

1) $K_1(t, s, u, v, w), K_2(t, s, u, v, w), K_3(t, s, u, v, w)$ непрерывны на множестве $[a, b]^3 \times \mathbb{R}^3$ ($b > a, \mathbb{R}$ – множество вещественных чисел) и удовлетворяют условию Липшица по третьему, четвертому и пятому аргументам, т.е. существует такое число $C_1 > 0$, что для всех $u_1, u_2, v_1, v_2, w_1, w_2 \in \mathbb{R}$ справедливы неравенства

$$|K_1(t, s, u_2, v_2, w_2) - K_1(t, s, u_1, v_1, w_1)| \leq C_1 (|u_2 - u_1| + |v_2 - v_1| + |w_2 - w_1|),$$

$$|K_2(t, s, u_2, v_2, w_2) - K_2(t, s, u_1, v_1, w_1)| \leq C_1 (|u_2 - u_1| + |v_2 - v_1| + |w_2 - w_1|),$$

$$|K_3(t, s, u_2, v_2, w_2) - K_3(t, s, u_1, v_1, w_1)| \leq C_1 (|u_2 - u_1| + |v_2 - v_1| + |w_2 - w_1|).$$

2) $f_1(t, u, v, w), f_2(t, u, v, w), f_3(t, u, v, w)$ непрерывны на множестве $[a, b]^3 \times \mathbb{R}^3$ и удовлетворяющая условию Липшица по второму, третьему и четвертому аргументам.

Для системы поставим задачу Коши, задав начальное условие

$$x(a) = x^0, \quad y(a) = y^0, \quad z(a) = z^0.$$

Доказано, что при выполнении условий 1) и 2) имеют место теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для рассматриваемой системы.

Г. Л. Карасёва, З. Р. Тагангылыджова
 (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СО СМЕШАННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассмотрим линейную задачу оптимального управления:

$$J(u) = c'x(t^*) \rightarrow \max,$$

$$x(t+1) = Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0,$$

$$g_* \leq Hx(t^*) \leq g^*,$$

$$f_*(t) \leq u(t) \leq f^*(t), \quad t \in T = \{0, 1, \dots, t-1\}$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $t \in T$; $A \in R^{n \times n}$; $H \in R^{m \times n}$, $\text{rank} H = m$;
 c , b , g_* , g^* – заданные векторы соответствующих размеров, $f_*(t)$,
 $f^*(t)$, $t \in T$ – заданные функции.

Понятия допустимого, оптимального, субоптимального управлений и соответствующих им траекторий вводятся стандартно.

Исходная задача эквивалентна дискретной задаче

$$\sum_{t \in T} c(t)u(t) \rightarrow \max,$$

$$\bar{g}_* \leq \sum_{t \in T} h(t)u(t) \leq \bar{g}^*, \quad f_*(t) \leq u(t) \leq f^*(t), \quad t \in T,$$

где $c(t) = c'F(t^*, t)b$, $h(t) = HF(t^*, t)b$, $\bar{g}_* = g_* - HF(t^*, -1)x_0$,
 $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*, -1)x_0$, $F(t^*, t)$ – фундаментальная матрица решений системы $x(t+1) = Ax(t)$.

Опорой исходной задачи назовём совокупность $K_{оп} = \{I_{оп}, T_{оп}\}$ двух множеств $I_{оп} \in I$, $T_{оп} \in T$, $|I_{оп}| = |T_{оп}|$, для которой матрица $P_{оп} = (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b, t \in T_{оп})$ неособая.

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = - \sum_{t \in T_H} \Delta(t) \Delta u(t) + \sum_{s \in I_{оп}} \nu(s) \omega(s);$$

где

$$\omega(I_{оп}) = (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_{оп})(\Delta u(t), t \in T_{оп}) +$$

$$+ (H(I_{оп}, J)F(t^*, t)b \Delta u(t), t \in T_H)(\Delta u(t), t \in T_H);$$

$$\omega_*(I_{оп}) \leq \omega(I_{оп}) \leq \omega^*(I_{оп}); \quad T_H = T \setminus T_{оп}$$

где $\Delta u(t) = \bar{u}(t) - u(t)$, $t \in T$ – приращение управления.

Сформулирован критерий оптимальности для дискретной задачи.