Доклады Академии наук БССР

1977 Том XXI № 10

УДК 548.0 : 535

Член-корреспондент АН БССР Б. В. БОКУТЬ, С. С. ГИРГЕЛЬ, А. Н. СЕРДЮКОВ, Н. А. ХИЛО

МАТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Вопрос о влиянии неоднородности среды на ее диэлектрические свойства приобрел в последнее время особый интерес в связи с изучением неоднородности оптической активности ОА (гиротропии) [1, 2]. Конкретно в этих работах речь идет о модификации известных материальных уравнений, учитывающих пространственную дисперсию (ПД) в первом порядке на случай неоднородной среды. При этом оказывается, что в уравнении связи $\mathbf{D}=\mathbf{D}(\mathbf{E})$ появляется дополнительное слагаемое $\nabla\gamma(\mathbf{r})$, обусловленное неоднородностью.

Невыясненным, однако, остается вопрос о возможности обобщения материальных уравнений на среды более широкого класса (магнетики, сегнетоэлектрики, пьезоэлектрики и т. д.) с учетом ПД I и II порядков.

При исследовании этого вопроса будем исходить из общего интегрального соотношения [3]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \int \varepsilon(\mathbf{r},\ \mathbf{r}^p)\, E(\mathbf{r}^p)\, d\mathbf{r}'$$

($\mu=1$), из которого можно получить

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0(\mathbf{r})\,\mathbf{E} + \gamma_0(\mathbf{r})\,\nabla\mathbf{E} + \beta_0(\mathbf{r})\,\nabla\nabla\mathbf{E} + \ \ldots, \tag{1}$$

где

$$\varepsilon_0(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3}\int \varepsilon(\mathbf{r},\ \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}',\quad \gamma_0(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3}\int(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,\varepsilon(\mathbf{r},\ \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}',$$

$$\beta_0(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3}\int(\mathbf{r}-\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,\varepsilon(\mathbf{r},\ \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'.$$

Принцип Онзагера — Казимира налагает ограничения на коэффициенты $\varepsilon_0(\mathbf{r})$, $\gamma_0(\mathbf{r})$, $\beta_0(\mathbf{r})$ и т. д. в (1); например $\int[\varepsilon_0(\mathbf{r},\ \mathbf{h}) - \tilde{\varepsilon}_0(\mathbf{r},\ -\mathbf{h})]\,d\mathbf{r} = 0$, откуда следуют соотношения симметрии

$$\begin{gathered}\varepsilon_0(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\sigma) - \tilde{\varepsilon}_0(\mathbf{r},\ -\mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma) = 2\nabla\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma),\\ \gamma_0(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma) + \tilde{\gamma}_0(\mathbf{r},\ -\mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma) = 2\nabla\chi(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma),\\ \beta_0(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma) - \tilde{\beta}_0(\mathbf{r},\ -\mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma) = 2\nabla\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{h},\ \mathbf{E},\ \sigma),\end{gathered} \tag{2}$$

где $\mathbf{h}$, $\mathbf{E}$ — векторы напряженности внешних или внутренних магнитного и электрического полей, а σ — тензор деформаций (в дальнейшем в явном виде будет учитываться лишь зависимость от $\mathbf{h}$).

Удобно разложить входящие в (2) тензоры на симметричную (s), антисимметричную (a) части, меняющие (c) и не меняющие (i) знак при преобразовании $\mathbf{h}\to-\mathbf{h}$. Например $\varepsilon_0 = \varepsilon^{si} + \varepsilon^{sc} + \varepsilon^{ai} + \varepsilon^{ac}$, и аналогично γ_0 и β_0. Используя эти разложения, из (2) получим представление ε_0, γ_0 и β_0 в неоднородной среде:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon + \nabla\varphi,\ \gamma_0 = \gamma + \nabla\chi,\ \beta_0 = \beta + \nabla\psi, \tag{3}$$

где

Перечень оптических эффектов в неоднородной среде с учетом пространственной дисперсии

№	Тензор	Оптический эффект
1	$1/2\ (\nabla\gamma^{ai})$	Неоднородная ОА
2	$1/2\ (\nabla\gamma^{sc})$	Неоднородное ДП*
3	$\chi^{si}\ \nabla\ \nabla$	ДП, обусловленное ПД II порядка
4	$\chi^{ac}\ \nabla\ \nabla$	ЭФ, обусловленное ПД II порядка
5	$(\nabla\chi^{ac})\ \nabla$	Неоднородная ЭФ с учетом ПД I порядка
6	$(\nabla\chi^{si})\ \nabla$	Неоднородная ДП с учетом ПД I порядка

* Двулучепреломление.

$$\varepsilon = \varepsilon^{si} + \varepsilon^{ac},\ \varphi = \varphi^{ai} + \varphi^{sc},\ \gamma = \gamma^{ai} + \gamma^{sc},$$
$$\chi = \chi^{si} + \chi^{ac},\ \beta = \beta^{si} + \beta^{ac},\ \psi = \psi^{ai} + \psi^{sc}. \qquad (3')$$

Выражения (3), (3′), однако, не решают задачу полностью. Из интегрального соотношения

$$\int \mathbf{E}(\mathbf{r})\,\mathbf{D}'(\mathbf{r}, -\mathbf{h})\,d\mathbf{r} = \int \mathbf{E}'(\mathbf{r})\,\mathbf{D}(\mathbf{r}, \mathbf{h})\,d\mathbf{r},$$

выражающего принцип симметрии кинетических коэффициентов ([4]), можно получить следующую связь между входящими в (3), (3′) тензорами

$$\varphi = \gamma/2,\ \chi = \beta. \qquad (4)$$

Таким образом, окончательно искомое материальное уравнение для неоднородных сред представится в виде

$$D_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r})\,E_j + \gamma_{ijk}(\mathbf{r})\,\nabla_k E_j + \frac{1}{2}\,(\nabla_k \gamma_{ijk}(\mathbf{r}))\,E_j +$$
$$+ \chi_{ijkl}(\mathbf{r})\,\nabla_k \nabla_l E_j + (\nabla_l \chi_{ijkl}(\mathbf{r}))\,\nabla_k E_j. \qquad (5)$$

Учет членов более высокого порядка малости можно провести аналогичным образом.

Так как слагаемые в (5), пропорциональные $\nabla\mathbf{E}$, учитывают влияние неоднородности поля в окрестности рассматриваемой точки $\mathbf{r}$ на индукцию $\mathbf{D}(\mathbf{r})$, а члены с $\nabla\gamma$, $\nabla\chi$ вносят дополнительный вклад в $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ вследствие неоднородности среды, то интерпретация последних трех слагаемых в (5) может быть следующей (см. таблицу).

Эффекты, описываемые 1 и 2 слагаемыми в (5), хорошо известны ([5]) и поэтому не обсуждаются.

В свою очередь, каждый из тензоров в (5) может быть разложен в ряд по $\mathbf{E}$, $\mathbf{h}$, σ. Так, $\gamma^{ai} = \gamma_1 + \gamma_2\mathbf{E} + \gamma_3\sigma + \ldots \gamma^{sc} = \gamma_1'\mathbf{h} + \ldots$ Здесь γ_1 описывает неоднородную ОА ([1–3]), γ_2 и γ_3 — неоднородную электро- и пьезоактивность, а γ_1' — неоднородный магнитоэлектрический эффект. Например, неоднородный ЭФ (п. 5 табл.) по порядку величины, совпадающий с известным магнитоэлектрическим эффектом (см., напр., ([6])), может быть обнаружен по повороту плоскости поляризации света, отраженного от магнитной среды ($\nabla\varphi \sim 1'$), поскольку существующие методы ([7]) позволяют измерить поворот с точностью $\sim 1''$.

Таким образом, неоднородность среды сказывается на всех известных оптических явлениях в виде соответствующих поправок в материальном уравнении. Рассматриваемые эффекты должны наиболее сильно сказываться в условиях сильной зависимости параметров среды от $\mathbf{r}$. Например, в граничные условия, используемые при решении граничных задач, войдут дополнительные члены, пропорциональные γ и χ. В частности, предполагаемый подход позволит, по мнению авторов, более корректно описать влияние переходного слоя на прохождение света через границу раздела двух сред.

Гомельский государственный университет

Поступило 10.II 1977

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, ЖПС, **20**, 677, 1974. [2] U. Schlagheck, Opt. Comm., **13**, 273, 1975. [3] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., 1965. [4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1957. [5] Г. А. Смоленский, Р. В. Писарев, И. Г. Синий, УФН, **116**, 231, 1975. [6] T. H. O'Dell, Select. Topics in Solid State Phys., XI, Electrodyn. of Magnetoelectric Media, 1970. [7] А. Н. Бужинский, Г. Е. Виноградов, Г. И. Заводчиков, В. А. Клейман, М. В. Лейкин, Оптико-механ. промышленность, **10**, 9, 1968.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины