КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Том 25 1980 Вып. 1

УДК 548.0:535.56

БОКУТЬ Б. В., ГИРГЕЛЬ С. С.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПОГЛОЩАЮЩИХ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

Получены и исследованы явные выражения для поляризации плоских электромагнитных волн в магнитоупорядоченных кристаллах с учетом влияния поглощения в оптическом диапазоне. Найдены условия существования особых направлений в таких кристаллах, вдоль которых может возбуждаться только одна собственная однородная волна с определенной поляризацией. В частности, показано, что даже в одноосных кристаллах при определенных ограничениях возможно существование кругового конуса таких направлений, соответствующих одной линейно-поляризованной однородной волне, которые можно назвать линейными осями.

В [1] с помощью прямых тензорных методов [2] исследовались поляризационные характеристики собственных волн в прозрачных магнитоупорядоченных кристаллах. В поглощающих же кристаллах по сравнению с прозрачными все величины, характеризующие поляризационные характеристики волн, становятся, как правило, комплексными и расчеты усложняются. Тем не менее нетрудно провести обобщение полученных результатов [1] на случай поглощающих сред.

Будем исходить, как и ранее в [1], из материальных уравнений и уравнений Максвелла для плоских монохроматических волн [2]

$$\mathbf{E}=\varepsilon^{-1}\mathbf{D},\quad \mathbf{B}=\mathbf{H};\quad \mathbf{m}^{\times}\mathbf{H}=-\mathbf{D},\quad \mathbf{m}^{\times}\mathbf{E}=\mathbf{H}, \tag{1}$$

где $\mathbf{m}=n\mathbf{n}$ — вектор рефракции, n — показатель преломления, $\mathbf{n}^2=1$.

Выделим в неэрмитовом тензоре обратной диэлектрической проницаемости ε^{-1} симметричную χ и антисимметричную $i\mathbf{G}^{\times}$ части:

$$\varepsilon^{-1}=\chi+i\mathbf{G}^{\times}, \tag{2}$$

причем по-прежнему комплексный вектор гирации $\mathbf{G}$ описывает нечетные по намагниченности магнитооптические эффекты, а комплексный симметричный тензор второго ранга χ — четные.

Получим соотношения ортогональности для векторов поля двух изонормальных волн, соответствующих двум различным показателям преломления и противоположным намагниченности кристалла. Наряду с тензором ε^{-1} будем использовать и транспонированный $\tilde{\varepsilon}^{-1}$, для которого соответствующие величины будем обозначать тильдой ($\tilde{\mathbf{D}}$, $\tilde{\mathbf{H}}$, $\tilde{\mathbf{E}}$, $\tilde{n}$). Эти выражения получаются из обычных заменой $\mathbf{G}\to-\mathbf{G}$, т. е. изменением направления намагниченности на противоположное. Тогда, исключая из (1) векторы $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$, имеем

$$\mathbf{n}^{\times}\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^{\times}\mathbf{H}_{\pm}=-\mathbf{H}_{\pm}/n_{\pm}^{2}, \tag{3}$$

$$\mathbf{n}^{\times}\tilde{\varepsilon}^{-1}\mathbf{n}^{\times}\tilde{\mathbf{H}}_{\pm}=-\tilde{\mathbf{H}}_{\pm}/\tilde{n}_{\pm}^{2}. \tag{3,a}$$

Умножая слева (3) на $\tilde{\mathbf{H}}_{\pm}$, а уравнение (3,а) на $\mathbf{H}_{\pm}$ и вычитая, получаем при $n_{\pm}-\tilde{n}_{\mp}\neq0$,

$$\mathrm{H}_{\pm}\tilde{\mathrm{H}}_{\mp}=0. \tag{4}$$

Из (1) и (4) находим остальные соотношения ортогональности для векторов полей изонормальных волн

$$\mathbf{D}_\pm \parallel \widetilde{\mathbf{H}}_\mp, \quad \mathbf{H}_\pm \parallel [\mathbf{n}\widetilde{\mathbf{H}}_\mp], \quad \mathbf{D}_\pm \widetilde{\mathbf{D}}_\mp = \mathbf{E}_\pm \widetilde{\mathbf{D}}_\mp = 0. \tag{5}$$

Если кристалл непоглощающий, то (4), (5) переходят в соответствующие выражения работ [1]. Перейдем к выражениям для показателей преломления и поляризации векторов поля.

Уравнение нормалей [1, 2]

$$1/n^4 + \mathbf{n}(\varepsilon^{-1} - \varepsilon_c^{-1})\mathbf{n}/n^2 + \mathbf{n}\overline{\varepsilon^{-1}}\mathbf{n} = 0 \tag{6}$$

остается справедливым и при наличии поглощения. Можно проверить, что многие выражения, описывающие поляризацию собственных волн в прозрачном кристалле [1], также остаются в силе и для поглощающего. Так, для векторов напряженности магнитного поля изонормальных волн по-прежнему имеем

$$\mathbf{H}_\pm \parallel ([\mathbf{n}, (\chi - n_\mp^{-2})[\mathbf{nd}]] - in\mathbf{G}[\mathbf{nd}]), \tag{7}$$

где $\mathbf{d}$ — произвольный вектор, неколлинеарный вектору $\mathbf{n}$. Если правая часть (7) обращается в нуль, то в этом случае $\mathbf{d}$ является линейной комбинацией векторов $\mathbf{n}$, $\mathbf{H}_\mp$, откуда $\mathbf{H}_\mp \parallel [\mathbf{n}[\mathbf{nd}]]$.

Выражение (7) можно также, полагая $\mathbf{d} = \overset{0}{\mathbf{H}}_\pm$, записать в другой форме [1]

$$\mathbf{H}_\pm \sim (\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm \pm i\gamma[\mathbf{n}\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm]), \quad \gamma = \pm\mathbf{nG} \Big/ \left(\frac{1}{\overset{0}{n}{}_\pm^2} - \frac{1}{n_\mp^2}\right) \tag{8}$$

где $\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm$ и $\overset{0}{n}_\pm$ — векторы напряженности магнитного поля и показатели преломления изонормальных волн в отсутствие гиротропии ($\mathbf{G}=0$). Однако здесь уже комплексный параметр γ — не эллиптичность, а векторы $\overset{0}{\mathbf{H}}_+$ и $\overset{0}{\mathbf{H}}_-$ поляризованы, вообще говоря, не линейно, а эллиптически, хотя по-прежнему $\overset{0}{\mathbf{H}}_+\overset{0}{\mathbf{H}}_- = 0$.

Формулы (7), (8), (5) для определения поляризации векторов электромагнитного поля остаются справедливыми даже для неоднородных волн, за исключением случая, когда $\mathbf{m}^2=0$. Последний вариант может быть реализован лишь в исключительных случаях и поэтому нами не рассматривается.

Остановимся на поляризации однородных волн и найдем в явном виде выражения для главных полуосей эллипсов поляризации, эллиптичности и направления вращения векторов напряженности магнитного поля собственных волн, возбуждающихся в поглощающем магнитоупорядоченном кристалле.

Известно [2, 3], что в поглощающих негиротропных ($\mathbf{G}=0$) кристаллах две изонормальные однородные волны поляризованы, вообще говоря, эллиптически и имеют взаимно перпендикулярные эллипсы поляризации с одинаковым отношением полуосей и направлением вращения, поэтому $\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm$ равны

$$\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm = \overset{0}{\mathbf{h}}_\pm \pm i\gamma_0\overset{0}{\mathbf{h}}_\mp, \quad \overset{0}{\mathbf{h}}{}_\pm^2 = 1, \quad \overset{0}{\mathbf{h}}_+\overset{0}{\mathbf{h}}_- = 0, \tag{9}$$

где $\overset{0}{\mathbf{h}}_\pm$ — единичные векторы полуосей эллипсов, а γ_0 — эллиптичность волн. При этом следует иметь в виду, что в одноосных кристаллах всегда $\gamma_0=0$. Что же касается двуосных негиротропных поглощающих кристаллов, то в них, как правило, $\gamma_0 \neq 0$, однако имеются направления [4], также соответствующие линейной поляризации собственных волн.

Выделим в выражении (8) векторы $\overset{0}{h}_\pm$ в явном виде

$$\mathbf{H}_\pm = (1 \pm \gamma\gamma_0)\overset{0}{\mathbf{h}}_\pm + i(\gamma \pm \gamma_0)\overset{0}{\mathbf{h}}_\mp, \tag{10}$$

откуда следует, что в общем случае в поглощающих (γ — комплексное) магнитоупорядоченных кристаллах в отличие от прозрачных направления полуосей эллипсов поляризации векторов $\mathbf{H}_\pm$ не ортогональны, а эллиптичности их различны. Найдем их.

Обозначим $\varkappa_\pm = i(\gamma\pm\gamma_0)/(1\pm\gamma\gamma_0)$, тогда если ввести углы $\varphi_\pm$ и $\psi_\pm$ соотношениями [2, 3]

$$\operatorname{tg} 2\varphi_\pm = 2\operatorname{Re}\varkappa_\pm/(1-|\varkappa|^2), \tag{11}$$

$$\sin 2\psi_\pm = \pm 2\operatorname{Im}\varkappa_\pm/(1+|\varkappa|^2), \tag{11,a}$$

то $\varphi_\pm$ определяет угол поворота главной оси эллипса поляризации вектора $\mathbf{H}_\pm$ относительно главных направлений $\overset{0}{\mathbf{h}}_\pm$, а $\psi_\pm$ — эллиптичность ($\gamma_\pm{}' = \operatorname{tg}\psi_\pm$). Вычисление выражения (11) дает

$$\operatorname{tg} 2\varphi_\pm = 2\operatorname{Im}\gamma/(|\gamma|^2-1). \tag{12}$$

Таким образом, можно сделать важный вывод о том, что в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах главные полуоси эллипсов векторов $\mathbf{H}_\pm$ повернуты на противоположные, но равные углы относительно главных направлений негиротропной среды $\overset{0}{\mathbf{h}}_+$ и $\overset{0}{\mathbf{h}}_-$. Они определяются только параметром γ и не зависят от γ_0.

Для эллиптичности $\gamma_\pm{}'$ обеих изонормальных волн формула (11,а) дает

$$\gamma_\pm{}' = \operatorname{tg}\psi_\pm = \pm\left(1\pm\xi\zeta-\sqrt{(1-\xi^2)(1-\zeta^2)}\right)/(\xi\pm\zeta), \tag{13}$$

где

$$\xi = 2\operatorname{Re}\gamma/(1+|\varkappa|^2),\quad \zeta = 2\gamma_0/(1+\gamma_0^2). \tag{14}$$

Интересно, что в выражение (13) для эллиптичности параметры ξ и ζ входят симметричным образом и вносят конкурирующие вклады. При $\zeta=0$ волны поляризованы, ~~как и в прозрачном магнитоупорядоченном кристалле, т. е.~~ эллипсы обеих волн подобны, главные оси их повернуты на равные углы φ, а направления вращения противоположны.

Второй предельный случай, при котором $\xi=0$, выполняется, в частности, при $\mathbf{nG}=0$. При этом обе волны поляризованы, как в поглощающем негиротропном кристалле, т. е. в отличие от предыдущего случая главные оси эллипсов повернуты на 90°, а направления вращения обеих эллипсов одинаковы.

Линейная поляризация обеих изонормальных волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах может существовать лишь при одновременном выполнении условий $\gamma_0=0$, $\gamma=0$. Тогда векторы $\mathbf{H}_+$ и $\mathbf{H}_-$ перпендикулярны друг другу.

Ситуация, соответствующая условию $\xi=\pm i$, требует, однако, особого рассмотрения, и на ее анализе мы остановимся несколько позже.

Направления вращения эллипсов поляризации определяются знаком выражений (13). Поскольку всегда $|\xi|\leqslant 1$, $|\zeta|\leqslant 1$, то при $\xi^2<\zeta^2$ имеем вращения в одном направлении, а при $\zeta^2<\xi^2$ — в противоположных. Когда $\xi=\pm\zeta$, то одна из волн становится линейно поляризованной, а вторая остается эллиптически поляризованной с отношением полуосей $\gamma'=\xi$. Эллиптичности двух изонормальных волн $\gamma_\pm{}'$, как видим, различны и могут совпадать лишь при $\zeta=0$ или при $\xi=0$.

Рассмотрим условия круговой поляризации векторов $\mathbf{H}_\pm$. Используем инвариантный критерий [2] циркулярной поляризации $\mathbf{H}^2=0$. Учитывая выражения (8), находим $(1-\gamma^2)\overset{0}{H}_\pm{}^2=0$. Используя диадное представление комплексного симметричного тензора второго ранга в форме [2]

$$\chi = a + b(\mathbf{c}_1\cdot\mathbf{c}_2+\mathbf{c}_2\cdot\mathbf{c}_1) \tag{15}$$

и соотношения (6,8), получаем, что равенство $\gamma=\pm 1$ выполняется лишь при $[\mathbf{nc}_1]^2[\mathbf{nc}_2]^2=0$. Но при этом, согласно [2], одновременно $\overset{0}{\mathbf{H}}_\pm{}^2=0$.

Таким образом, общее условие круговой поляризации векторов $\mathbf{H}_\pm$ однородных плоских волн в поглощающем магнитоупорядоченном кристалле имеет вид

$$[\mathbf{nc}_1]^2[\mathbf{nc}_2]^2=0. \tag{16}$$

Такой же результат был получен другим путем в работе [5]. Круговая поляризация однородных волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах может быть также в вырожденном случае, когда тензор χ превращается в изотропный $(\chi_{ik}=\chi_0\delta_{ik})$.

Согласно (6), (8), (15), при

$$b^2[\mathbf{nc}_1]^2[\mathbf{nc}_2]^2+(\mathbf{nG})^2=0 \tag{17}$$

исчезает двупреломление для изонормальных волн. Здесь могут быть два принципиально различных варианта. При $\mathbf{n}\|\mathbf{c}_i$, $i=1,\ 2$ и $\mathbf{nG}=0$ имеем волну произвольной поляризации. Такие направления, соответствующие линейному вектору $\mathbf{c}_i$ и волне произвольной поляризации, можно также назвать [2] изотропными осями.

Если $[\mathbf{nc}_i]\neq0$, но $[\mathbf{nc}_i]^2=\mathbf{nG}=0$, тогда получаем также одну циркулярно поляризованную волну, как и в негиротропном кристалле, а соответствующие направления в кристалле можно назвать круговыми осями [6]. Однако за счет гиротропии возможен еще один интересный случай. При выполнении условия

$$\mathbf{nG}=\pm ib\sqrt{[\mathbf{nc}_1]^2[\mathbf{nc}_2]^2}\neq0, \tag{18}$$

согласно (6), (8), (10), (15),

$$\gamma=\pm i,\ \ \mathbf{H}_+=\mp\mathbf{H}_-=\overset{0}{\mathbf{H}}_+\mp\overset{0}{\mathbf{H}}_-, \tag{19}$$

также исчезает двупреломление, но обе однородные волны вырождаются в одну, т. е. может возбуждаться лишь одна волна, но, вообще говоря, эллиптической поляризации с эллиптичностью, согласно (10), (13), равной

$$\gamma'=\pm\gamma_0. \tag{20}$$

Условие (18) особых направлений является конусом четвертого порядка и может при определенных соотношениях между параметрами кристалла иметь решения. При этом поскольку двумерная матрица тензора $\mathbf{n}^\times\varepsilon^{-1}\mathbf{n}^\times$ имеет всего один собственный вектор $\mathbf{H}$, то, естественно, не приводится к диагональному виду, что было отмечено в [7].

Следовательно, в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах возможно существование особых сингулярных направлений, которые могут быть названы эллиптическими осями. В зависимости от величины ζ эллиптичность такой волны может изменяться от единицы до нуля. При $\zeta=\pm1$ получаем круговую ось, а при $\zeta=0$ — линейную.

Отметим, что возможность существования эллиптических осей впервые была предсказана [8] в магнитных негиротропных кристаллах низших сингоний. Однако сингулярные направления, определяемые условием (18), возможны только в гиротропных $(\mathbf{G}\neq0)$ кристаллах. Существенным является то обстоятельство, что такие сингулярные направления (18), соответствующие одной волне определенной поляризации, возможны в отличие от негиротропных [2, 5, 6, 8] не только в двуосных, но и в одноосных $(\mathbf{c}_1=\mathbf{c}_2=\mathbf{c}$ — действительный вектор) кристаллах.

Поскольку в одноосных поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах тензор χ имеет собственный действительный вектор $\mathbf{c}$, сингулярные направления в нем, соответствующие линейной поляризации, будут не эллиптическими, а линейными осями. В качестве примера рассмотрим одноосный гиротропный кристалл, описываемый тензором вида $\varepsilon^{-1}=\chi_0+(\chi_e-\chi_0)\mathbf{c}\cdot\mathbf{c}+iG\mathbf{c}^\times$. Здесь $\chi_e-\chi_0=2b$ и конус особых направлений (18) имеет вид

$$\sin^2\theta/\cos\theta=2p,\ \ p=+G/i(\chi_e-\chi_0),\ \cos\theta=\mathbf{nc}. \tag{21}$$

Выделим действительные и мнимые части у величин G, χ_0, χ_e $(G=G'+iG'',$

$\chi_0=\chi_0'+i\chi_0''$, $\chi_e=\chi_e'+i\chi_e''$), тогда ограничение (18), накладываемое на параметры кристалла, принимает вид

$$G'/(\chi_0''-\chi_e'')=G''/(\chi_e'-\chi_0')=p, \qquad (22)$$

что может выполняться для некоторых поглощающих магнитоупорядоченных кристаллов при определенных длинах волн или при определенных температурах. В (22) параметры $(\chi_e'-\chi_0')$ и G' описывают линейное и циркулярное двупреломление, а параметры $(\chi_0''-\chi_e'')$ и G'' — соответственно линейный и циркулярный дихроизм.

Итак, для такого одноосного кристалла около оси z может существовать действительный круговой конус особых направлений (линейных осей) при действительном p:

$$\cos\theta=p\pm\sqrt{p^2+1}. \qquad (23)$$

При $p\lessgtr 0$ выбираем $(\pm)$ знак.

Можно полагать, что и в более сложных случаях в магнитоупорядоченных кристаллах существуют не отдельные направления, а целые конуса направлений, определяющих линейные или эллиптические оси.

Таким образом, в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах при определенных условиях возможно существование целых конусов сингулярных направлений, соответствующих возбуждаемой только одной однородной волне с фиксированной поляризацией. При этом в одноосных ($\mathbf{c}_1=\mathbf{c}_2=\mathbf{c}$ — линейный вектор) кристаллах могут быть изотропные и линейные оси, а в менее симметричных — изотропные, эллиптические, линейные и круговые оси.

Известно [5, 6], что вдоль круговых оптических осей, наряду с циркулярной, может возникнуть также и так называемая волна Фойгта, векторная амплитуда которой имеет вид $\mathbf{H}=(\mathbf{f}_1+\mathbf{f}_2\tau)e^{-i\tau}$, где $\tau=k\mathbf{mr}$, $k=\omega/c$, а $\mathbf{f}_1$ и $\mathbf{f}_2$ — некоторые постоянные векторы, и даже более сложная неоднородная волна следующего вида [5] $\mathbf{H}=(\mathbf{f}_1+\mathbf{f}_2\tau')e^{-i\tau}$, где $\tau'=k\mathbf{qr}$, $\mathbf{q}$ — нормаль к границе раздела сред при наклонном падении света на поглощающий кристалл.

В заключение отметим, что вдоль эллиптических или линейных сингулярных осей, как и вдоль круговых, могут распространяться неоднородные волны типа Фойгта.

Литература

1. Б. В. Бокуть, С. С. Гиргель. Кристаллография, 21, 264, 1976; там же, 21, 269, 1976.
2. Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд-во АН БССР, Минск, 1958.
3. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1973.
4. А. М. Гончаренко. Докл. АН БССР, 5, 545, 1961.
5. Ф. И. Федоров. Теория гиротропии. «Наука и техника», Минск, 1976.
6. W. Voigt. Gott. Nachr., 2, 269, 1902.
7. Л. М. Барковский. Кристаллография, 21, 448, 1976.
8. Л. М. Томильчик, Ф. И. Федоров. Оптика и спектроскопия, 4, 462, 1958; там же, 5, 601, 1958.

Гомельский государственный университет

Поступила в редакцию
13.IX.1978
С доработки
27.II.1979