

УДК 537.862; 537.872.31

## Излучение заряженной частицы, движущейся через плоскую периодическую структуру, образованную параллельными нитями

И.В. МОРОЗ, Е.А. ГУРНЕВИЧ

Теоретически рассмотрено излучение, возникающее при движении заряженной частицы через периодическую структуру, состоящую из двух плоских дифракционных решеток с разными периодами, образованных параллельными нитями. Получено аналитическое выражение для спектрально-углового распределения излучения. Показано, что угловое распределение излучения в случае наличия двух дифракционных решеток существенно более узкое по сравнению со случаем одной решетки. Кроме того, появляется возможность управлять интенсивностью излучения путем относительно параллельного сдвига решеток. Полученные результаты имеют большое значение для исследования и развития источников излучения, основанных на объемных лазерах на свободных электронах.

**Ключевые слова:** терагерцовое излучение, периодическая структура, лазеры на свободных электронах.

The radiation of a charged particle moving in a periodic structure is analyzed theoretically. The considered structure consists of two planar diffraction gratings with different periods which are formed by parallel conducting wires. The analytical expression for the spectral-angular distribution of radiation is obtained. It is shown that the angular distribution of radiation can be made narrower by using two gratings instead of one, and radiation intensity can be manipulated by parallel relative shift of gratings. The results obtained are of great importance for the research and development of high power radiation sources based on volume free-electron lasers.

**Keywords:** terahertz radiation, periodic wire structure, free-electron lasers.

**Введение.** В настоящее время во всем мире ведется интенсивная разработка новых мощных источников излучения, способных работать в широком спектральном диапазоне от микроволнового и терагерцового до оптического и рентгеновского, а также с возможностью перестройки частоты. Это обусловлено широкой областью применения такого излучения для исследовательских и практических целей: в биологии и химии, для неионизирующей диагностики и медицины, для космических исследований, для современных систем безопасности и высокоскоростной связи, для экологического мониторинга и др. [1], [2].

Разработка лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) является одним из перспективных направлений создания перестраиваемых и высокоэффективных источников излучения. Наряду с классическими схемами ЛСЭ (вигглер, ондулятор и др.) активно исследуются и разрабатываются и другие его реализации (строфотрон – ЛСЭ на колеблющихся в поперечно-неоднородном электростатическом поле электронах, флимагроны – ЛСЭ основанные на черенковском и переходном излучении частиц и др.). Отдельный интерес представляют т. н. объемные ЛСЭ (ОЛСЭ), впервые предложенные в [3]–[6]. Отличительной чертой ОЛСЭ является наличие объемной распределенной обратной связи, позволяющей уменьшить размер устройства и пороговые токи, необходимые для начала генерации. Впервые генерация излучения в такого типа устройствах была получена на экспериментальном прототипе «ОЛСЭ-10» [7], [8], разработанном в НИУ «Институт ядерных проблем» БГУ. Излучение генерировалось электронным пучком, проходящим вблизи одной дифракционной решетки (излучение Смита-Парселла), а другая дифракционная решетка использовалась для формирования распределенной обратной связи.

Для создания источников электромагнитного излучения может использоваться и используется не только индуцированное, но и спонтанное излучение. По этой причине и для общего понимания процессов, происходящих в ОЛСЭ, представляет интерес рассмотреть спонтанное излучение частицей в системе, подобной той, что описана в [7], [8]. В данной статье рассматривается один из возможных вариантов такой системы, представляющий собой две плоские дифракционные решетки, образованные параллельными нитями (рисунок 1). Физические принципы, лежащие в основе работы данной системы, аналогичны описанным в [7], [8], однако в рассматриваемом случае возможно точное аналитическое решение задачи о излучении, что расширяет возможности теоретического исследования и увеличивает его предсказательную силу. Также достоинствами такой системы являются возможность выхода излучения под углом к плоскости структуры и более высокие допустимые электрические поля (меньшее обострение поля на металлических элементах, и, соответственно, более низкая вероятность электрического пробоя).

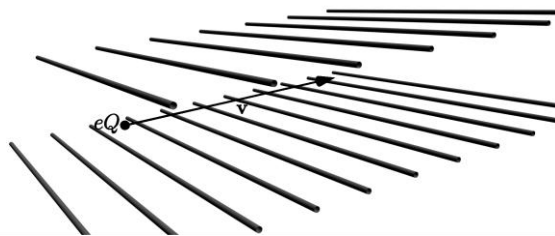


Рисунок 1 – Геометрия рассматриваемой задачи

**Спектрально-угловое распределение спонтанного излучения заряженной частицы, пролетающей через дифракционную решетку, образованную параллельными нитями.** Рассмотрим сначала излучение заряженной частицы, движущейся вблизи одной плоской решетки, образованной параллельными нитями (рисунок 2а). Предположим, что частица движется перпендикулярно осям проволочек ( $\mathbf{v} = (0, 0, v)$ ).

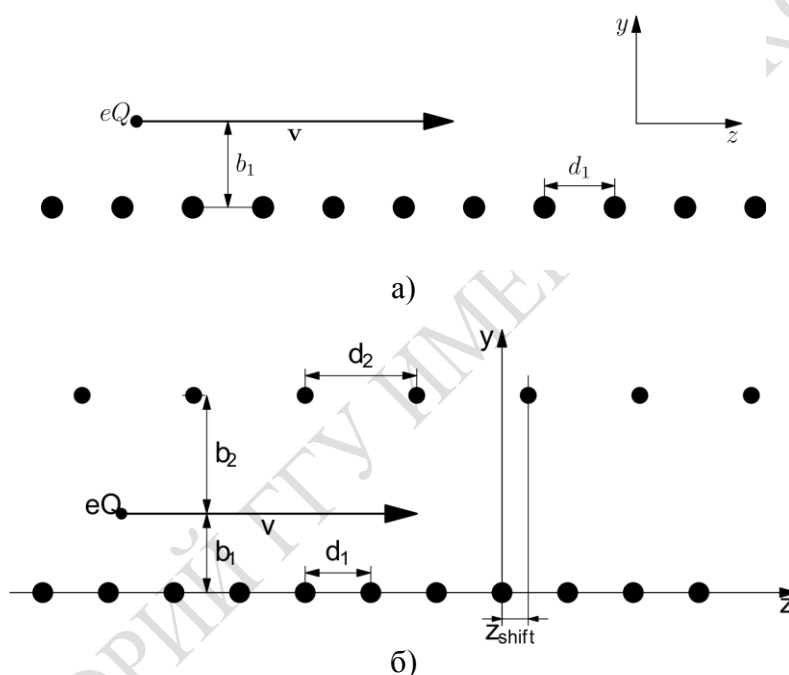


Рисунок 2 – Схематическое представление геометрии задачи для случая одной дифракционной решетки (а) и случая двух дифракционных решеток (б)

Для описания процесса излучения фотонов релятивистской частицей воспользуемся методом, описанным в [9]. Следуя ему, число фотонов, испускаемых частицей в элемент телесного угла  $d\Omega$  в интервале частот  $d\omega$ , определяется выражением

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 Q^2 \omega}{4\pi^2 \hbar c^3} \left| \int \mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}(t), \omega) \mathbf{v}(t) e^{i\omega t} dt \right|^2, \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота излучения,  $e$  – элементарный заряд,  $Q$  – заряд частицы,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света,  $\mathbf{k}$  – волновой вектор излученного фотона,  $\mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}(t), \omega)$  – решение однородных уравнений Максвелла, описывающее процесс рассеяния плоской волны единичной амплитуды с волновым вектором  $-\mathbf{k}$  на рассматриваемой решетке,  $\mathbf{r}(t)$  – траектория частицы,  $\mathbf{v}(t)$  – скорость частицы.

Для нахождения  $\mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}(t), \omega)$  в (1) необходимо решить задачу рассеяния плоской волны на исследуемой структуре. Ограничимся случаем изотропного рассеяния электромагнитной волны на отдельной нити. Так как в подынтегральном выражении стоит скалярное произведение электрического вектора на скорость частицы, а скорость частицы имеет только  $z$ -компоненту, то достаточно найти  $z$ -компоненту вектора  $\mathbf{E}$ . В соответствии с приведенным в [10] выражением,  $E_z$  будет иметь вид:

$$E_z = \frac{k_x k_z}{k_\rho k} e^{-ikr} + \pi F_0 \frac{k_x}{k} e^{-ik_x x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-ik_z n d_1} H_1(k_\rho \sqrt{(z - n d_1)^2 + b_1^2}) \frac{z - n d_1}{\sqrt{(z - n d_1)^2 + b_1^2}},$$

где  $k_\rho$  – компонента вектора  $\mathbf{k}$ , лежащая в плоскости  $yz$ ,  $\rho = (y, z)$ ,  $H_1$  – функция Ганкеля первого рода первого порядка,  $F_0$  – амплитуда рассеяния электромагнитной волны на отдельной нити (с учетом многократного перерассеяния на всех остальных нитях),  $b_1$  – прицельный параметр,  $d_1$  – период решетки. Так как решетка предполагается бесконечной, то амплитуда рассеяния  $F_0$  для всех проволок одинаковая, и в соответствии с [1] для амплитуды справедливо следующее уравнение:

$$F_0 = f_0 + i\pi f_0 F_0 \sum_{n \neq 0} e^{-ik_z n d_1} H_0(k_\rho |n| d_1),$$

где  $f_0$  – амплитуда рассеяния на одной нити (без учета перерассеяния). Аналитическое выражение для  $f_0$  при известных диэлектрической  $\varepsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостях нити можно найти в [11], [12], а метод нахождения суммы рассмотрен в [10]. После подстановки  $E_z$  в (1) получим:

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 Q^2}{\hbar c} |F_0|^2 \frac{k_x^2}{k_\rho^2} \frac{\omega}{\omega^2 - k_\rho^2 v^2} e^{-2\frac{b_1}{v} \sqrt{\omega^2 - k_\rho^2 v^2}} \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i n d_1 (k_z - \frac{\omega}{v})} \right|^2.$$

Сумму в этом выражении можно найти, рассмотрев сначала сумму с конечным числом слагаемых  $2N$ , а затем перейдя к пределу  $N \rightarrow \infty$ . Учитывая, что  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(N\alpha)}{N\alpha^2} \rightarrow \pi\delta(\alpha)$ , выражение для спектрально-углового распределения числа фотонов, испущенных частицей на единице длины пути, будет иметь следующий вид:

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 Q^2}{\hbar c} |F_0|^2 \frac{k_x^2}{k_\rho^2} \frac{\omega}{\omega^2 - k_\rho^2 v^2} e^{-2\frac{b_1}{v} \sqrt{\omega^2 - k_\rho^2 v^2}} \frac{2\pi}{d_1} \delta(d_1 (\frac{\omega}{v} - k_z) - 2\pi M), \quad (2)$$

где  $M$  – целое число. Из выражения (2) следует, что при заданной энергии частицы число испущенных фотонов экспоненциально убывает с увеличением прицельного параметра  $b_1$ . Фактически, число испускаемых фотонов пропорционально величине  $e^{\frac{-4\pi b_1}{\lambda\beta\gamma}}$ , как и для обычного излучения Смита-Парселла. Таким образом, для получения максимальной интенсивности излучения необходимо выполнение условия  $b_1 \ll \frac{4\pi}{\lambda\beta\gamma}$  (при фиксированной энергии частицы необходимо уменьшать прицельный параметр, либо при заданном  $b_1$  следует увеличивать энергию частицы).

Спектрально-угловое распределение спонтанного излучения заряженной частицы, пролетающей через две дифракционные решетки, образованные параллельными нитями. Рассмотрим теперь структуру, состоящую из двух параллельных решеток (рисунок 2б). Решетки могут быть сдвинуты друг относительно друга и иметь различный период. В этом случае при нахождении амплитуд необходимо учесть перерассеяние на каждой решетке, а в выражение для числа фотонов необходимо подставлять результирующее поле от двух решеток.

Для простоты предположим, что отношение периодов решеток есть рациональное число. Тогда с учетом перерассеяния система уравнений для нахождения амплитуд рассеяния для каждой решетки ( $F_{01}$  и  $F_{02}$ ) будет иметь вид:

$$\begin{cases} F_{01} = f_{01} + i\pi f_{01} (F_{01} \sum_{n \neq 0} e^{-ik_z n d_1} H_0(k_\rho |n| d_1) + \\ + F_{02} \sum_n e^{-i(k_y (b_1 + b_2) + k_z (z_{shift} + n d_2))} H_0(k_\rho \sqrt{(z_{shift} + n d_2)^2 + (b_1 + b_2)^2})); \\ F_{02} = f_{02} + i\pi f_{02} (F_{02} \sum_{n \neq 0} e^{-ik_z n d_2} H_0(k_\rho |n| d_2) + \\ + F_{01} \sum_n e^{i(k_y (b_1 + b_2) - k_z (n d_1 - z_{shift}))} H_0(k_\rho \sqrt{(n d_1 - z_{shift})^2 + (b_1 + b_2)^2})); \end{cases}$$

где индексы 1 и 2 обозначают отношение соответствующих величин к первой (нижней на рисунке 2б) или второй (верхней на рисунке 2б) решеткам,  $z_{shift}$  – смещение одной дифрак-

ционной решетки относительно другой (максимальная его величина равна меньшему из периодов). Аналогично первому случаю продольная компонента поля будет иметь вид:

$$E_z = \frac{k_x k_z}{k_\rho k} e^{-ikr} + \pi F_{01} \frac{k_x}{k} e^{-ik_x x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-ik_z nd_1} H_1(k_\rho \sqrt{(z-nd_1)^2 + b_1^2}) \times \\ \times \frac{z-nd_1}{\sqrt{(z-nd_1)^2 + b_1^2}} + \pi F_{02} \frac{k_x}{k} e^{-ik_x x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-ik_y(b_1+b_2)-ik_z(nd_2+z_{shift})} \times \\ \times H_1(k_\rho \sqrt{(z-nd_2-z_{shift})^2 + b_2^2}) \frac{z-nd_2-z_{shift}}{\sqrt{(z-nd_2-z_{shift})^2 + b_2^2}}$$

В результате выражение для спектрально-углового распределения примет вид:

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 Q^2 k_x^2}{\hbar c k_\rho^2 \omega^2 - k_\rho^2 v^2} \frac{\omega}{\omega^2 - k_\rho^2 v^2} \{ |F_{01}|^2 e^{-2\frac{b_1}{v} \sqrt{\omega^2 - k_\rho^2 v^2}} \frac{2\pi}{d_1} \delta(d_1(\frac{\omega}{v} - k_z) - 2\pi M_1) + \\ + |F_{02}|^2 e^{-2\frac{b_2}{v} \sqrt{\omega^2 - k_\rho^2 v^2}} \frac{2\pi}{d_2} \delta(d_2(\frac{\omega}{v} - k_z) - 2\pi M_2) + \\ + 2\text{Re}(F_{01} F_{02}^* e^{-ik_y(b_1+b_2)-iz_{shift}} (\frac{\omega}{v} - k_z)) \frac{2\pi}{d_2} \delta(d_1(\frac{\omega}{v} - k_z) - 2\pi M_3) \} \quad (3)$$

**Результаты и обсуждение.** Полученные выражения (2) и (3) позволяют рассчитать спектрально-угловое распределение и интенсивность излучения заряженной частицы, движущейся через одну или две дифракционные решетки, образованные параллельными нитями. Рассмотрим для примера генерацию излучения в терагерцовом диапазоне. Пусть в структуре, образованной идеально проводящими проволочками,  $d_1 = d_2 = 0,15$  мм,  $b_1 = b_2 = 0,2$  мм,  $Q = 1$  (электрон, позитрон),  $R = 15$  мкм – радиус нити,  $L = 0,1$  м – длина структуры,  $\gamma = 5$  – Лоренц-фактор частицы.

Угловое распределение излучения частицы на частоте, соответствующей максимуму интенсивности, представлено на рисунке 3а для случая одной дифракционной решетки (1,07 ТГц) и на рисунке 3б для случая двух решеток (1,02 ТГц). Здесь используется общепринятая сферическая система координат с полярным углом  $\theta$ , который отсчитывается от положительного направления оси  $z$ , и азимутальным углом  $\varphi$ , отсчитываемым от оси  $x$  (рисунки 2а и 2б). Для наглядности на рисунках 3в и 3г также приведены угловые распределения в системе координат, в которой ось  $z$  направлена в максимум интенсивности излучения.

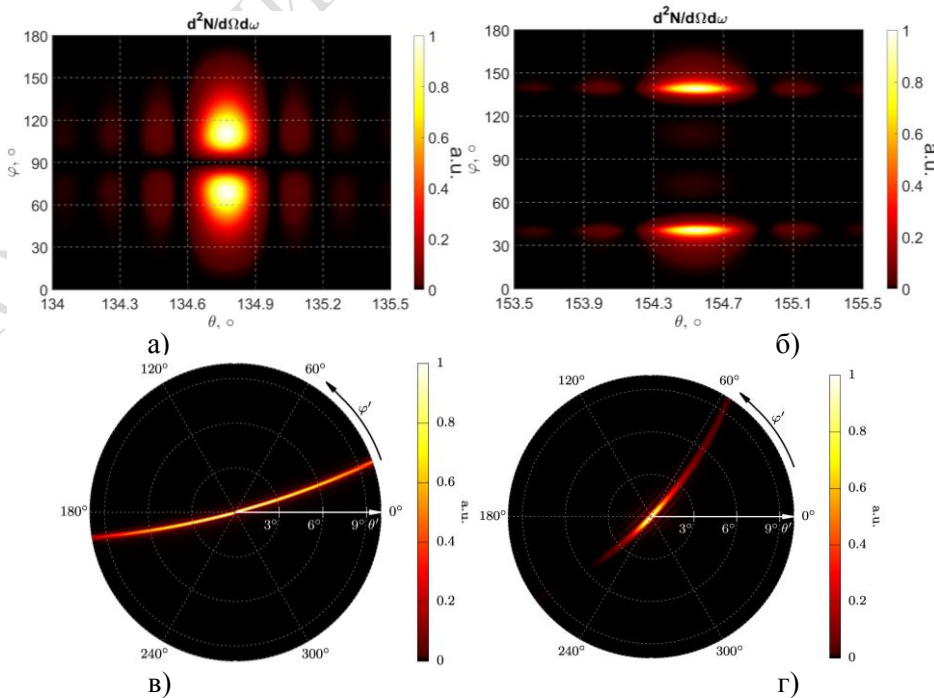


Рисунок 3 – Угловое распределение спонтанного излучения заряженной частицы для случаев одной дифракционной решетки (а, в) и двух дифракционных решеток (б, г)

Можно видеть, что в случае двух решеток излучение фотонов происходит более направленно. Схожее поведение наблюдается в этом случае и для спектрального распределения: спектр имеет более выраженный пик, интенсивность которого может быть существенно выше, чем для случая одной решетки (рисунок 4). Так, для одной решетки число фотонов, испущенных частицей (электрон, позитрон) в узком диапазоне частот (0,01 ТГц) вблизи максимума спектра на длине пути 10 см составляет  $N_{ph} = 3.6 \cdot 10^{-4}$ , в то время как для двух решеток это число равно  $N_{ph} = 8.1 \cdot 10^{-4}$ , что приблизительно в 2.2 раза выше.

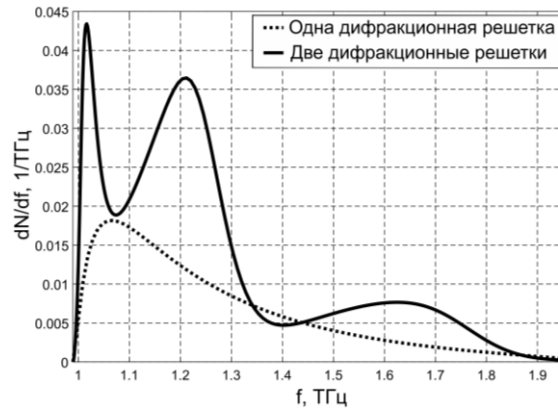


Рисунок 4 – Спектр спонтанного излучения заряженной частицы в рассматриваемых структурах

Отдельно обратим внимание на важное свойство системы из двух дифракционных решеток, позволяющее перераспределять излучение, испущенное в направлениях «вверх» и «вниз» (см. рисунок 5а). Для одной решетки отношение числа фотонов, испущенных «вверх», к числу фотонов, испущенных «вниз», в рассматриваемом приближении изотропно-го рассеяния, очевидно, равно единице. Такая же ситуация наблюдается и для случая двух одинаковых решеток при их несмещенном положении ( $z_{shift} = 0$ ). Однако параллельный сдвиг решеток приводит к перераспределению излучения, и, в результате, можно добиться того, что интенсивность излучения в одном из этих направлений будет в несколько раз выше интенсивности излучения в противоположном направлении (при фиксированной частоте). Рассчитанная зависимость отношения числа фотонов, испущенных «вверх», к числу фотонов, испущенных «вниз», от относительного сдвига решеток приведена на рисунке 5б.

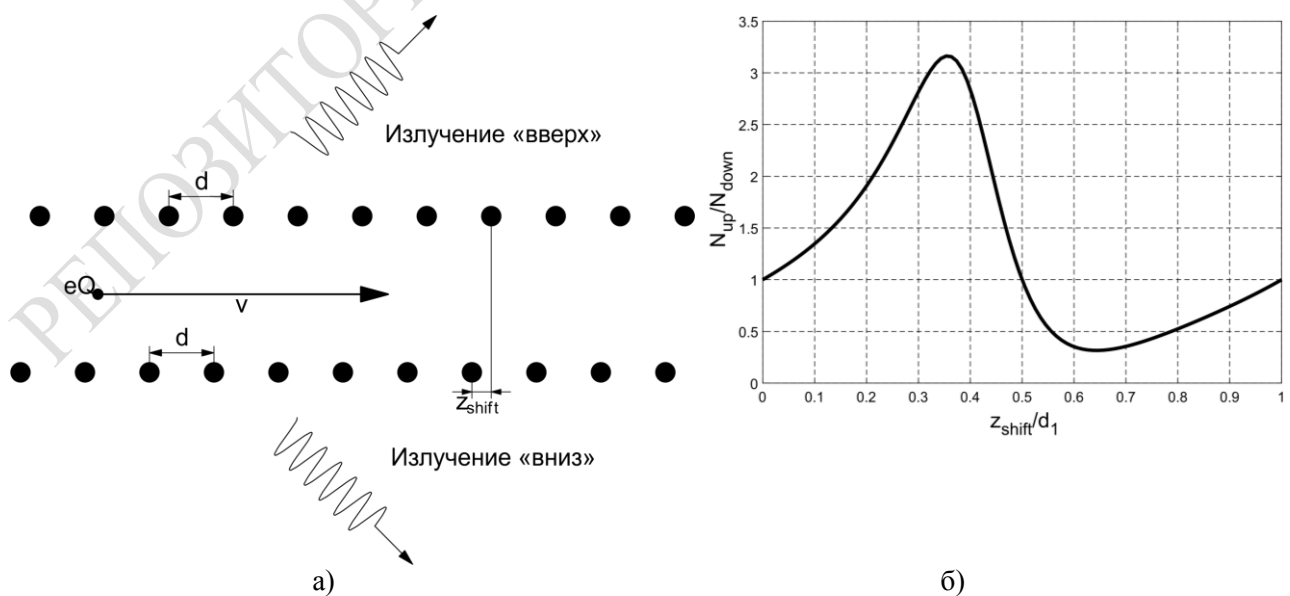


Рисунок 5 – а) Излучение в направлении «вверх» и «вниз» от решеток; б) Отношение числа фотонов испущенных «вверх» к числу фотонов испущенных «вниз» для рассматриваемой структуры из двух дифракционных решеток

**Заключение.** В данной работе рассмотрено спонтанное излучение, возникающее при движении релятивистских заряженных частиц через одну или две дифракционные решетки, образованные периодически расположенными нитями. Получены выражения для спектрально-углового распределения излучения в приближении изотропного рассеяния электромагнитной волны на отдельной нити. Показано, что структура, состоящая из двух решеток, позволяет получить более узкое угловое распределение излучения, а также обеспечивает существенно более эффективную генерацию фотонов по сравнению со случаем одной решетки. Для системы из двух решеток показана возможность управления интенсивностью излучения в различных направлениях («вверх» и «вниз» относительно плоскости решетки) за счет относительного сдвига решеток. Полученные результаты имеют важное значение для разработки мощных источников электромагнитного излучения, в частности, в терагерцовом диапазоне.

### Литература

1. Hafez, H.A. Intense terahertz radiation and their applications / H.A. Hafez, X. Chai, A. Irahim [et al.] // *Journal of Optics*. – 2016. – Vol. 18, № 9. – 093004 (48 pp.).
2. Lewis, R.A. A review of terahertz sources / R.A. Lewis // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2014. – Vol. 47, № 37. – 374001 (11 pp.).
3. Baryshevsky, V.G. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // *Physics Letters A*. – 1984. – Vol. 102, № 3. – P. 141–144.
4. Baryshevsky, V.G. Surface parametric radiation of charged particles / V.G. Baryshevsky // *Doklady Akademiy of Science USSR*. – 1988. – Vol. 299. – P. 6–9.
5. Baryshevsky, V.G. Parametric (quasi-Cerenkov) X-ray free electron lasers / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, I.Ya. Dubovskaya // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1991. – Vol. 24, № 8. – P. 1250.
6. Baryshevsky, V.G. Volume free electron lasers / V.G. Baryshevsky // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. – 2000. – Vol. 445, № 1–3. – P. 281–283.
7. Baryshevsky, V.G. First lasing of a volume FEL (VFEL) at a wavelength range 4~6mm / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, A.A. Gurinovich [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. – 2002. – Vol. 483, № 1–2. – P. 21–23.
8. Baryshevsky, V.G. Experimental observation of radiation frequency tuning in «OLSE-10» prototype of volume free electron laser / V.G. Baryshevsky, K.G. Batrakov, V.A. Evdokimov [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. – 2006. – Vol. 252, № 1. – P. 86–91.
9. Baryshevsky, V.G. Parametric x-ray radiation in crystals: theory, experiment and applications. / V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk, A.P. Ulyanenko // *Springer Science & Business Media*. – 2005. – Vol. 213. – P. 1–71.
10. Baryshevsky, V.G. Dynamical diffraction theory of waves in photonic crystals built from anisotropically scattering elements / V.G. Baryshevsky, E.A. Gurnevich // *Journal of Nanophotonics*. – 2012. – Vol. 6, № 1. – P. 061713.
11. Wait, J.R. Scattering of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence / J.R. Wait // *Canadian Journal of Physics*. – 1955. – Vol. 33, № 5. – P. 189–195.
12. Nikolsky, V.V. Electrodynamics and radio wave propagation / V.V. Nikolsky, T.B. Nikolskaya // *Textbook for universities*. – 1989. – 543 p.