

Э. З. АПШТЕЙН

**О РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ И ПОЯВЛЕНИИ
МАКСИМУМА ТЕМПЕРАТУРЫ ВНУТРИ СТЕКЛОВИДНОГО ТЕЛА
ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО ВНЕШНЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

(Представлено академиком Л. И. Седовым 13 IV 1972)

При разрушении стекловидных покрытий, обтекаемых горячими газами, существенную роль играет способность этих материалов пропускать излучение. Влияние прозрачности зависит от вида теплозащитного покрытия и будет разным для покрытий различных типов. В однородном стекловидном теле с большими коэффициентами поглощения (средний свободный пробег излучения $l_R \ll \delta_t$, где δ_t — толщина теплового пограничного слоя) излучение можно учесть в приближении лучистой теплопроводности. При этом внешний радиационный поток поглощается на поверхности (точнее, в узком слое вблизи поверхности) и прозрачность приводит лишь к возникновению дополнительных внутренних потоков тепла за счет излучения. То же самое будет и для сложных материалов, состоящих из прозрачного стеклянного наполнителя и непрозрачной органической связки. Перенос тепла в таких материалах осуществляется путем молекулярной теплопроводности в связке и стекле и путем лучистого переноса через стекло, а внешнее излучение поглощается на поверхности. В указанных случаях лучистые члены описываются конечными соотношениями, пользуясь которыми можно получить приближенное аналитическое решение уравнений жидкой пленки стекловидного тела (¹), что существенно упрощает расчет полной задачи о разрушении.

Могут быть случаи, когда пробег излучения внутри материала не мал. Такое положение может возникнуть либо в однородном материале с небольшими коэффициентами поглощения и рассеяния, либо в материале сложного состава, когда газификация органической связки происходит полностью в глубине материала при низкой температуре и в приповерхностном слое мы имеем фактически однородный материал. Тогда излучение описывается дифференциальными уравнениями, внешний поток проникает в тело, вся задача сильно усложняется и аналитическое решение в общем случае получить не удастся.

Рассмотрим все же один случай, когда это можно сделать. Будем считать, что излучение, проникающее в тело от ударного слоя, гораздо больше собственного излучения внутри материала покрытия. Реализация этого положения вполне возможна. Действительно, по данным (^{2, 3}), лучистые потоки к поверхности тела, входящего в атмосферу со скоростью выше второй космической, составляют несколько сот кал/(см²·сек). В то же время, как показывает оценка, значения собственных радиационных потоков могут быть на порядок меньше (⁴).

Система безразмерных уравнений, описывающих течение жидкой пленки в окрестности критической точки стекловидного тела с учетом радиации, выписана в работе (⁴). Там же обсуждаются упрощения, позволяющие отделить уравнения энергии и переноса излучения от уравнения движения и решить это последнее аналитически после получения профиля температуры. Приведем уравнения, которые получаются после пренебрежения

собственным радиационным потоком и некоторого преобразования указанной выше системы:

$$\begin{aligned}\varphi'' &= -(\tau_0 + \eta) \exp(-1/\theta), \\ \theta' &= h - (\theta - \theta_\tau)d, \quad h' = -\kappa j, \quad j' = -\kappa h.\end{aligned}\quad (1)$$

Граничные условия будут следующими:

$$\begin{aligned}\varphi'(\infty) &= 0, \quad \varphi(\infty) = d, \quad \theta(0) = \theta_0, \\ h(0) &= h_{yd}(1-r), \quad h(\infty) = 0.\end{aligned}\quad (2)$$

В (1), (2) φ — функция тока для жидкой пленки, θ — безразмерная температура, h — безразмерный поток, j — плотность лучистой энергии, $\kappa = V\Xi\kappa_A(\kappa_A + \kappa_S)$; κ_A, κ_S — безразмерные коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно, τ_0 — безразмерное трение на поверхности, η — координата, направленная в глубь тела, d — безразмерный полный унос, θ_0 — температура на поверхности тела, θ_τ — в глубине, h_{yd} — лучистый поток со стороны ударного слоя, r — эффективный коэффициент отражения. Выражения безразмерных величин через размерные переменные приводятся в (4).

Два последних уравнения системы (1) представляют собой уравнения лучистого переноса для поглощающей и рассеивающей, но не излучающей среды. Решением их с учетом (2) является

$$h = (1-r)h_{yd} \exp(-\kappa\eta). \quad (3)$$

Подставляя (3) в уравнение энергии (1) и решая его, получим при $\kappa \neq d$

$$\theta = \theta_\tau + (\theta_0 - \theta_\tau) \exp(-\eta d) + \quad (4)$$

$$+ [\exp(-\eta\kappa) - \exp(-\eta d)](1-r)h_{yd}/(d-\kappa);$$

при $\kappa = d$ имеем

$$\theta = \theta_\tau + [\theta_0 - \theta_\tau + \eta(1-r)h_{yd}] \exp(-\eta d). \quad (5)$$

Если аппроксимировать функцию θ в виде $1/\theta \approx 1/\theta_0 + m_1\eta + m_2\eta^2$, то уравнение движения жидкой пленки (1) можно проинтегрировать. Его решением с учетом граничных условий будет

$$\begin{aligned}d &= \alpha_1 + \{\exp(z^2)[1 - \Phi(z)](1 + 2z^2) - 2z/\sqrt{\pi} + \\ &+ 2\tau_0\sqrt{m_2}(i/\sqrt{\pi} - z \exp(z^2)[1 - \Phi(z)])\} \exp(-1/\theta_0)\sqrt{\pi}/4m^2, \quad (6) \\ \left(z = m_1/(2\sqrt{m_2}), \quad \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt\right);\end{aligned}$$

здесь α_1 — безразмерный унос в газовой фазе.

Решения (3)–(6) получены, вообще говоря, для однородного материала с безразмерной температурой на бесконечности, равной θ_τ . Для сложного материала, степень газификации связки в котором равна единице, решение сохранит свой вид, только вместо θ_τ в нем будет фигурировать величина $\theta_{\tau*}$, значение которой определится из граничного условия на фронте газификации.

Возможность появления максимума температуры внутри покрытия, выявленная в (4) лишь в результате обширных численных расчетов, для рассматриваемого случая просто следует из (4), (5). Нетрудно убедиться, что максимум температуры в разрушающемся теле будет при

$$(1-r)H_{yd} > \rho c \dot{s}(T_w - T_\tau); \quad (7)$$

в этом соотношении H_{yd} — поток лучистой энергии, приходящий к поверхности тела со стороны ударного слоя, r — эффективный коэффициент отражения, ρ — плотность материала, c — теплоемкость, $\dot{s}$ — скорость разру-

шения, T_w — температура на поверхности тела, T_r — температура в глубине.

Таким образом, уравнения жидкой пленки удалось проинтегрировать совместно с уравнениями переноса излучения до конца в частном случае поглощающего и рассеивающего, но не излучающего тела. Это позволяет решать задачу о разрушении столь же легко, как и для лучистой и эффективной теплопроводности.

Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
24 III 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Э. З. Апштейн, Инж.-физ. журн., **17**, № 1 (1969). ² В. В. Боголенов, Ю. Г. Елькин, В. Я. Нейланд, Мех. жидкости и газа, № 4 (1968). ³ В. П. Стулов, Е. Г. Шапиро, там же, № 1 (1970). ⁴ Э. З. Апштейн, Л. Г. Ефимова, там же, № 1 (1970).