

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЧАСТИЧНО p -СУБНОРМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ ШМИДТА

И.М. Дергачева, Е.А. Задорожнюк, И.П. Шабалина

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

FINITE GROUPS WITH PARTIALLY p -SUBNORMAL SCHMIDT SUBGROUPS

I.M. Dergacheva, E.A. Zadorozhnyuk, I.P. Shabalina

Belarusian State University of Transport, Gomel

Аннотация. На протяжении всей статьи все группы конечны и G всегда обозначает конечную группу; G называется группой Шмидта, если G не нильпотентна, но каждая собственная подгруппа группы G нильпотентна. Подгруппа A группы G называется $\mathcal{U}p$ -нормальной в G , если каждый главный pd -фактор G между A_G и A^G является циклическим. Мы говорим, что подгруппа A группы G частично p -субнормальна в G , если $A = \langle L, T \rangle$ для некоторых субнормальной подгруппы L и $\mathcal{U}p$ -нормальной подгруппы T группы G . В данной статье мы доказываем следующую теорему.

Теорема. Если каждая подгруппа Шмидта группы G частично p -субнормальна в G , то ее производная подгруппа G' p -нильпотентна.

Ключевые слова: конечная группа, группа Шмидта, p -нильпотентная группа, $\mathcal{U}p$ -нормальная подгруппа, частично p -субнормальная подгруппа.

Для цитирования: Дергачева, И.М. Конечные группы с частично p -субнормальными подгруппами Шмидта / И.М. Дергачева, Е.А. Задорожнюк, И.П. Шабалина // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 2 (63). – С. 51–55. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_2_63_51. – EDN: PXPTVX

Abstract. Throughout the paper, all groups are finite and G always denotes a finite group; G is called a Schmidt group if G is not nilpotent, but every proper subgroup of G is nilpotent. A subgroup A of G is called $\mathcal{U}p$ -normal in G if every principal pd -factor of G between A_G and A^G is cyclic. We say that a subgroup A of G is partially p -subnormal in G if $A = \langle L, T \rangle$ for some subnormal subgroup L and $\mathcal{U}p$ -normal subgroup T of G . In this paper, we prove the following theorem.

Theorem. If every Schmidt subgroup of a group G is partially p -subnormal in G , then the derived subgroup G' of G is p -nilpotent.

Keywords: finite group, Schmidt group, p -nilpotent group, $\mathcal{U}p$ -normal subgroup, partially p -subnormal subgroup.

For citation: Dergacheva, I.M. Finite groups with partially p -subnormal Schmidt subgroups / I.M. Dergacheva, E.A. Zadorozhnyuk, I.P. Shabalina // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2025. – № 2 (63). – P. 51–55. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_2_63_51 (in Russian). – EDN: PXPTVX

Введение

На протяжении всей статьи все группы конечны и G всегда обозначает конечную группу. Символ $\pi(n)$ обозначает множество всех простых чисел, делящих число n , и $\pi(G) = \pi(|G|)$. В дальнейшем, p, q – простые числа. Группа G называется: pd -группой, если $\pi \cap \pi(G) \neq \emptyset$; pd -группой, если $p \in \pi(G)$.

Подгруппа A группы G называется модулярной в G , если A – модулярный элемент (в смысле Куроша [1]) решетки всех подгрупп группы G , то есть, выполняются следующие условия:

- (i) $\langle X, A \cap Z \rangle = \langle X, A \rangle \cap Z$ для всех $X \leq G$, $Z \leq G$ таких, что $X \leq Z$ и
- (ii) $\langle A, Y \cap Z \rangle = \langle A, Y \rangle \cap Z$ для всех $Y \leq G$, $Z \leq G$ таких, что $A \leq Z$.

Напомним, что подгруппа A группы G называется [2]:

- (i) $\mathcal{U}p$ -нормальной в G , если каждый главный pd -фактор G между A_G и A^G является циклическим;
- (ii) $\mathcal{U}$ -нормальной в G , если каждый главный фактор G между A_G и A^G является циклическим.

Мы говорим, что подгруппа A группы G частично p -субнормальна в G , если $A = \langle L, T \rangle$ для некоторых субнормальной подгруппы L и $\mathcal{U}p$ -нормальной подгруппы T группы G .

Группа G называется группой Шмидта, если G не нильпотентна, но каждая собственная подгруппа группы G нильпотентна.

В работе [3] В.Н. Семенчук доказал, что если каждая подгруппа Шмидта группы G

субнормальна в G , то фактор группа $G/F(G)$ является нильпотентной. Это интересное наблюдение послужило мотивировкой для многих других исследований, связанных с изучением влияния подгрупп Шмидта на строение основной группы и, в частности, с изучением условий, при которых производная подгруппа группы нильпотентна или p -нильпотентна.

В этой связи В.С. Монахов и В.Н. Княгина доказали [4], что если каждая подгруппа Шмидта группы G субнормальна в G , то ее производная подгруппа нильпотентна, а в работе [5] И.В. Близнец и В.М. Селькин установили, что производная подгруппа G' группы G нильпотентна и в случае, когда каждая подгруппа Шмидта группы G модулярна в G . Развивая эти результаты, В.М. Селькин, Н.С. Косенок и В.С. Закревская доказали в работе [6], что если каждая подгруппа Шмидта группы G либо субнормальна, либо $\mathcal{U}_p$ -нормальна в G , то производная подгруппа группы G является p -нильпотентной.

В данной работе, обобщая все упомянутые выше результаты, мы докажем следующий результат в данном направлении.

Теорема 0.1. Если каждая подгруппа Шмидта группы G частично p -субнормальна в G , то производная подгруппа G' группы G является p -нильпотентной.

Следствие 0.2 (В.Н. Семенчук [3]). Если каждая подгруппа Шмидта группы G субнормальна в G , то $G/F(G)$ нильпотентна.

Следствие 0.3 (В.С. Монахов, В.Н. Княгина [4]). Если каждая подгруппа Шмидта группы G субнормальна в G , то производная подгруппа G' группы G является нильпотентной.

Следствие 0.4 (Дж. Хуанг, Б. Ху, А.Н. Скиба [7]). Если каждая подгруппа Шмидта группы G либо $\mathcal{U}$ -нормальна, либо субнормальна в G , то производная подгруппа G' группы G является нильпотентной.

Следствие 0.5 (В.М. Селькин, Н.С. Косенок, В.С. Закревская [6]). Если каждая подгруппа Шмидта группы G либо субнормальна, либо $\mathcal{U}_p$ -нормальна в G , то производная подгруппа G' группы G является p -нильпотентной.

Ввиду [1, теорема 5.2.5], каждая модулярная подгруппа является $\mathcal{U}$ -нормальной в группе. Таким образом, из теоремы 0.1 вытекает также следующий известный результат.

Следствие 0.6 (И.В. Близнец, В.М. Селькин [5]). Если каждая подгруппа Шмидта группы G модулярна в G , то производная подгруппа G' группы G нильпотентна.

1 Доказательство основного результата

В доказательстве теоремы 0.1 мы используем следующие леммы.

Лемма 1.1 (см. предложение 1.8 и лемму 3.3 в [2]). Пусть A и $N \leq E$ – подгруппы в G , где N является нормальной и A является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G . Тогда:

(1) AN/N является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G/N .

(2) Если E/N является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G/N , то E является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G .

(3) $A \cap E$ является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в E .

(4) Если E является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G , то $\langle A, E \rangle$ является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G .

Лемма 1.2 [10, глава А, леммы 14.1, 14.2, 14.3 и теорема 14.4]. Пусть A и $N \leq E$ – подгруппы в G , где N нормальна и A субнормальна в G . Тогда:

(1) AN/N является субнормальной в G/N .

(2) Если $A \leq E$, то A субнормальна в E .

(3) Если E/N субнормальна в G/N , то E субнормальна в G .

(4) Если E субнормальна в G , то $\langle A, E \rangle$ является субнормальной в G .

Лемма 1.3 (см. [8, III, теорема 5.2] или [9, VI, теорема 24.2]). Если G является группой Шмидта, то $G = P \rtimes Q$, где $P = G^{\mathfrak{n}}$ – силовская p -подгруппа группы G и $Q = \langle x \rangle$ является циклической силовской q -подгруппой в G , $p \neq q$. Кроме того, $\langle x^q \rangle \leq \Phi(G)$ и $Q^G = G$.

Лемма 1.4. Если A – субнормальная подгруппа в G , то $O_{\pi}(A) \leq O_{\pi}(G)$.

Доказательство. По условию существует цепь подгрупп

$$A = A_0 \leq A_1 \leq \dots \leq A_{t-1} \leq A_t = G$$

такая, что A_i является нормальной в A_{i+1} для всех $i = 1, \dots, t-1$. Тогда по индукции имеет место

$$O_{\pi}(A) \leq O_{\pi}(A_{t-1}).$$

С другой стороны, $O_{\pi}(A_{t-1})$ характеристична в A_{t-1} и поэтому нормальна в $A_t = G$. Следовательно, $O_{\pi}(A_{t-1}) \leq O_{\pi}(G)$. Таким образом,

$$O_{\pi}(A) \leq O_{\pi}(G). \quad \square$$

Лемма 1.5. Пусть A и $N \leq E$ – подгруппы в G , где N нормальна и A частично p -субнормальна в G . Тогда:

(1) AN/N является частично p -субнормальной в G/N .

(2) Если $A \leq E$, то A частично p -субнормальна в E .

(3) Если E/N частично p -субнормальна в G/N , то E частично p -субнормальна в G .

(4) Если E частично p -субнормальна в G , то $\langle A, E \rangle$ является частично p -субнормальной в G .

Доказательство. Пусть $A = \langle L, T \rangle$, где L – субнормальная подгруппа и T является $\mathcal{U}_p$ -нормальной подгруппой в G .

(1) Имеет место $AN/N = \langle LN/N, TN/N \rangle$, где LN/N субнормальна в G/N согласно лемме 1.2 (1) и TN/N является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G/N по лемме 1.1 (1). Следовательно, AN/N частично p -субнормальна в G/N .

(2) Утверждение следует из леммы 1.2 (2) и леммы 1.1 (3).

(3) Пусть $E/N = \langle V/N, W/N \rangle$, где V/N субнормальна в G/N и W/N является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G/N . Тогда $E = \langle V, W \rangle$, где V субнормальна в G и W является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G по лемме 1.1(2), поэтому E частично p -субнормальна в G .

(4) Пусть $E = \langle V, W \rangle$, где V является субнормальной и W является $\mathcal{U}_p$ -нормальной подгруппой в G . Тогда

$$\langle A, E \rangle = \langle \langle L, T \rangle, \langle V, W \rangle \rangle = \langle \langle L, V \rangle, \langle T, W \rangle \rangle,$$

где $\langle L, V \rangle$ является субнормальной в G согласно 1.2(4) и $\langle T, W \rangle$ является $\mathcal{U}_p$ -нормальной в G по лемме 1.1 (4). Следовательно, $\langle A, E \rangle$ частично p -субнормальна в G . $\square$

Доказательство теоремы 0.1. Предположим, что эта теорема неверна, и пусть G является контрпримером минимального порядка. Тогда $G' \not\leq O_{p',p}(G)$.

(1) Если E – собственная подгруппа в G , то производная подгруппа E' группы E p -нильпотентна.

Предположим, что подгруппа E' не является p -нильпотентной. Тогда E не является nilпотентной группой и поэтому в E имеется подгруппа Шмидта. Более того, ввиду условия теоремы, каждая подгруппа Шмидта H группы E частично p -субнормальна в G и поэтому H частично p -субнормальна в E ввиду леммы 1.5 (2). Таким образом, условие теоремы выполнено для E и поэтому производная подгруппа E' группы G p -нильпотентна ввиду выбора группы G .

(2) Если N – минимальная нормальная подгруппа в G , то производная подгруппа $(G/N)'$ группы G/N p -нильпотентна.

Если G/N nilпотентна, то это очевидно. Теперь предположим, что группа G/N не является nilпотентной, и пусть E/N – произвольная подгруппа Шмидта в G/N . Пусть H – минимальное добавление к N в E . Тогда

$$H/(H \cap N) \cong HN/N = E/N$$

– группа Шмидта и $H \cap N \leq \Phi(H)$. Пусть $\Phi = \Phi(H)$ и A – подгруппа Шмидта в H .

Из леммы 1.3 вытекает, что

$$(H/(H \cap N))/\Phi(H/(H \cap N)) =$$

$$= (H/(H \cap N))/(\Phi/(H \cap N)) \cong H/\Phi = R \rtimes Q,$$

где R – силовская r -подгруппа, Q – силовская q -подгруппа в H/Φ и $|Q| = q$ для некоторых

простых чисел $r \neq q$. Отсюда, снова по лемме 1.3, следует, что $A = A_r \rtimes A_q$, где $A = (A_q)^A$. Тогда $A_q \not\leq \Phi$, так как Φ nilпотентна. Следовательно, $\Phi A_q/\Phi$ является силовской q -подгруппой в H/Φ , и поэтому

$$(\Phi A_q/\Phi)^{H/\Phi} = (A_q)^H \Phi/\Phi = H/\Phi.$$

Следовательно, $(A_q)^H = H$, поэтому

$$E = HN = (A_q)^H N.$$

Согласно лемме 1.5(4), $(A_q)^H = A^H$ является частично p -субнормальной подгруппой в G и, следовательно,

$$E/N = (A_q)^H N/N$$

частично p -субнормальна в G/N по лемме 1.5(1). Следовательно, гипотеза верна для G/N , поэтому выбор группы G подразумевает, что мы имеем (2).

$$(3) O_{p'}(G) = 1.$$

Предположим, что $O_{p'}(G) \neq 1$ и пусть R – минимальная нормальная подгруппа группы G , содержащаяся в $O_{p'}(G)$. Тогда

$$O_{p'}(G)/R = O_{p'}(G/R)$$

и поэтому

$$\begin{aligned} (G/R)/O_{p'}(G/R) &= \\ &= (G/N)/(O_{p'}(G)/R) = G/O_{p'}(G). \end{aligned}$$

Пусть $R \leq O_{p'}(G) \leq O$, где

$$O/O_{p'}(G) = O_p(O_{p'}(G)).$$

Тогда $O = O_{p',p}(G)$ и $O_{p',p}(G)/R \leq O_{p',p}(G/R)$.

Пусть теперь $R \leq L \leq T$, где

$$L/R = O_{p'}(G/R) = O_{p'}(G)/R$$

и

$$\begin{aligned} T/L &\cong (T/N)/(L/R) = O_p((G/R)/O_{p'}(G/R)) = \\ &= O_p((G/R)/(O/O_{p'}(G))). \end{aligned}$$

Таким образом, $T/R = O_{p',p}(G/R)$. Тогда T/L – p -группа и L – p' -группа, поэтому T p -нильпотентна и это влечет вложения $T \leq O \leq T$. Следовательно, $O = T$.

Из утверждения (2) вытекает, что

$$(G/R)' = G'R/R \leq O_{p',p}(G/R) = O_{p',p}(G)/R$$

и поэтому $G' \leq O_{p',p}(G)$, т. е. G' p -нильпотентна, что противоречит выбору группы G . Полученное противоречие завершает доказательство утверждения (3).

(4) G p -разрешима.

Из утверждений (1) и (2) вытекает, что каждая собственная подгруппа и каждая фактор группа $G/R \neq G/1$ являются p -разрешимыми группами. Таким образом, для доказательства утверждения (4) достаточно лишь показать, что G не является неабелевой простой группой.

Предположим, что G – неабелева простая группа. Тогда G не является нильпотентной группой. Пусть H – подгруппа Шмидта в G . Тогда $H < G$ и H является частично p -субнормальной в G подгруппой по условию. Более того, $G \cong G/1 = H^G/1$ – единственный главный фактор группы G и такой фактор не является p' -группой ввиду утверждения (3). Следовательно, G является группой простого порядка, что противоречит выбору группы G . Это противоречие завершает доказательство утверждения (4).

(5) $G = R \rtimes M$, где

$$R = C_G(R) = O_p(G) = O_{p',p}(G)$$

– единственная минимальная нормальная подгруппа в G и M – максимальная подгруппа в G с $M_G = 1$.

Пусть R – произвольная минимальная нормальная подгруппа в G . Тогда, ввиду утверждений (2) и (4), производная подгруппа

$$(G/R)' = G'R/R \cong G'/(G' \cap R)$$

группы G/R p -нильпотентна и R является либо p' -группой, либо p -группой. Но первый случай невозможен ввиду утверждения (3). Таким образом, R является p -группой. Выбор группы G подразумевает, что $R \leq G'$, так как в противном случае $G' \cong G'/1 = G'/(G' \cap R)$ p -нильпотентна.

Предположим, что G имеет минимальную нормальную подгруппу $N \neq R$. Тогда $G'/(G' \cap N)$ p -нильпотентна, поэтому группа

$$\begin{aligned} G' \cong G'/1 &= G'/(R \cap N) = \\ &= G' / ((G' \cap R) \cap (G' \cap N)) \end{aligned}$$

p -нильпотентна, что противоречит выбору группы G . Поэтому R является единственной минимальной нормальной подгруппой в G , $R \leq G'$ и G'/R p -нильпотентна. Если $R \leq \Phi(G)$, то G' p -нильпотентна по [9, I, теорема 4.2]{26}. Таким образом, $R \not\leq \Phi(G)$.

Пусть теперь M – такая максимальная в G подгруппа, что $G = RM$. Поскольку $R \leq O_p(G)$, R – абелева группа и поэтому $R \cap M = 1$ нормальна в G . Тогда $M_G = 1$, поскольку R является единственной минимальной нормальной подгруппой в G . Более того, $G = O_p(G)M$, где $O_p(G) \leq C_G(R)$ ввиду [10, глава А, теорема 10.6 (b)], что влечет

$$C_G(R) = C_G(R) \cap O_p(G)M = O_p(G)(C_G(R) \cap M),$$

где $C_G(R) \cap M$ – нормальная в G подгруппа. Но $M_G = 1$ и поэтому $C_G(R) \cap M = 1$. Следовательно, $R = C_G(R) = O_p(G) = F(G) = O_{p',p}(G)$ поскольку $O_{p'}(G) = 1$ согласно утверждению (3).

(6) $|R| > p$.

Действительно, если $|R| = p$, то поскольку

$$G/C_G(R) = G/R = G/O_{p',p}(G),$$

где

$G/C_G(R) \leq \text{Aut}(R)$, то G/R – циклическая группа и поэтому $G' = R$ p -нильпотентна. Полученное противоречие показывает, что $|R| > p$.

(7) $M \cong G/R$ нильпотентна.

Предположим, что M не является нильпотентной группой и пусть H – подгруппа Шмидта в M . Тогда $H = \langle A, B \rangle$ для некоторой субнормальной подгруппы A и $\mathcal{U}$ -нормальной подгруппы B группы G .

Предположим, что $A \neq 1$. Поскольку A p -разрешима по утверждению (4), то либо $O_{p'}(A) \neq 1$, либо $O_p(A) \neq 1$. Но $O_{p'}(A) \leq O_{p'}(G)$ по лемме 1.4 и поэтому в первом случае мы имеем $O_{p'}(G) \neq 1$, что невозможно ввиду утверждения (3). Значит, $O_p(A) \neq 1$ и $O_p(A) \leq O_p(G) = R$ по лемме 1.4 и утверждению (5), что влечет $R \cap M \neq 1$. Но это противоречит утверждению (5), поэтому утверждение (7) выполнено для G .

(8) R является силовской p -подгруппой G .

Предположим, что R не является силовской p -подгруппой G . Тогда p делит

$$|M| = |G/R| = |G/C_G(R)|$$

ввиду утверждения (5), что противоречит [9, II, лемма 3.9]. Следовательно, мы имеем (8).

(9) Для любой собственной субнормальной подгруппы E группы G имеет место $E' \leq R$.

Действительно, ввиду утверждения (1) мы имеем $E' \leq O_{p',p}(E)$. С другой стороны,

$$O_{p'}(E) \leq O_{p'}(G)$$

по лемме 1.4, где $O_{p'}(G) = 1$ ввиду утверждения (3). Значит, $O_{p'}(E) = 1$ и поэтому

$$O_{p',p}(E) = O_p(E) \leq O_p(G) = R$$

ввиду утверждения (5) и леммы 1.4. Следовательно, $E' \leq R$.

(10) M – группа Миллера – Морено (т. е. группа M не является абелевой, но каждая собственная подгруппа в M является абелевой). Более того, M является q -группой для некоторого простого числа $q \neq p$.

Теперь V – произвольная максимальная подгруппа в M . Тогда V нормальна в M ввиду утверждения (7) и поэтому $E = R \rtimes V$ – собственная субнормальная подгруппа группы G . Следовательно, $E' \leq R$ ввиду утверждения (9). Но тогда, ввиду утверждения (5),

$$V \cong V/1 = V/(V \cap R) \cong RV/R$$

– абелева группа. Таким образом, каждая максимальная подгруппа группы M является абелевой. Кроме того, $R \neq G'$ ввиду выбора группы G и поэтому $M \cong G/R$ – неабелева нильпотентная группа. Таким образом, M – группа Миллера –

Морено и M является q -группой для некоторого простого числа $q \neq p$.

Заключительное противоречие. Поскольку, ввиду утверждения (10), M является q -группой Миллера – Морено для некоторого простого числа $q \neq p$, $\Phi(M) \neq 1$ и поэтому для некоторой подгруппы C_q порядка q имеет место

$$C_q \leq Z(M) \cap \Phi(M).$$

Пусть теперь $V = RC_q$. Тогда

$$R = R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n,$$

где R_i – минимальная нормальная подгруппа в V для всех $i = 1, 2, \dots, n$ по теореме Машке. С другой стороны, группа V не является нильпотентной, так как в противном случае $V = R \times C_q$ и поэтому $C_q \leq C_G(R)$, что противоречит утверждению (5).

Следовательно, для некоторого i подгруппа $F = R_i \rtimes C_q$ не является q -замкнутой и поэтому группа F содержит подгруппу Шмидта H вида $H = H_p \rtimes C_q$. Согласно условию, $H = \langle L, T \rangle$ для некоторой субнормальной подгруппы L и некоторой $\mathcal{U}p$ -нормальной подгруппы T группы G .

Сначала предположим, что H субнормальна в G . Тогда в V имеется такая собственная подгруппа W , что $H \leq W$ и W нормальна в V . Поскольку $C_q \leq W < V$, то для некоторого k имеем $R_k \not\leq W$. Тогда $R_k \cap W = 1$, следовательно, $R_k \leq C_V(W)$, поэтому $R_k \leq N_G(C_q) = M$, где M максимальна в G , противоречие.

Следовательно, H не является субнормальной в G . Значит, $L \neq H$ и поэтому $T \neq 1$. Но тогда $R \leq T^G$ ввиду утверждения (5). Кроме того, $T_G = 1$, поскольку $H_G = 1$. Таким образом, R является циклической группой, что противоречит утверждению (6).

Следовательно, $n = 1$, поэтому $R = R_1$ и C_q действует неприводимо на R . Но $C_q \leq \Phi(M)$, поэтому каждая собственная подгруппа группы M действует неприводимо на R , из чего следует, что каждая максимальная подгруппа из M является циклической ввиду [9, I, лемма 4.1]. Следовательно, $q = 2$ ввиду [11, гл. 5, теорема 4.4] и поэтому $|R| = p$, что противоречит утверждению (6). $\square$

ЛИТЕРАТУРА

1. Schmidt, R. Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt. – Berlin: Walter de Gruyter, 1994.
2. Hu, B. Finite groups with only $\mathfrak{F}$ -normal and $\mathfrak{F}$ -abnormal subgroups / B. Hu, J. Huang, A.N. Skiba // J. Group Theory. – 2019. – Vol. 22, № 5. – P. 915–926.
3. Семенчук, В.Н. Конечные группы с системами минимальных не $\mathfrak{F}$ -подгрупп, в книге: Подгрупповое строение конечных групп / В.Н. Семенчук. – Минск: Наука и Техника, 1981. – С. 138–149.
4. Монахов, В.С. О конечных группах с некоторыми субнормальными подгруппами Шмидта / В.С. Монахов, В.Н. Княгина // Сибирский математический журнал. – 2004. – Т. 45, № 6. – С. 1316–1322.
5. Блинец, И.В. Конечные группы с модулярной подгруппой Шмидта / И.В. Блинец, В.М. Селькин // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – № 4 (41). – С. 36–38.
6. Селькин, В.М. Конечные группы с ограничениями на подгруппы Шмидта / В.М. Селькин, Н.С. Косенок, В.С. Закревская // Проблемы физики, математики и техники. – 2002. – № 1 (50). – С. 84–88.
7. Хуанг, Дж. Конечные группы со слабо субнормальными и частично субнормальными подгруппами / Дж. Хуанг, Б. Ху, А.Н. Скиба // Сибирский математический журнал. – 2021. – Т. 1, № 62. – С. 201–220.
8. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin – Heidelberg – New York: Springer-Verlag, 1967.
9. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – Москва: Наука, 1978.
10. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.
11. Gorenstein, D. Finite Groups / D. Gorenstein. – New York – Evanston – London: Harper & Row Publishers, 1968.

Поступила в редакцию 04.03.2025.

Информация об авторах

Дергачева Ирина Михайловна – к.ф.-м.н., доцент
Задорожнюк Елена Андреевна – к.ф.-м.н., доцент
Шабалина Ирина Петровна – к.ф.-м.н., доцент