Доклады Академии наук СССР
1972. Том 203, № 6

УДК 536.46 ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. С. НОВИКОВ, Ю. С. РЯЗАНЦЕВ, В. Е. ТУЛЬСКИХ

О ВЛИЯНИИ ЭНТРОПИЙНЫХ ВОЛН НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 3 VIII 1971)

Работы Я. Б. Зельдовича [1, 2] положили начало теории устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме. Существенным моментом теории [2] является предположение об изотермичности условий в камере сгорания. Последующие теоретические и экспериментальные работы [3–8] в значительной мере выявили необходимость уточнения этого предположения. В камере сгорания при колебаниях могут распространяться акустические и энтропийные волны. В работах [9–11] развит метод расчета акустической проводимости горящей поверхности конденсированных систем, учитывающий образование энтропийных волн на фронте горения при колебаниях давления. Учет образования энтропийных волн вносит существенный вклад в величину акустической проводимости горящей поверхности. Во многих случаях влияние энтропийной волны на колебания в камере ограничивается этим вкладом, так как при неодномерной геометрии потока и высоком уровне турбулентности потока энтропийные волны быстро размываются. Однако в системах, близких к одномерным, например в камерах с торцовым горением, энтропийные волны могут распространяться по камере, что и наблюдалось в работе [5]. В подобных случаях при анализе колебаний газа в камере сгорания нельзя исключить из рассмотрения возможность генерации колебаний давления при взаимодействии энтропийных волн с выходом из камеры сгорания. Такая возможность отмечалась в работе Б. В. Раушенбаха [12].

Рассмотрим простой пример продольных колебаний газа в камере постоянного сечения с торцовым горением ($x = 0$) и истечением продуктов сгорания через сопло ($x = l$). При анализе распространения волн в камере сгорания будем исходить из линеаризованных уравнений

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \delta u}{\partial t} + u\frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0, \quad \delta s = C_v\frac{\delta p}{p} + C_p\frac{\delta \rho}{\rho};\\
\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + \rho\frac{\partial \delta u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{p} = \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta T}{T};\\
\frac{\partial \delta s}{\partial t} + u\frac{\partial \delta s}{\partial x} - \frac{\lambda}{\rho T}\frac{\partial^2 \delta T}{\partial x^2} = 0.
\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь δu, δp, $\delta\rho$, δs, δT — малые возмущения стационарных значений скорости, давления, плотности, энтропии и температуры газа, u — скорость газа, λ — коэффициент теплопроводности, C_p, C_v — теплоемкости. Предполагая зависимость возмущений от времени и координаты экспоненциальной $\exp[i(\omega t + kx)]$ из уравнений (1) можно установить наличие четырех типов волн. При записи соотношений между частотой ω и волновым числом k воспользуемся следующими неравенствами, отражающими соотношения между параметрами газа в камере сгорания

$$M \equiv u / c \ll 1, \quad \varkappa\omega / c^2 \ll 1. \tag{2}$$

Здесь c — скорость звука в продуктах сгорания, $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности газа. Пренебрегая величинами порядка M^2 и $\omega\varkappa / c^2$, для корней характеристического уравнения системы (1) найдем

$$k^* = \frac{\omega}{u}\,\frac{1+\sqrt{1+4i\delta}}{2\delta}, \quad k^0 = \frac{\omega}{u}\,\frac{1-\sqrt{1+4i\delta}}{2\delta}, \tag{3}$$
$$k^- = i\frac{\omega}{c}(1+M), \quad k^+ = -i\frac{\omega}{c}(1-M), \quad \delta = \frac{\omega\varkappa}{u^2}.$$

Затухание акустических колебаний, обусловленное вязкостью и теплопроводностью, в рассматриваемом приближении мало и не принимается во внимание. Корни k^- и k^+ соответствуют акустическим волнам, движущимся в отрицательном и положительном направлениях оси x, k^0 соответствует энтропийной волне, распространяющейся со скоростью потока, k^* — температурной волне, распространяющейся против потока газа. Свойства энтропийной волны определяются значением параметра δ. При $\delta > 1$ энтропийная волна сильно размывается за счет теплопроводности на расстояниях порядка длины энтропийной волны и при анализе волны в камере сгорания можно ограничиться акустическими волнами. Энтропийные волны существенны при $\delta < 1$. В этом случае для волновых чисел акустических и энтропийных волн вместо (3) запишем

$$k^- = i\frac{\omega}{c}, \quad k^+ = -i\frac{\omega}{c}, \quad k^0 = -i\frac{\omega}{u}(1+i\delta). \tag{4}$$

При записи (4) отброшены не имеющие существенного значения члены порядка M в акустических корнях, учитывающие сдвиг частоты, связанной со стационарным движением газа. Наличие энтропийных волн является специфической особенностью распространения слабых возмущений в движущейся среде. Энтропийные волны, в отличие от температурных, могут распространяться в среде с равным нулю коэффициентом теплопроводности. Они переносят возмущения энтропии, плотности и температуры со скоростью, равной скорости потока газа. Соотношения между возмущениями в акустических и энтропийных волнах с точностью до величин порядка M^2 и δ имеют такой же вид, как и в нетеплопроводящем газе

$$\delta u^\pm = \pm\frac{c}{\gamma}\frac{\delta p^\pm}{\rho}, \quad \frac{\delta\rho^\pm}{\rho} = \frac{1}{\gamma}\frac{\delta p^\pm}{p}, \quad \frac{\delta T^\pm}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\delta p^\pm}{p};$$
$$\delta u^0 = \delta p^0 = 0, \quad \frac{\delta T^0}{T} = -\frac{\delta\rho^0}{\rho}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}. \tag{5}$$

Отметим, что в уравнениях (1) учтена теплопроводность и не учтена вязкость. Это обусловлено тем, что в энтропийных волнах в рассматриваемом приближении возмущения скорости равны нулю и поэтому вязкая диссипация не играет роли. В то же время возмущения температуры в энтропийных волнах имеют тот же порядок величины, что и в акустических, тогда как длина энтропийных волн в M раз меньше, а градиент температуры соответственно в $1/M$ раз больше. Это приводит к тому, что диссипация энергии, связанная с теплопроводностью, в энтропийных волнах гораздо больше, чем в акустических. Если условия горения таковы, что пренебречь распространением энтропийных волн нельзя, то при анализе колебаний газа в камере сгорания недостаточно знать только лишь акустическую проводимость фронта горения. Необходимо также определить амплитуду энтропийной волны, генерируемой горящей поверхностью при заданном изменении давления. Это становится возможным только, если задать два независимых соотношения между параметрами газа на горящей поверхности (индекс 1), например, в виде,

$$x = 0, \quad \delta m_1/m = M(\omega)\,\delta p_1/p, \quad \delta T_1/T = N(\omega)\,\delta p_1/p \quad (m = \rho u). \tag{6}$$

В частном случае, модели нестационарного горения пороха, предложенной в работе [1], функции $M(\omega)$ и $N(\omega)$ имеют вид

$$M(\Omega)=\frac{\nu Z(\Omega)}{\varepsilon+(1-\varepsilon)Z(\Omega)},\quad N(\Omega)=\frac{\nu\tau(Z-1)}{\varepsilon+(1-\varepsilon)Z(\Omega)},$$
$$\tau=\frac{T_s-T_0}{T_*},\quad Z(\Omega)=\frac{2i\Omega}{\sqrt{1+4i\Omega_1}-1},\quad \Omega=\frac{\varkappa\omega}{U_0^2},\tag{7}$$
$$\varepsilon=(\partial\ln U_0/\partial T_0)_p(T_s-T_0),\quad \nu=(\partial\ln U_0/2\partial\ln p)_{T_0},$$

где U_0 — стационарная линейная скорость горения конденсированной системы, T_0, T_s, T_* — температура пороха, температура горящей поверхности и температура пламени в стационарных условиях. При медленных изменениях давления ($\Omega\to 0$) имеем

$$\Omega\to 0\quad \lim Z(\Omega)=1,\quad \lim M(\Omega)=\nu,\quad \lim N(\Omega)=0.\tag{8}$$

Нетрудно также получить выражения для функций $M(\Omega)$ и $N(\Omega)$ в модели горения Б. В. Новожилова ([3]), или в модели, использованной в работе ([11]). Эти выражения не приводятся здесь ввиду их громоздкости. Интересно отметить, что температура пламени остается неизменной при произвольных Ω для порохов с $\nu=0$. Это открывает возможности для экспериментальной проверки развитой теории. Пользуясь вторым условием (6) и соотношением на волнах (5), найдем интенсивность генерируемой на горящей поверхности энтропийной волны

$$\delta p_1^0/\rho=[(\gamma-1)/\gamma-N]\,\delta p_1/p.\tag{9}$$

Из (9) следует, что энтропийные волны в продуктах сгорания имеют место и при изотермическом пламени, когда $N=0$. При анализе собственных колебаний в полузамкнутом объеме, в данном случае представляющем собой цилиндрический объем, ограниченный сечениями $x=0$ и $x=l$, соотношения (4) — (6), (9) должны быть дополнены условием при $x=l$. При записи условия на выходе из камеры сгорания можно воспользоваться формулой истечения через сверхзвуковое сопло $m=B(\gamma)(p\rho)^{1/2}\sigma$.

Здесь $B(\gamma)$ — коэффициент истечения, σ — площадь критического сечения. Считая сопло коротким, для возмущений скорости и термодинамических параметров на плоскости $x=l$ (индекс 2) получим

$$\delta p_2/p=2\delta u_2/u+\delta\rho_2/\rho.\tag{10}$$

Из (4) — (6), (10) можно получить уравнение для частот собственных колебаний газа в камере сгорания. С точностью до членов порядка u^2/c^2 найдем

$$e^{-\omega l/c}-e^{\omega l/c}+\frac{u}{c}\frac{1-\gamma}{2}(e^{-\omega l/c}+e^{\omega l/c})+$$
$$+2\gamma\frac{u}{c}(M+N-1)e^{-\omega l/c}+\gamma\frac{u}{c}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}-N\right)e^{k^0 l}=0.\tag{11}$$

Учет распространения в камере энтропийной волны и ее взаимодействия с соплом приводит к появлению в уравнении (11) члена, содержащего множитель $\exp k^0 l$. Благодаря этому критерий устойчивости режима может существенно меняться. Для колебаний низкой частоты при $\omega l/c\ll 1$ после разложения экспонент в ряд получим

$$2\frac{\omega l}{u}+(\gamma-1)-2\gamma(M+N-1)-(\gamma-1-\gamma N)e^{-\omega l/u}=0.\tag{12}$$

Уравнение (12) не учитывает затухание энтропийных волн при их движении от горящей поверхности к соплу. Результаты исследования условий устойчивости горения в полузамкнутом объеме, приведенные в работе ([2]), могут быть получены из (12) при $\gamma=1$, $M=\nu$, $N=0$. В отличие от работы ([2]), где неустойчивые режимы имеют только экспоненциальную зависимость от времени, согласно уравнению (12), т. е. при учете энтропийной волны, собственные значения, соответствующие неустойчивому режиму, могут иметь колебательную составляющую.

Институт химической физики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
2 VII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 12, № 11—12, 498 (1942). [2] Я. Б. Зельдович, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 1 (1963). [3] Б. В. Новожилов, Физ. горения и взрывов, № 1, 32 (1967). [4] Дж. Тьен, В. Сириньяно, М. Саммерфильд, Ракетная техника и космонавтика, № 1 (1970). [5] Г. Крир, Дж. Тьен и др., Ракетная техника и космонавтика, № 2 (1968). [6] В. М. Марголис, А. Д. Марголин и др., Физ. горения и взрыва, № 2, 162 (1970). [7] Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов, ДАН, **195**, 137 (1970). [8] Р. Янт, Т. Эйнджелес, Ракетная техника и космонавтика, № 7 (1964). [9] С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев, ДАН, **137**, № 6 (1961). [10] С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 6 (1964). [11] С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев, там же, № 2 (1966). [12] Б. В. Раушенбах, Вибрационное горение, 1961.