

В. И. МЕЛИК-ГАЙКАЗЯН, Н. П. ЕМЕЛЬЯНОВА

**К ВЫЧИСЛЕНИЮ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ  
НА РАСТЯГИВАЕМЫХ УЧАСТКАХ ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЬКА**

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 28 XII 1971)

Вычисление поверхностного натяжения  $\sigma$  на растягиваемой поверхности пузырька, от которого с силой  $f$  оттягивается прилипшая к нему поверхность твердой частицы «открывателя», необходимо для выяснения механизма действия поверхностно-активных реагентов, способствующих повышению прочности прилипания частиц при пенной флотации.

Значения  $\sigma$  для произвольного  $i$ -го уровня растягиваемой поверхности пузырька (рис. 1 а) могут быть вычислены по соотношению, полученному из уравнения Лапласа (1), в котором величины капиллярного давления  $P$

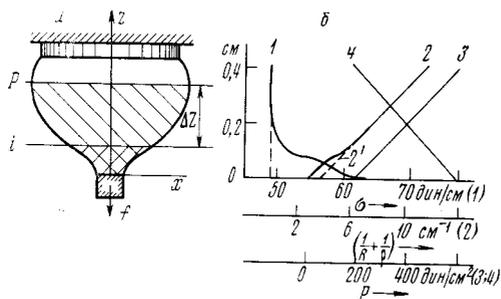


Рис. 1. а — схематическое изображение контура пузырька, вытянутого отрывающей силой  $f$ . б: 1 — зависимость значений пограничного натяжения  $\sigma$  на вытягиваемых участках поверхности пузырька на различных расстояниях от места приложения к ней отрывающей силы. 2, 2' — зависимости суммы обратных величин главных радиусов кривизны поверхности пузырька с глубиной, соответствующие возрастающим и неизменным значениям  $\sigma$ . Изменения (3) капиллярной и гидростатической (4) составляющих давления газа в пузырьке с высотой

пузырька (заштрихована) между отрывателем и  $i$ -ым уровнем. Индекс  $p$  приписывается одному из уровней, на котором из-за локальности растяжения пузырька поверхностное натяжение  $\sigma$  полагается равновесным ( $\sigma_p$ ) и может быть найдено, например, по методу Башфорта и Адамса (3) по форме недеформированного пузырька, т. е. до или после его контактирования с отрывателем.

После подстановки значений  $p_i$  в уравнение Лапласа и некоторых упрощений получается уравнение

$$\frac{\sigma_i \sin \varphi_i}{x_i} = \frac{\sigma_p \sin \varphi_p}{x_p} + \frac{\delta g}{2} \left( \frac{V_p}{S_p} - \frac{V_i}{S_i} \right) + \frac{f}{2} \left( \frac{1}{S_i} - \frac{1}{S_p} \right) - \frac{\Delta Z \delta q}{2}, \quad (2)$$

где  $x$  — абсциссы соответствующих точек контура пузырька,  $\varphi$  — углы

для двух произвольных уровней  $i$ ,  $p$ , отстоящих друг от друга на расстоянии  $\Delta Z$ , заменены выражением для капиллярной составляющей силы отрыва  $F_3$  в уравнении А. Н. Фрумкина и Б. Н. Кабанова (2), поделенным на площади соответствующих сечений  $S$  пузырька. Учитывая, что приложенная отрывающая сила  $f$ , изменяющая форму пузырька, составляет долю силы  $F_3$ , можно величину  $P_i$  записать так:

$$P_i = F_{3i}/S_i = (F_{1i} + F_{2i} - f)/S_i, \quad (1)$$

где  $F_{1i}$  — сила прилипания по  $i$ -му сечению пузырька, равная произведению периметра сечения и вертикальной составляющей  $\sigma_i$  на  $i$ -ом уровне,  $F_{2i}$  — архимедова сила части объема  $V_i$

между нормальными к этим точкам и осью вращения,  $\delta$  — разность плотностей жидкости и газа,  $g$  — ускорение силы тяжести.

В случае  $f = 0$  уравнение (2) становится тождественным уравнению Лапласа, что проверялось нами количественно для пузырьков различной формы с использованием таблиц Башфорта и Адамса и аналогичных им.

На рис. 1 б кривая 1 соответствует значению  $\sigma$  на различных уровнях пузырька, от которого оттягивается отрыватель, выполненный в виде медного цилиндра диаметром 0,1 см, обработанного бугиловым ксантогеном и осветительным керосином. Растяжение поверхности пузырька ведется по методике, описанной ранее (4). Определенное по методу (3)  $\sigma_p = 49,0$  дин/см. Значения  $\sigma_i$  сосчитаны по уравнению (2) посредством ЭВМ-М220 по величинам  $x$  и  $\varphi$ , измеренным на измерительном микроскопе УИМ-21 для 24 значений  $Z$  по фотографиям контура пузырька, сделанным после приложения силы  $f$  через промежутки времени  $t$ , равные 1; 20; 60; 300 и 600 сек.

Из кривой 1 следует, что  $\sigma_p$ , равное 49,0 дин/см, действительно отвечает области, где  $\sigma_i$  сохраняются неизменными. Однако с приближением к поверхности отрывателя они быстро нарастают, причем расхождения между  $\sigma_i$ , полученными для различных  $t$ , находится в пределах одной дин, т. е. в пределах ошибки измерений. Такое постоянство распределений  $\sigma_i$ , полученное по фотографиям, снятым, например, через 1 сек. и 10 мин., обусловлено, по-видимому, тем, что под действием постоянной приложенной силы  $f$  поверхность пузырька непрерывно растягивается. Из сопоставления объемов тонких горизонтальных слоев пузырька следует, что для поддержания этого распределения  $\sigma_i$  с высотой необходимо чрезвычайно малое растяжение поверхности. Так, за 10 мин. действия силы  $f$  поверхности пузырька различной ширины в 0,005; 0,01 и 0,02 см, граничащие с отрывателем, увеличивают свои площади соответственно на 5,0; 3,5 и 3,0%. Очевидно, что основное растяжение происходит на участках поверхности в непосредственной близости к периметру контакта с отрывателем, и вероятно, это позволяет поддерживать стационарным близкое соседство участков поверхности пузырька с различными значениями  $\sigma$ . Так, в слое шириной 0,01 см у периметра трехфазного контакта средняя величина изменения  $\sigma$  составляет около 300 дин/см.

Измерения показали, что увеличение значений  $\sigma$  на растягиваемых участках поверхности пузырька может быть также обнаружено по характеру убывания кривизны поверхности пузырька. Так, при постоянстве  $\sigma$  сумма обратных значений главных радиусов кривизны поверхности пузырька должна линейно возрастать с  $Z$  (кривая 2'), так как капиллярное давление, создаваемое поверхностью пузырька, с глубиной убывает по линейному закону (кривая 3), компенсируя нарастание гидростатического давления (кривая 4). Однако определение главных радиусов кривизны растягиваемой поверхности пузырька показывает, что при наличии п.а.в. в растворе сумма обратных их величин убывает несколько быстрее (кривая 2), что может быть лишь следствием роста значений  $\sigma$  на соответствующих участках поверхности.

Дополнительной иллюстрацией значительного роста значений  $\sigma$  на растягиваемых участках поверхности пузырька может быть измерение сил отрыва, проводимое с различной скоростью, причем между скоростью нарастания приложенного отрывающего усилия и необходимой для этого силой  $f$  имеется симбатная зависимость. Вероятно, эта методика при своем развитии может быть использована для оперативной оценки качества аполярных реагентов\*.

Приведенные результаты, по-видимому, подтверждают описанный ранее механизм многократного упрочнения контакта между пузырьком и

\* Методика разработана Л. А. Бараяовым.

прилипшей к нему частицей (<sup>5</sup>, <sup>6</sup>), где возможность заметного увеличения  $\sigma$  на растягиваемых кольцевых участках поверхности флотационных пузырьков вокруг прилипших к ним частиц при появлении различных отрывающих усилий допускалась на основе косвенных измерений, связанных с определением  $\sigma$  по форме раздуваемых пузырьков.

Кузбасский политехнический институт  
Кемерово

Поступило  
24 XII 1971

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. К. Адам, Физика и химия поверхностей, М., 1947. <sup>2</sup> Б. Н. Кабанов, А. Н. Фрумкин, ЖФХ, 4, № 5, 538 (1933). <sup>3</sup> F. Bashforth, J. Adams, Capillary Action, Cambridge, 1883. <sup>4</sup> В. И. Мелик-Гайказян, В. В. Ворончихина, В сборн. Современное состояние и задачи селективной флотации руд, «Наука», 1967. <sup>5</sup> В. И. Мелик-Гайказян, И. Н. Плаксин, В. В. Ворончихина, ДАН, 173, № 4, 883 (1967). <sup>6</sup> В. И. Мелик-Гайказян, Обогащение руд, № 3 (1970).