

А. Г. СВЕШНИКОВ, А. С. ИЛЬИНСКИЙ

ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

(Представлено академиком А. Н. Тихоновым 15 XII 1971)

1. В последнее время в различных разделах электродинамики значительное внимание уделяется вопросам постановки и разработки методов решения так называемых задач проектирования, например, задачи создания системы источников, возбуждающих электромагнитное поле с заданными характеристиками; задачи выбора системы отражающих или прозрачных тел, для которых дифрагированное поле заданных источников обладает требуемыми свойствами; конструирование электромагнитных полей, обеспечивающих необходимую фокусировку пучков заряженных частиц в электронных приборах и т. д. В связи с общностью постановки этих и других задач назрела необходимость в разработке автоматизированных систем проектирования, в которых опыт и интуиция специалистов дополняются расчетом с применением ЭВМ задач проектирования в достаточной общей постановке.

Задачи проектирования электромагнитного поля, обладающего требуемыми свойствами, очень близки по постановке к обратным задачам электродинамики, которые формулируются как задачи восстановления источников поля или системы рассеивающих тел по наблюдаемым характеристикам поля. Однако имеется ряд отличий в постановке обратных задач и задач проектирования.

Как известно ⁽¹⁾, в постановке обратных задач существенными являются теоремы единственности решения и наличие регуляризующих алгоритмов построения решений, устойчивых по входным данным. Для задач проектирования возможны и такие постановки, где не требуется единственность решения, удовлетворяющего поставленным требованиям. Это позволяет проводить отбор решений с помощью дополнительных условий предпочтительности.

В задачах проектирования важнее значение имеет характер задаваемых требований на электромагнитное поле и условий на источники возбуждения поля или объекты рассеяния. Те задачи, в которых такие условия задаются в форме локальных условий на поле (например, требования равенства проектируемого поля полю, заданному в определенной области пространства), мы будем называть задачами теории синтеза. Задачи синтеза весьма близки к обратным задачам по постановке и по методам их решения. Именно с этим связан цикл работ по теории синтеза антенн ⁽²⁾, где задача синтеза рассматривается как обратная задача построения тока по заданной диаграмме направленности. Однако рассмотрение задач теории синтеза, как обратных задач, не учитывает многих естественных требований, которые возникают в задачах проектирования, что приводит к таким явлениям как сверхнаправленность антенн, отсутствие в ряде случаев устойчивости решения задачи к изменениям диаграммы и т. д.

Развитие общей теории решения некорректных задач ⁽¹⁾ позволило подойти к постановке задачи синтеза как к вариационной задаче с определенными требованиями на решение, использующими регуляризующие алгоритмы ⁽³⁻⁵⁾.

Возможна и другая постановка задачи проектирования, когда требования на поле и его источники формулируются не в виде локальных усло-

вий, а в виде некоторых интегральных (энергетических) условий. Задачи проектирования в такой форме мы будем называть задачами оптимизации. Частные задачи оптимизации ставились в электродинамике достаточно давно (⁶⁻⁸). Во многих работах задача синтеза и оптимизации антенн ставится как задача выбора оптимального распределения тока и реальные источники, которые могут создать это распределение тока, не определяются. В такой постановке трудности построения заданного распределения поля в какой-то мере переносятся на задачу создания распределения тока, близкого к оптимальному.

Поэтому естественно ставить задачу проектирования антенной системы как задачу проектирования такого способа ее возбуждения, при котором выполнены поставленные требования на характеристики возбуждаемого поля. При этом постановка задачи, конечно, зависит от задания того класса реальных источников возбуждения, в котором решается задача проектирования.

2. В настоящей заметке рассматривается постановка задачи оптимизации на примере возбуждения поля с заданными интегральными характеристиками конечной системой открытых волноводов. Независимыми параметрами, определяющими поле в этом случае, можно считать амплитуды падающих нормальных волн. Для простоты изложения ограничимся плоским случаем.

Пусть в идеально проводящей плоскости $z = 0$ имеется конечное число N щелей L_i $\{l_i \leq x \leq l_i + b_i\}$, $i = 1, \dots, N$, каждая из которых является открытым концом полубесконечного волновода D_i . Амплитуды нормальных волн волновода D_i обозначим a_m^i , $m = 1, \dots, M_i$. Задача оптимизации излучения из волноводов состоит в определении амплитуд a_m^i , которые создают диаграмму излучения в полупространстве $z > 0$, удовлетворяющую поставленным требованиям. Прежде чем конкретизировать эти требования, рассмотрим решение прямой задачи излучения из данной системы волноводов при заданных амплитудах a_m^i в случае H -поляризации (отличны от нуля лишь компоненты E_x , E_z , $H_y = u(x, z)$). В этом случае прямая задача возбуждения ребристой структуры сводится к решению уравнения Гельмгольца

$$\Delta u + k^2 u = 0$$

с условием $\partial u / \partial n = 0$ на поверхности металла и условиями возбуждения и излучения, обеспечивающими отсутствие волн, приходящих из бесконечности, за исключением падающих. При $z < 0$ эти условия можно записать в виде

$$u(x, z) = \sum_{m=1}^{M_i} a_m^i \varphi_m^i(x) e^{i\gamma_m^i z} + \sum_{m=1}^{\infty} R_m^i \varphi_m^i(x) e^{-i\gamma_m^i z}, \quad (1)$$

$$l_i \leq x \leq l_i + b_i, \quad z < 0, \quad i = 1, \dots, N.$$

Представляя решение в области $z > 0$ и внутри волноводов D_i через значения $\partial u / \partial n$ на щелях L_i и соответствующие функции Грина и используя условия непрерывности касательных, составляющих поля на щелях L_i , поставленную задачу легко можно свести к системе интегральных уравнений I рода с ядром, имеющим логарифмическую особенность при совпадении аргументов. Для решения такой системы разработан устойчивый метод численного решения (⁹). Решение прямой задачи определит значение матрицы рассеяния и диаграммы направленности системы по полю

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^N \int_{L_i} \left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} e^{ik\zeta \cos \theta} d\zeta. \quad (2)$$

Решение прямой задачи о возбуждении рассматриваемой структуры в силу линейности задачи можно получить в виде суперпозиции задач, в которых возбуждается лишь один волновод одной из своих нормальных волн. Пусть система возбуждается волной единичной амплитуды номера m' волновода номера j . Обозначим диаграмму направленности такой задачи через $F_{m'}^j$, а коэффициент отражения волны номера m в волноводе i — через $R_{mm'}^i$. Решение задачи, соответствующее возбуждению волноводов нормальными волнами с амплитудами a_m^i , получим в виде сумм

$$F(\theta) = \sum_{j=1}^N \sum_{m'=1}^{M_j} a_{m'}^j F_{m'}^j(\theta), \quad (3)$$

$$R_m^i = \sum_{j=1}^N \sum_{m'=1}^{M_j} R_{mm'}^i a_{m'}^j, \quad i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M_i. \quad (4)$$

Рассмотрим основные энергетические характеристики задачи. Энергию, поступающую в систему, можно характеризовать выражением

$$L_0[a_m^i] = \sum_{i,m} \operatorname{Re} \gamma_m^i |a_m^i|^2. \quad (5)$$

Энергия отраженных нормальных волноводных волн

$$Q = \sum_{i,m,j,m',k} \operatorname{Re} \gamma_k^v a_m^i (a_{m'}^j)^* R_{km}^v (R_{km'}^j)^*. \quad (6)$$

Наконец, энергия излучения в секторе углов ω , пропорциональная величине

$$L[a_m^i] = \sum_{i,m,j,m'} a_m^i a_{m'}^{j*} \int_{\omega} F_{m'}^j F_m^{j*} d\theta. \quad (7)$$

Введенные функционалы (5)–(7) позволяют поставить простейшую задачу оптимизации. Потребуем, чтобы отношение энергии, распространяющейся вне заданного сектора ω , к падающей энергии было минимальным. Это требование приводит к следующей вариационной задаче. Нужно определить минимум отношения двух эрмитовых форм

$$\min_{a_m^i} \left\{ \frac{L(\Omega) + \beta Q}{L_0} \right\}. \quad (8)$$

В силу положительной определенности формы L_0 эта вариационная задача всегда разрешима и ее минимум равен наименьшему собственному значению пучка эрмитовых форм ⁽¹⁰⁾

$$L(\bar{\Omega}) + \beta Q - \lambda L_0 = 0, \quad (9)$$

а главный вектор, соответствующий минимальному значению, дает значения величин a_m^i . В формуле (9) через $\bar{\Omega}$ обозначен сектор, дополнительный сектору ω , а значение коэффициента $\beta > 0$ определяет сравнительную значимость потерь на излучение и отражение энергии.

3. Возможны и другие постановки задачи оптимизации, приводящие к той же математической задаче. Мы можем, например, потребовать, чтобы отношение энергии, излученной в заданном секторе углов ω , ко всей отраженной энергии было максимально при дополнительном условии задания потока падающей энергии. Такая постановка задачи приводит к следующей задаче оптимизации. Определить

$$\sup_{a_m^i} \left\{ \frac{L(\omega)}{L(\Omega) + Q} \right\}$$

при условии

$$L_0[a_m^i] = 1.$$

Такие постановки задач оптимизации как определение оптимального соотношения фаз величин a_m^i при заданных их абсолютных величинах, при котором излучение в заданном секторе углов будет оптимальным, сводятся к решению нелинейных экстремальных задач, что может быть осуществлено с помощью стандартных прямых методов ⁽¹¹⁾.

Мы рассматривали задачу оптимизации параметров возбуждения поля. Однако использование прямых методов позволяет перейти и к таким нелинейным задачам оптимизации, как определение геометрических параметров системы, при которых излучение будет оптимальным. Для реализации подобных задач достаточно иметь лишь эффективный алгоритм решения прямой задачи.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
9 XII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Н. Тихонов, ДАН, 153, № 1, 49 (1963). ² Я. Н. Фельд, Л. Д. Бахрах, Радиотехника и электроника, 8, № 2, 187 (1963). ³ В. И. Дмитриев, А. Н. Тихонов, Сборн. Вычислит. методы и програм., 13, М., 1969, стр. 209. ⁴ Л. Д. Бахрах, С. Д. Кременецкий, ДАН, 178, № 4, 825 (1968). ⁵ В. И. Поповкин, В. И. Елумеев, Радиотехника и электроника, 13, № 5, 784 (1968). ⁶ И. П. Котик, М. В. Персиков, А. Н. Сивов, Радиотехника и электроника, 11, № 6, 1046 (1966). ⁷ R. F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, N. Y., 1968. ⁸ В. И. Дмитриев, А. В. Чечкин, Сборн. Вычисл. методы и програм., в. 10, 1968, стр. 66. ⁹ В. М. Репин, Дифракция электромагнитных полей на системе щелей, Сборн. Вычисл. методы и програм., в. 16, 1974, стр. 35. ¹⁰ Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, «Наука», 1967. ¹¹ В. А. Скоков, Стандартная программа минимизации функций многих переменных при наличии ограничений общего вида, сер. Станд. программы под редакцией Т. Л. Рудневой, в. 23, М., 1971, Ротапринт. Вычислит. центр МГУ.