

И. В. Кругликов
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

О РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДАХ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ПАДЕ-ЛОРАНА

Аппроксимации Паде – это локально наилучшие рациональные аппроксимации степенных рядов. Они находят многочисленные применения в различных задачах математической физики, механики и прикладной математики (см. [1]).

Естественным шагом является попытка обобщить аппроксимации Паде для приближения рядов Лорана. Например, в [1] предлагается отдельно найти аппроксимации Паде для главной и правильной части, а в качестве аппроксимации ряда Лорана взять сумму этих аппроксимаций. Главным недостатком такого подхода является то, что при построении аппроксимации для главной части никак не учитывается правильная часть, и, наоборот, для правильной части не учитывается главная часть.

В [2] предложен новый подход к построению аппроксимаций Паде ряда Лорана. У него отсутствует главный недостаток предыдущей конструкции аппроксимаций.

Покажем, что эти два подхода определяют, вообще говоря, различные аппроксимации.

Пример. Пусть $n=1$, $m=1$, а $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2^k} z^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{z^k}$. Тогда

$$[1/1]_f^1(z) = \frac{z^2 - 4z + 2}{-2z^2 + 6z - 4} \neq \frac{z^2 - 8z + 2}{-4z^2 + 10z - 8} = [1/1]_f^2(z).$$

Литература

1 Бейкер мл., Дж. Аппроксимации Паде. 1. Основы теории. 2. Обобщения и приложения. / Дж. Бейкер мл., П. Грейвс-Моррис. – М. : Мир, 1986. – 502 с.

2 Старовойтов, А. П. Рациональные аппроксимации рядов Лорана / А. П. Старовойтов, Н. В. Рябченко // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 1 (58). – С. 68–73.