обычно выполняющиеся на практике. Функция $g(z)$ в (4) определяется как

$$g(z) = \ln \frac{2z}{a} - E(2kz)\, e^{-2ikz}, \quad E(u) = -\int\limits_u^\infty \frac{e^{it}}{t}\, dt,$$
$$g(0) = \ln\left[i/(\gamma k a^2)\right], \quad \gamma = 1{,}78107\ldots \tag{6}$$

При первом условии (5) по току $I(0)$ можно вычислить коэффициент отражения R_0 волны тока в линии:

$$I(0) = A(1 + R_0), \tag{7}$$

а следовательно, и входной импеданс

$$Z = W \frac{1 - R_0}{1 + R_0}, \quad W = \frac{4}{c} \ln \frac{b}{a}. \tag{8}$$

Из формул (4), (7) и (8) следует, что

$$Z = R - iX = \frac{1}{c \sin^2 kL} \{2\,[g(L) - g(0)] + {}$$
$$+ e^{2ikL}\,[2g(L) - g(2L)] - e^{-2ikL}\, g(0)\}, \tag{9}$$

откуда

$$R = \frac{1}{c \sin^2 kL}\,[2\mathrm{Di}\, 2kL + \cos 2kL\,(2\mathrm{Di}\, 2kL - \mathrm{Di}\, 4kL) - {}$$
$$- \sin 2kL\,(2\mathrm{Si}\, 2kL - \mathrm{Si}\, 4kL)], \tag{10}$$

$$X = \frac{1}{c \sin^2 kL}\,[2\mathrm{Si}\, 2kL + \cos 2kL\,(2\mathrm{Si}\, 2kL - \mathrm{Si}\, 4kL) + {}$$
$$+ \sin 2kL\,(2\mathrm{Di}\, 2kL - \mathrm{Di}\, 4kL)] + \frac{4}{c}\, \mathrm{ctg}\, kL \cdot \ln \frac{a}{L}; \tag{11}$$

$$\mathrm{Si}\, x = \int\limits_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt, \quad \mathrm{Di}\, x = \int\limits_0^x \frac{1 - \cos t}{t}\, dt, \tag{12}$$

т. е. мы получили известные формулы М. А. Леонтовича и М. Л. Левина [2], относящиеся к симметричному вибратору, возбуждаемому сосредоточенной э.д.с. Формулы (9) — (11) не пригодны при возбуждении вибратора в узле тока ($kL \approx n\pi$, $n = 1, 2, \ldots$); в нашем методе это объясняется тем, что при $kL = n\pi$ ток $I(0)$ равен нулю как в нулевом, так и во всех следующих приближениях.

Для определения входного импеданса при $kL \approx n\pi$ поступим следующим образом. Представим ток на выходе вибратора как суперпозицию двух волн: первичной волны, проходящей через излом в случае бесконечно длинного вибратора, и вторичной волны, отраженной от конца вибратора. Как показано многими авторами, отраженная от конца тонкого провода волна ведет себя так же, как волны, расходящиеся от точки приложения сосредоточенной э.д.с., величина которой находится из условия

$$I(L) = 0. \tag{13}$$

Решая задачу о возбуждении бесконечно длинного вибратора двухпроводной линией [4], в нулевом приближении предполагаем, что волна тока с постоянной амплитудой беспрепятственно проходит через излом, и тогда в первом приближении ток в вибраторе оказывается равным

$$I(y) = -A\psi(y)\, e^{iky}, \tag{14}$$

где функция

$$\psi(y) = \frac{2 \ln (b/a)}{\ln (b/a) + g(y)} \tag{15}$$

несколько отличается от функции $\psi(y)$, полученной в ([1]) тем же методом при рассмотрении возбуждения бесконечно длинного провода сосредоточенной э.д.с.

Для определения отраженной от конца вибратора волны, решаем аналогичную задачу при

$$E_y^e = \mathscr{E}\delta(y - L). \tag{16}$$

Складывая первичную и вторичную волны тока при $y = 0$, получаем выражения для тока

$$I(0) = A2\ln\frac{b}{a}\left\{\frac{1}{\ln(b/a) + g(0)} - \frac{2g(0)e^{2ikL} + [\ln(b/a) - 2g(L) + g(2L)]e^{4ikL}}{[\ln(b/a) + g(L)]^2}\right\} \tag{17}$$

и входного импеданса симметричного вибратора

$$Z = \frac{4}{c}\left\{-\ln\frac{b}{a} + 1\bigg/\left[\frac{1}{\ln(b/a) + g(0)} - \frac{2g(0)e^{2ikL} + [\ln(b/a) - 2g(L) + g(2L)]e^{4ikL}}{[\ln(b/a) + g(L)]^2}\right]\right\} \tag{18}$$

при условиях (5). Считая величину

$$\Omega_b = \ln\frac{b}{a} + g(0) = \ln\frac{ib}{\gamma ka^2} \tag{19}$$

большой, раскладывая по степеням $1/\Omega_b$ и ограничиваясь первым приближением, получаем

$$Z = \frac{1}{c}\frac{\Omega_b^2}{\left(\mathrm{Di}\,2\pi n - {}^1/_4\,\mathrm{Di}\,4\pi n\right) - i\left(\mathrm{Si}\,2\pi n - {}^1/_4\,\mathrm{Si}\,4\pi n\right)} \tag{20}$$

Поправка на укорочение вибратора получается в виде

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\mathrm{Si}\,4\pi n - 4\mathrm{Si}\,2\pi n}{4\pi n\ln(b/(\gamma kaL))}. \tag{21}$$

Тогда входной импеданс равен

$$Z = R = \frac{4}{c}\frac{(\ln b/(\gamma ka^2))^2}{4\mathrm{Di}\,2\pi n - \mathrm{Di}\,4\pi n}, \tag{22}$$

$$Z = 18{,}1\,(\ln(b/(\gamma ka^2)))^2 \text{ ом при } n = 1,$$

Формулы (20) — (22) отличаются от соответствующих формул М. А. Леонтовича и М. Л. Левина ([2]) только аргументом логарифма.

Все приведенные соотношения получены при условиях (5), когда ток $I(0)$ и коэффициент отражения R_0 связаны друг с другом и входным импедансом Z соотношениями (7) и (8), характерными для теории длинных линий. Для более полного учета волновых свойств линий следует учесть члены порядка kb и b/L, что сравнительно просто делается при втором способе расчета как для бесконечно длинного вибратора, так и для вибратора конечной длины; к сожалению, этот способ учитывает лишь «антирезонансные» свойства вибратора, а резонансных свойств не передает.

Таким образом, электродинамический расчет антенно-фидерной системы как единого целого для простейшей системы (рис. 1), состоящей из двухпроводной линии и симметричного вибратора, как мы видим, приводит лишь к сравнительно небольшим поправкам к более простой теории, трактующей возбуждение как сосредоточенную э.д.с. Тем не менее, полученные результаты позволяют надеяться на возможность построения электродинамической теории более сложных антенно-фидерных систем (например, сверхширокодиапазонных), состоящих из тонких проводников.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Л. А. Вайнштейну за ценные советы при выполнении работы и обсуждении ее результатов.

Казанский авиационный
институт

Поступило
7 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 31, 3 (1961). [2] М. А. Леонтович, М. Л. Левин, ЖТФ, 14, 9 (1944). [3] Н. И. Шамеева, Радиотехника и электроника, 16, 5 (1971). [4] Н. И. Шамеева, Тр. Казанск. авиацион. инст., сер. Радиотехника и электроника в. 137 (1971).