

М. А. Кухлич
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ ЭРМИТА-ПАДЕ

Применение методов тригонометрической интерполяции и аналитического продолжения позволяет получить условия существования и единственности аппроксимаций.

Рассмотрим аналитическую функцию $f(z)$, разлагаемую в тригонометрический ряд:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inz}.$$

Аппроксимация Эрмита-Паде [1] порядка (m, n) представляет собой рациональную функцию вида $R_{m,n}(z) = \frac{P_m(z)}{Q_n(z)}$, где $P_m(z)$ и

$Q_n(z)$ – многочлены, удовлетворяющие условиям согласованности с рядом функции $f(z)$ в определённых узлах и их производных.

Теорема 1. Пусть $f(z)$ является аналитической и допускает разложение в тригонометрический ряд. Тогда для любых натуральных чисел m и n существуют тригонометрические аппроксимации Эрмита-Паде $R_{m,n}(z)$, удовлетворяющие условиям согласованности с рядом функции.

Теорема 2. Пусть $f(z)$ является аналитической в области D , а система уравнений для коэффициентов аппроксимации допускает единственное решение. Тогда тригонометрическая аппроксимация Эрмита-Паде $R_{m,n}(z)$ также единственна.

Полученные результаты важны для дальнейших исследований в области рациональной аппроксимации [2] тригонометрических функций и их приложений в спектральных методах, обработке сигналов и численных вычислениях.

Литература

- 1 Брейтенбергер, Э. Аппроксимации Паде и их приложения / Э. Брейтенбергер. – Москва : Мир, 1991. – 312 с.
- 2 Гонтарь, А. Л. Тригонометрические аппроксимации и их приложения в вычислительной математике / А. Л. Гонтарь. – СПб : Наука, 2005. – 220 с.