Доклады Академии наук СССР
1972. Том 204, № 5

УДК 549.07 *ПЕТРОГРАФИЯ*

И. Ю. МАЛИНОВСКИЙ, А. М. ДОРОШЕВ

ДИАГРАММЫ ПАРАГЕНЕЗИСОВ ЧЕТЫРЕХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ С ОДНОЙ ОБЩЕЙ ФАЗОЙ ПОСТОЯННОГО СОСТАВА

(Представлено академиком В. С. Соболевым 13 IV 1971)

Для парагенетического анализа и ряда других задач петрологии большое значение имеет наглядное однозначное изображение парагенезисов многокомпонентных систем на плоскости. Предлагаемый способ построения диаграмм парагенезисов четырехкомпонентных систем состоит в проектировании тетраэдра из точки, представляющей общую фазу.

Простейший случай, когда общая фаза состоит из одного компонента рассматриваемой системы, практикуется давно. Задача при этом сводится к проектированию из вершины тетраэдра на противоположную грань. Когда же в состав общей фазы входят два (точка на ребре), три (точка на грани) или все четыре компонента (точка внутри тетраэдра), полная проекция тетраэдра на одну плоскость невозможна. Из литературы ([1–4]) известны попытки проектирования тетраэдра из точки ребра на одну из противоположных граней. Однако они не дают желаемого результата в отношении наглядности, так как не отражают всех парагенезисов данной общей фазы, а также из-за появления отрицательных координат, уходящих в бесконечность. Этих недостатков удается избежать, если тетраэдр разбить на ряд вспомогательных тетраэдров с общей вершиной в точке общей фазы, основаниями которых служат грани, противолежащие этой точке. Проекция каждого из вспомогательных тетраэдров, как проекция из вершины, представляет собой треугольник. Совместно такие проекции отражают все парагенезисы рассматриваемой четырехкомпонентной системы с данной общей фазой.

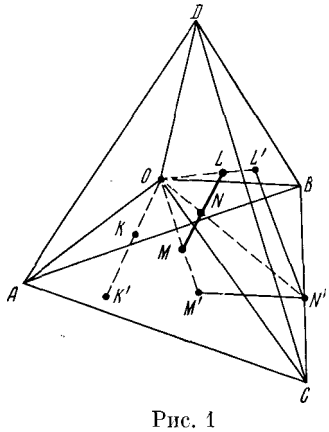

Рис. 1

Для построения этих проекций необходимо: 1) определить координаты проекций точек, представляющих фазы, ассоциирующие с данной общей фазой; 2) провести между ними проекции коннод.

Координаты проекций точек фаз определяются из совместного решения уравнения прямой, проходящей через точку проектирования и данную точку, с уравнением соответствующей грани тетраэдра. При помощи элементарных геометрических построений можно показать, что уравнение прямой, проходящей через две заданные точки в тетраэдре, имеет вид, подобный соответствующему уравнению прямой в декартовой системе координат:

$$\frac{a-a_1}{a_2-a_1}=\frac{b-b_1}{b_2-b_1}=\frac{c-c_1}{c_2-c_1}=\frac{d-d_1}{d_2-d_1},$$

где a_1, b_1, c_1, d_1 и a_2, b_2, c_2, d_2,— координаты заданных точек, a, b, c, d — текущие координаты точки на прямой. Так как сумма координат каждой

точки тетраэдра равна 100%, уравнение прямой выражается равенством любых трех отношений из указанных выше.

Уравнение грани тетраэдра выражается равенством нулю одной из текущих координат. Следовательно, если общая фаза представлена точкой $O(a_0, b_0, c_0, d_0)$, а проектируемая точка $K(a_1, b_1, c_1, d_1)$ расположена в тетраэдре $OABC$ (рис. 1), координаты проекции последней $K'(a', b', c')$ на грань ABC определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{a-a_1}{a_0-a_1} = \dfrac{b-b_1}{b_0-b_1} = \dfrac{c-c_1}{c_0-c_1} = \dfrac{d-d_1}{d_0-d_1}; \\ d = 0 \end{cases}$$

$$a' = \frac{a_1 d_0 - a_0 d_1}{d_0 - d_1}; \quad b' = \frac{b_1 d_0 - b_0 d_1}{d_0 - d_1}; \quad c' = \frac{c_1 d_0 - c_0 d_1}{d_0 - d_1}.$$

Таким же образом выводятся и формулы для вычисления координат проекций точек, расположенных в других вспомогательных тетраэдрах $OABD$, $OACD$ и $OBCD$. Общая формула может быть представлена в виде

$$x' = \frac{xy_0 - x_0 y}{y_0 - y},$$

где x' — координата проекции точки на грань, x — координата проектируемой точки, x_0 — координата точки проектирования (точки общей фазы),

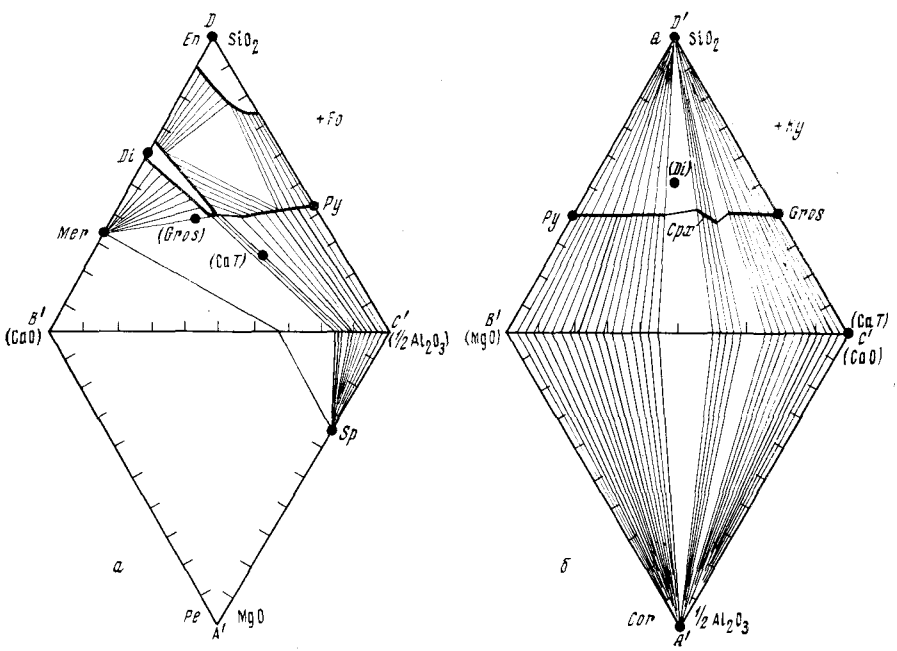

Рис. 2

а y и y_0 — координаты проектируемой точки и точки проектирования, соответствующие вершине тетраэдра, противоположной грани проектирования.

Формулы для основных случаев и условия принадлежности проектируемой точки тому или иному вспомогательному тетраэдру приведены в табл. 1.

Задача проведения коннод на проекции тетраэдра тривиальна, если точки, представляющие фазы данного парагенезиса, расположены в одном вспомогательном тетраэдре и проектируются на одну грань. Когда же точки принадлежат разным вспомогательным тетраэдрам, проекции коннод имеют точки перегиба, так как проектирование производится на разные

Таблица 1

Формулы для вычисления координат проекций точек тетраэдров на грани

Проекция	a', %	b', %	c', %	d', %	Вид диаграммы
Из вершины D ($a_0 = 0$; $b_0 = 0$; $c_0 = 0_0$)					
На грань ABC	$\frac{100a}{100-d}$	$\frac{100b}{100-d}$	$\frac{100c}{100-d}$	—	
Из точки ребра AD ($b_0 = 0$; $c_0 = 0$)					
На грань ABC $\left(\frac{a}{d} > \frac{a_0}{d_0}\right)$	$\frac{d_0a - a_0d}{d_0 - d}$	$\frac{d_0b}{d_0 - d}$	$\frac{d_0c}{d_0 - d}$	—	
На грань BCD $\left(\frac{a}{d} < \frac{a_0}{d_0}\right)$	—	$\frac{a_0b}{a_0 - a}$	$\frac{a_0c}{a_0 - a}$	$\frac{a_0d - d_0a}{a_0 - a}$	
Из точки на грани ABD ($c_0 = 0$)					
На грань ABC $\left(\frac{a}{d} > \frac{a_0}{d_0}; \frac{b}{d} > \frac{b_0}{d_0}\right)$	$\frac{d_0a - a_0d}{d_0 - d}$	$\frac{d_0b - b_0d}{d_0 - d}$	$\frac{d_0c}{d_0 - d}$	—	
На грань BCD $\left(\frac{a}{d} < \frac{a_0}{d_0}; \frac{b}{a} > \frac{b_0}{a_0}\right)$	—	$\frac{a_0b - b_0a}{a_0 - a}$	$\frac{a_0c}{a_0 - a}$	$\frac{a_0d - d_0a}{a_0 - a}$	
На грань ACD $\left(\frac{b}{d} < \frac{b_0}{d_0}; \frac{b}{a} < \frac{b_0}{a_0}\right)$	$\frac{b_0a - a_0b}{b_0 - b}$	—	$\frac{b_0c}{b_0 - c}$	$\frac{b_0d - d_0b}{b_0 - b}$	
Из точки внутри тетраэдра					
На грань ABC $\left(\frac{a}{d} > \frac{a_0}{d_0}; \frac{b}{d} > \frac{b_0}{d_0}; \frac{c}{d} > \frac{c_0}{d_0}\right)$	$\frac{d_0a - a_0d}{d_0 - d}$	$\frac{d_0b - b_0d}{d_0 - d}$	$\frac{d_0c - c_0d}{d_0 - d}$	—	
На грань BCD $\left(\frac{a}{d} < \frac{a_0}{d_0}; \frac{b}{a} > \frac{b_0}{a_0}; \frac{c}{a} > \frac{c_0}{a_0}\right)$	—	$\frac{a_0b - b_0a}{a_0 - a}$	$\frac{a_0c - c_0a}{a_0 - a}$	$\frac{a_0b - d_0a}{a_0 - a}$	
На грань ACD $\left(\frac{b}{d} < \frac{b_0}{d_0}; \frac{b}{a} < \frac{b_0}{a_0}; \frac{c}{b} > \frac{c_0}{b_0}\right)$	$\frac{b_0a - a_0b}{b_0 - b}$	—	$\frac{b_0c - c_0b}{b_0 - b}$	$\frac{b_0d - d_0b}{b_0 - b}$	
На грань ABD $\left(\frac{c}{d} < \frac{c_0}{d_0}; \frac{c}{a} < \frac{c_0}{a_0}; \frac{c}{b} < \frac{c_0}{b_0}\right)$	$\frac{c_0a - a_0c}{c_0 - c}$	$\frac{c_0b - b_0c}{c_0 - c}$	—	$\frac{c_0d - d_0c}{c_0 - c}$	

Примечание. a_0, b_0, c_0, d_0 — координаты точки проектирования (точки общей фазы); a, b, c, d — координаты проектируемой точки; a', b', c', d' — координаты проекций точек на грани.

плоскости, находящиеся под углом друг к другу. Точка перегиба может быть определена из совместного решения уравнения плоскости, проходящей через данную конноду и точку проектирования, с уравнением ребра тетраэдра, которое пересекается проекцией конноды.

Используя приведенное выше уравнение прямой как уравнение оси пучка плоскостей, нетрудно показать, что в тетраэдре плоскость, проходящая через данную конноду и точку проектирования, может быть задана

уравнением типа:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0,$$

где x, y, z — текущие координаты точки плоскости, x_0, y_0, z_0 — координаты точки проектирования, x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 — координаты точек, связанных коннодой. При этом x, y, z с их индексами могут отвечать любым трем из четырех тетраэдрических координат a, b, c, d с соответствующими индексами.

Уравнение ребра тетраэдра выражается равенством нулю двух текущих координат. Таким образом, координаты точки перегиба проекции конноды на соответствующем ребре тетраэдра определяются из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$z'' = \frac{z_0 (x_2 y_1 - x_1 y_2) + z_1 (x_0 y_2 - x_2 y_0) + z_2 (x_1 y_0 + x_0 y_1)}{x_0 (y_1 - y_2) + x_1 (y_2 - y_0) + x_2 (y_0 - y_1)}.$$

Так как в данную систему уравнений входит определитель третьего порядка, решать ее значительно проще в цифровом, а не в общем виде. Поэтому мы не приводим формул для вычисления координат точек перегиба проекций коннод для конкретных случаев.

В качестве примера диаграмм, построенных по предложенному способу, приведем две интересующие нас диаграммы, которые, собственно, и побудили заняться его разработкой. Это диаграммы парагенезисов форстерита (рис. 2*а*) и дистена (рис. 2*б*) при $T = 1200°$ и $P = 30$ кбар. Они отстроены в основном на базе последних экспериментальных данных, полученных Ф. Р. Бойдом ([8]) по системе $MgSiO_3 - CaSiO_3 - Al_2O_3$ с учетом прежних исследований ([3–7]) *.

Для парагенетического анализа глубинных пород, встречающихся в виде ксенолитов в кимберлитовых трубках, большой интерес представляют диаграммы, отражающие парагенезисы оливина (породы ультраосновного состава) и дистена (дистеновые эклогиты, гроспидиты и подобные им породы). Основные парагенезисы этих пород известны и в общих чертах могут быть отражены в четырехкомпонентной системе $MgO—CaO—Al_2O_3—SiO_2$, но до сих пор не удавалось достаточно наглядно изобразить их на плоской диаграмме.

Институт геологии и геофизики
Сибирского отделения Академии наук СССР
Новосибирск

Поступило
5 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. Винклер, Генезис метаморфических пород, М., 1969. [2] G. Hochek, Contrib. Mineral. Petrol., **14**, 123 (1967). [3] I. D. MacGregor, Carnegie Inst. Wash. Year Book, **64**, 126 (1965). [4] I. D. MacGregor, Ultramafic and Related Rocks, N. Y.—London—Sydney, 1967, p. 382. [5] G. A. Chinner, F. R. Boyd, J. L. England, Carnegie Inst. Wash. Year Book, **59**, 76 (1960). [6] W. Schreyer, Carnegie Inst. Wash. Year Book, **66**, 380 (1967). [7] W. Schreyer, F. Seifert, Am. J. Sci., **267-A**, 407 (1969). [8] F. R. Boyd, Mineral Soc. Am. Spec. Pap., **3**, 63 (1970).

---

* Fo — форстерит, Py — пироп, Gros — гроссуляр, En — энстатит, Di — диопсид, Cpx — клинопироксен, CaT — $CaAl_2SiO_6$, Sp — шпинель, Pe — периклаз, Mer — мервинит, Ky — дистен (кианит), Cor — корунд, Q — кварц.