Доклады Академии наук СССР
1972. Том 204, № 3

УДК 66.048 *ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ*

Член-корреспондент АН СССР В. Г. ЛЕВИЧ, В. М. РЫБАКОВ

ГИДРОДИНАМИКА И МАССОПЕРЕНОС В ТРУБЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ПАРА И ТОНКОЙ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

В современной химической технологии используются пленочные ректификационные и абсорбционные аппараты с плоско-параллельной и трубчатой насадкой. Следует отметить, что большинство исследований в области пленочного массообмена проводится при турбулентном течении пара и при псевдоламинарном течении жидкости ([1-5]).

В настоящее время разрабатываются перспективные компактные теплообменники с ламинарным режимом течения обоих потоков ([6]). Так как режим ламинарного течения двухфазной системы определяется не только формой канала, но и удельными расходами фаз, что позволяет оптимизировать процесс массообмена, то исследования в этой области также представляются целесообразными. Поскольку в трубчатой насадке, течение и массообмен в которой исследуются в настоящей работе, легко осуществить неадиабатический процесс массообмена, в работе, кроме указанных, рассмотрены также вопросы теплоотдачи со стороны границы раздела фаз и со стороны стенки. Как основу дальнейших исследований представилось целесообразным рассмотреть лишь стабилизированный процесс в двухкомпонентной системе при постоянных расходах и физических свойствах фаз, а действительные зависимости равновесных и средних концентраций (C_b и C_m) принять линейными (C_b' и C_m').

Пренебрегая молекулярным переносом компонента и тепла вдоль канала и диссипацией энергии, процесс переноса импульса, массы и тепла в цилиндрическом канале можно описать уравнениями вида

$$\frac{\nu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}-g,$$
$$v\frac{\partial C'}{\partial z}=\frac{D}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C'}{\partial r}\right),$$
$$v\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

при граничных условиях

$$dv_g/dr=0,\quad r=0,\quad v_l=0,\quad r=R;$$
$$\nu_g\rho_g\,dv_g/dr=\nu_l\rho_l\,dv_l/dr,\quad v_g=v_l,\quad r=hg;$$
$$\partial C_g'/\partial r=0,\quad r=0,\quad \partial C_l'/\partial r=0,\quad r=R;$$
$$D_g\rho_g\,\partial C_g'/\partial r=D_l\rho_l\,\partial C_l'/\partial r,\quad C_g'/C_l'=c,\quad r=h_g;$$
$$\partial T_g/\partial r=0,\quad r=0,\quad \partial T_l/\partial r=-q_w/a_lC_{pl}\rho_l,\ r=R;$$
$$a_gC_{pg}\rho_g\,\partial T_g/\partial r=a_lC_{pl}\rho_l\,\partial T_l/\partial r,\quad T_g=T_l,\quad r=h_g.$$

В этих соотношениях a — коэффициент температуропроводности, D — коэффициент взаимной диффузии, h_g — радиус газового потока, p — давление, q_w — удельный тепловой поток со стороны стенки, R — радиус трубы, (r, z) — цилиндрические координаты, v — скорость, ν — кинематический коэффициент вязкости, ρ — плотность смеси, индексы g и l — параметры газовой и жидкой фаз соответственно.

Кроме того, для средних по расходу величин C' и температур фаз T', отсчитываемых от равновесной температуры потоков, справедливы отношения

$$\frac{C'_{gm}}{C'_{lm}} = -\frac{G_l}{G_g} = -\frac{1}{g}, \quad \frac{T'_{gm}}{T'_{lm}} = -\frac{C_{pl}G_l}{C_{pg}G_g} = -\frac{1}{c_p g},$$

где

$$G_g = 2\pi\rho_g \int_0^{h_g} v_g r dr = \pi h_g^2 \rho_g \bar{v}_g, \quad G_l = 2\pi\rho_l \int_{hg}^{R} v_l r dr = \pi (R^2 - h_g^2) \rho_l \bar{v}_l.$$

Результаты решения исходной системы приводятся в безразмерных координатах

$$\eta_g = r / h_g, \quad \eta_l = (R - r) / (R - h_g) = (h_g + h_l - r) / h_l,$$

$$\zeta = zD / h^2\bar{v}, \quad \xi = za / h^2\bar{v}$$

и обозначениях

$$A = \frac{a_g}{a_l}, \quad d = \frac{D_g}{D_l}, \quad \mathrm{Eu} = -\frac{h^2}{\bar{v}\nu\rho}\frac{dp}{dz}, \quad \mathrm{Er} = \frac{h^2 g}{\bar{v}\nu}, \quad H = \frac{h_g}{h_l},$$

$$Hy = \frac{h^2}{\bar{v}\nu\rho}\left(\rho g - \frac{dp}{dz}\right), \quad Nu_{lw} = \frac{q_w}{a_l C_{pl}\rho_l (T_m - T_w)}, \quad u = \frac{v}{\bar{v}},$$

$$V = \frac{\bar{v}g}{\bar{v}l} = \frac{g}{PH}\left(2 + \frac{1}{H}\right), \quad N = \frac{\nu_g}{\nu_l}, \quad P = \frac{\rho_g}{\rho_l}, \quad \varsigma = \frac{C'}{C'_{0m}}, \quad \tau = \frac{T'}{T'_{0m}}.$$

Решение уравнения сохранения количества движения в газовой фазе приводит к выражению

$$u_g = \left(1 + \frac{Hy_g}{8}\right) - 2\frac{Hy_g}{8}\eta_g^2,$$

и в жидкой пленке с точностью до величин порядка $1 / H$, дает

$$u_l = \left[2\left(1 + \frac{Hy_l}{6}\right)\eta_l - 3\frac{Hy_l}{6}\eta_l^2\right] + \frac{1}{H}\left[-\frac{1}{3}\left(1 + \frac{Hy_l}{6}\right)\eta_l + \right.$$
$$\left. + \left(1 + \frac{Hy_l}{6}\right)\eta_l^2 - \frac{Hy_l}{6}\eta_l^3\right].$$

В результате на основании граничных условий могут быть найдены гидродинамические критерии, определяющие формы профилей скорости фаз,

$$Hy_g = 2\left[4\frac{g}{PH} - 3\left(1 - \frac{1}{3H}\right)\right] \Big/ \left(\frac{g}{PH} + \frac{gN}{H^2}\right),$$

$$Hy_l = 3\left[\left(\frac{g}{PH}\left(1 + \frac{1}{H}\right) + 4\frac{gN}{H^2} - 4\frac{g^2N}{PH^3}\left(1 + \frac{1}{6H}\right)\right] \Big/ \left(\frac{g}{PH} + \frac{gN}{H^2}\right),$$

а с учетом непрерывности поверхностных и массовых сил — критерии Эйлера и Фруда

$$\mathrm{Eu}_g = \left(Hy_g - \frac{H^2}{NV}Hy_l\right) \Big/ (1 - P), \quad \mathrm{Eu}_l = \left(Hy_l - \frac{NV}{H^2}Hy_g\right) \Big/ \left(1 - \frac{1}{P}\right),$$

$$\mathrm{Fr}_g = \left(Hy_g - \frac{H^2}{NPV}Hy_l\right) \Big/ \left(1 - \frac{1}{P}\right), \quad \mathrm{Er}_l = \left(Hy_l - \frac{NPV}{H^2}Hy_g\right) \Big/ (1 - P).$$

Предельные распределения концентрации могут быть найдены в виде

$$\varsigma = ke^{\lambda\zeta}\sigma(\eta).$$

При этом решение уравнения диффузии в газе можно представить рядом

$$\sigma_g = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \eta_g^n,$$

$$a_0 = 1, \quad a_2 = \frac{\lambda}{4}\left(1 + \frac{Hy_g}{8}\right),$$

$$a_{2(n+2)} = -\frac{\lambda_g}{[2(n+2)]^2} \times \left[2\frac{Hy_g}{8}a_{2n} - \left(1 + \frac{Hy_g}{8}\right)a_{2(n+1)}\right],$$

а решение уравнения диффузии в пленке без учета ее кривизны дает

$$\sigma_l = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \eta^n,$$

$$b_0 = 1,\ b_1 = 0,\ b_2 = 0,$$

$$b_3 = \frac{\lambda}{3}\left(1 + \frac{Hy_l}{6}\right),$$

$$b_{(n+4)} = -\frac{\lambda}{(n+4)(n+3)}\left[3\frac{Hy_l}{6}b_n - 2\left(1 + \frac{Hy_l}{6}\right)b_{(n+1)}\right].$$

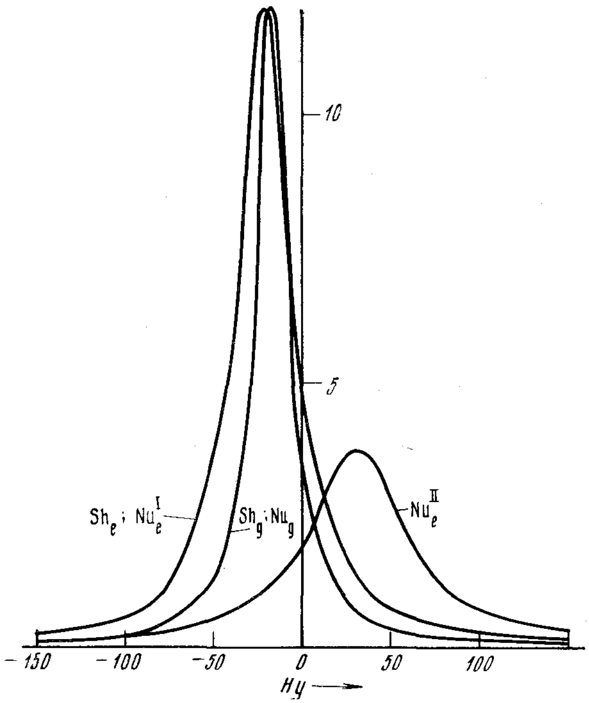

Рис. 1

На основании граничных условий можно получить следующую систему, определяющую собственные значения:

$$\frac{1}{\sigma_g}\frac{d\sigma_g}{d\eta_g} \Big/ \frac{1}{\sigma_l}\frac{d\sigma_l}{d\eta_l} = -\frac{H}{cdP} \quad \text{при } \eta = 1, \qquad \frac{\lambda_g}{\lambda_l} = \frac{H^2V}{d}.$$

Кроме того, можно написать, что

$$\frac{k_g}{k_l} = -cg\frac{\sigma_l}{\sigma_g} = \frac{gH}{dP}\frac{d\sigma_l}{d\eta_l} \Big/ \frac{d\sigma_g}{d\eta_g} \quad \text{при } \eta = 1.$$

Предельное значение критерия Шервуда фазы

$$\mathrm{Sh} = \frac{1}{(\sigma - \sigma_m)}\frac{d\sigma}{d\eta} \quad \text{при } \eta = 1$$

является функцией Hy и λ

$$\mathrm{Sh}_g = 16\sum_{n=1}^{\infty} na_{2n} \Big/ \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{n(8n + 16 + Hy_g)}{n^2 + 3n + 2}\right]a_n,$$

$$\lim_{H\to\infty}\mathrm{Sh}_l = 6\sum_{n=1}^{\infty} nb_n \Big/ \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{n(6n + 18 + Hy_l)}{n^2 + 5n + 6}\right]b_n.$$

При $\lambda \to 0$ $\mathrm{Sh}_g = 1536 / (Hy_g^2 + 32Hy_g + 384)$ и, с точностью до величин порядка $1 / H$,

$$\mathrm{Sh}_l = \frac{3780}{(Hy_l^2 + 42Hy_l + 756)}\left[1 - \frac{1}{H}\frac{(5Hy_l^2 - 144Hy_l - 504)}{12(Hy_l^2 + 42Hy_l + 756)}\right].$$

В практических условиях поправка на кривизну пленки составляет порядка 1,5%. Эти зависимости без учета поправки изображены на рис. 1.

Решение уравнения энергии газа $\tau_g = k_g e^{\mu_g \xi_g} \sigma_g(\eta_g)$ аналогично решению уравнения диффузии ς_g. Решение уравнения энергии жидкости целесообразно искать в виде

$$\tau_l = \tau_l^{\mathrm{I}} + \tau_l^{\mathrm{II}} = [k_l^{\mathrm{I}} \sigma_l^{\mathrm{I}}(\eta_l) + k_l^{\mathrm{II}} \sigma_l^{\mathrm{II}}(1-\eta_l)]\, e^{\mu_l \xi_l},$$

где решение τ_l^{I} по форме совпадает с ς_l, а τ_l^{II} удовлетворяет дополнительному условию

$$\partial \tau_l^{\mathrm{II}} / \partial (1-\eta_l) = 0 \text{ при } (1-\eta_l) = 0.$$

При этом (без поправки на кривизну пленки)

$$\sigma_l^{\mathrm{II}} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (1-\eta_l)^n,$$

$$c_0 = 1,\quad c_1 = 0,\quad c_2 = \frac{\mu_l}{2}\left(2 - \frac{Hy_l}{6}\right),\quad c_3 = \frac{2\mu_l}{3}\left(\frac{Hy_l}{6} - \frac{1}{2}\right),$$

$$c_{(n+4)} = -\frac{\mu_l}{(n+4)(n+3)}\left[3\frac{Hy_l}{6} c_n - 4\left(\frac{Hy_l}{6} - \frac{1}{2}\right) c_{(n+1)} - \left(2 - \frac{Hy_l}{6}\right) c_{(n+2)}\right].$$

Можно ввести критерии Nu_g и $\mathrm{Nu}_l^{\mathrm{I}}$, сходные с Sh_g и Sh_l соответственно, и при $(1-\eta_l) = 1$

$$\mathrm{Nu}_l^{\mathrm{II}} = \frac{1}{(\sigma_l^{\mathrm{II}} - \sigma_{lm}^{\mathrm{II}})} \frac{d\sigma_l^{\mathrm{II}}}{d(1-\eta_l)} = 3\sum_{n=1}^{\infty} nc_n \Bigg/ \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{n(3n^2+18n+24-Hy_l)}{n^3+6n^2+9n+6}\right] c_n;$$

в пределе при $\mu_l \to 0$

$$\mathrm{Nu}_l^{\mathrm{II}} = 3780/(Hy_l^2 - 63Hy_l + 2016).$$

Эта зависимость представлена на рис. 1.

Можно убедиться, что в стабилизированном процессе

$$\frac{1}{\mathrm{Nu}_{lw}} = \frac{1}{\mathrm{Nu}_l^{\mathrm{II}}} - \frac{k_l^{\mathrm{I}}}{k_l^{\mathrm{II}}} \Bigg/ \left[\frac{d\sigma_l^{\mathrm{II}}}{d(1-\eta_l)}\right] \text{ при } (1-\eta_l) = 1,$$

так что в данной постановке одно из условий не может быть задано произвольным.

На основании граничных условий можно найти отношения коэффициентов

$$\frac{k_l^{\mathrm{I}}}{k_g} = \frac{AP}{gH}\frac{d\sigma_g}{d\eta_g} \Bigg/ \frac{d\sigma_l^{\mathrm{I}}}{d\eta_l} \quad \text{и} \quad \frac{k_l^{\mathrm{II}}}{k_g} = -\frac{AP}{gH}\frac{d\sigma_g}{d\eta_g} \Bigg/ \frac{d\sigma_l^{\mathrm{I}}}{d\eta_l} - \frac{1}{c_p g} \quad \text{при } \eta = 1.$$

Институт электрохимии
Академии наук СССР
Москва

Поступило
22 XII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. М. Жаворонков, В. А. Малюсов, Теоретич. основы хим. технол., 1, 562 (1967). [2] Н. Н. Кулов, В. А. Малюсов, ДАН, 171, 1388 (1966); 173, 876 (1967); Теоретич. основы хим. технол., 1, 213 (1967); 2, 655 (1968). [3] Б. И. Конобеев, В. А. Малюсов, Н. М. Жаворонков, Хим. пром., № 3, 166 (1957). № 7, 475 (1961). [4] М. Е. Позин, Журн. прикл. хим., 20, 205 (1947). [5] А. В. Соловьев, Е. И. Преображенский, П. А. Семенов, Хим. пром., № 8, 601 (1966). [6] В. М. Кейс, А. Л. Лондон, Компактные теплообменники, М., 1957.