Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Белорусский республиканский
фонд фундаментальных исследований

«ПРОБЛЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ»

III МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ, ПОСВЯЩЕННАЯ 85-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Б. В. БОКУТЯ

(Гомель, 9–11 ноября 2011 года)

МАТЕРИАЛЫ

В двух частях

Часть 1

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2011

УДК 535.1

«Проблемы взаимодействия излучения с веществом», III Международная научная конференция (2011; Гомель). III Международная научная конференция «Проблемы взаимодействия излучения с веществом», 9–11 ноября 2011 г. : посвященная 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя : [материалы] : в 2 ч. Ч. 1 / редкол. : А. В. Рогачев (гл. ред.) [и др.]. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – 172 с.

ISBN 978-985-439-583-8 (ч. 1)

ISBN 978-985-439-595-1

В сборнике помещены материалы докладов III Международной научной конференции, посвященной 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя, по следующим направлениям: нелинейная оптика, оптическая гиротропия, упругие волны, фотоакустика, акустооптика, электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация, физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий, инструменты и методы автоматизации научных исследований, моделирование систем и процессов, моделирование и обработка изображений, стратегия формирования образовательно-научной инфосреды.

Адресуется научным работникам, аспирантам, магистрантам, студентам.

ISBN 978-985-439-583-8 (ч. 1)
ISBN 978-985-439-595-1

Борис Васильевич Бокуть

(27.10.1926 – 15.03.1993)

III Международная научная конференция

ПРОБЛЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

(Посвящается 85-летию со дня рождения Б.В. Бокутя)

9–11 ноября 2011 г.

Гомель, Беларусь

Конференция посвящена 85-летию со дня рождения Б.В. Бокутя – выдающегося белорусского физика и организатора науки, академика АН БССР, ректора Гомельского государственного университета (1973–1989 годы), лауреата Государственной премии СССР, автора более 200 научных работ, в том числе 3 монографий и 20 изобретений. Конференция работала по направлениям, в развитие которых Б.В. Бокуть внес существенный вклад: нелинейная оптика, кристаллооптика, физика лазеров, теория электромагнетизма, лазерные технологии, акустооптика.

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

1. Борисевич Николай Александрович, академик (председатель)
2. Рогачев Александр Владимирович, член-корр. (зам. председателя)
3. Сердюков Анатолий Николаевич, член-корр. (зам. председателя)
4. Апанасевич Павел Андреевич, академик
5. Афанасьев Анатолий Александрович, член-корр.
6. Барковский Леонид Матвеевич, профессор
7. Белый Владимир Николаевич, профессор
8. Воропай Евгений Семенович, профессор
9. Гончаренко Андрей Маркович, академик
10. Достанко Анатолий Павлович, академик
11. Казак Николай Станиславович, академик
12. Константинова Алиса Федоровна, профессор (Россия)
13. Максименко Николай Васильевич, профессор
14. Мышкин Николай Константинович, академик
15. Орлович Валентин Антонович, академик
16. Плескачевский Юрий Михайлович, член-корр.
17. Редько Всеволод Петрович, член-корр.
18. Семченко Игорь Валентинович, профессор
19. Сихвола Ари, профессор (Финляндия)
20. Третьяков Сергей Анатольевич, профессор (Финляндия)
21. Хаткевич Анатолий Григорьевич, профессор

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

1. Демиденко Олег Михайлович,
   проректор по научной работе УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
   (председатель)
2. Хахомов Сергей Анатольевич,
   проректор по учебной работе УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
   (зам. председателя)
3. Никитюк Юрий Валерьевич,
   декан физического факультета УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
   (зам. председателя)
4. Дерюжкова Оксана Михайловна,
   заместитель декана физического факультета
   УО «ГГУ им. Ф. Скорины» по науке (ученый секретарь)
5. Коваленко Дмитрий Леонидович,
   заместитель декана физического факультета
   УО «ГГУ им. Ф. Скорины» (секретарь)
6. Бордусов Сергей Валентинович,
   профессор кафедры электронной техники и технологии УО «БГУИР»
7. Алешкевич Николай Александрович,

заведующий кафедрой оптики УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

8. Андреев Виктор Васильевич,
заведующий кафедрой теоретической физики
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
9. Левчук Виктор Дмитриевич,
заведующий кафедрой АСОИ УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
10. Мышковец Виктор Николаевич,
заведующий кафедрой радиофизики и электроники
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
11. Шершнев Евгений Борисович,
заведующий кафедрой общей физики УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

1. «Оптика и акустика кристаллов»

(нелинейная оптика, гиротропия в оптике и акустике кристаллов)

Председатели:

Сердюков Анатолий Николаевич, член-корр.

Шепелевич Василий Васильевич, профессор

2. «Теория фундаментальных взаимодействий»

(электрослабые свойства микрочастиц, электродинамические и адронные процессы взаимодействия, гравитация)

Председатели:

Тимошин Сергей Иванович, профессор

Максименко Николай Васильевич, профессор

3. «Новые материалы и технологии»

(физика лазеров и лазерные технологии, ионно-лучевые и плазменные технологии, формирование структуры и свойства покрытий)

Председатели:

Рогачев Александр Владимирович, член-корр.

Воропай Евгений Семенович, профессор

4. «Автоматизация научных исследований»

(инструменты и методы автоматизации научных исследований, моделирование систем и процессов, моделирование и обработка изображений, стратегия формирования образовательно-научной инфосреды)

Председатели:

Демиденко Олег Михайлович, профессор

Левчук Виктор Дмитриевич, доцент

ПОРЯДОК РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

9 ноября 2011 г.

9^{00}–13^{00} – регистрация участников
(ГГУ им. Ф. Скорины, ул. Советская, 102, корпус №5, фойе 1 этажа)

14^{00} – возложение цветов к мемориальной доске Б.В.Бокутя
(ГГУ им. Ф. Скорины, ул. Советская, 102, корпус №5)

14^{30}–17^{30} – открытие конференции, пленарное заседание
(ГГУ им. Ф. Скорины, ул. Советская, 108, корпус №1, актовый зал)

18^{00} – конференционный ужин (ул. Песина, 4)

10 ноября 2011 г.

9^{00}–12^{00} – работа секций

Секция «Оптика и акустика кристаллов»

Ауд. 2-24, корпус 5, ул. Советская, 102

Секция «Теория фундаментальных взаимодействий»

Зал заседаний ГГУ ауд. 1-20, корпус 4, ул. Советская, 104

Секция «Новые материалы и технологии»

Зал заседаний ГГУ (Читальный зал), корпус 4, ул. Советская, 104

Секция «Автоматизация научных исследований»

Ауд. 4-10, корпус 5, ул. Советская, 102

12^{20}–13^{00} – стендовые доклады
Выставочный зал, корпус № 4, ГГУ им. Ф. Скорины.

13^{00}–14^{00} – обеденный перерыв

14^{00}–15^{00} – работа секций

Секция «Оптика и акустика кристаллов»

Ауд. 2-24, корпус 5, ул. Советская, 102

Секция «Теория фундаментальных взаимодействий»

Зал заседаний ГГУ ауд. 1-20, корпус 4, ул. Советская, 104

Секция «Новые материалы и технологии»

Зал заседаний ГГУ (Читальный зал), корпус 4, ул. Советская, 104

Секция «Автоматизация научных исследований»
Ауд. 4-10, корпус 5, ул. Советская, 102

14^{00}–16^{00} – обсуждение результатов конференции

16^{00} – экскурсия в дворцово-парковый ансамбль Румянцевых и Паскевичей
(Сбор у корпуса № 5 ГГУ им. Ф. Скорины ул. Советская,102)

11 ноября 2011 г.

12^{00} –13^{00} – посещение лабораторий физического факультета
(ГГУ им. Ф. Скорины ул. Советская, 104, 102, корпуса № 4, № 5)

РЕГЛАМЕНТ

Доклады на пленарном заседании	—	до 20 минут
Доклады и сообщения на секциях	—	до 10 минут
Участие в дискуссиях	—	до 5 минут

WWW страница: http://gsu.by/Bokut2011/

ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ

1. **Рогачев А.В.**, ректор УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Открытие конференции.

2. **Казак Н.С.** ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси.

Бокуть Б.В. – человек, патриот, ученый.

3. **Орлович В.А.**, председатель Научного совета БРФФИ, директор Исполнительной дирекции, г. Минск.

Вынужденное комбинационное рассеяние в кристаллах: последние достижения и перспективы практического использования.

4. **Рогачев А.В.**, ректор УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Плазмохимический синтез, структура и свойства формируемых нанокомпозиционных слоев.

5. **Larsson M.** Stockholm University, Stockholm, Sweden.

Free electron laser research in molecular physics.

6. **Андреев В.В., Максименко Н.В.** УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Поляризуемость элементарных частиц в теоретикополевом подходе.

7. **Константинова А.Ф., Головина Т.Г., Евдищенко Е.А., Набатов Б.В., Константинов К.К.** Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН, Россия.

Поглощающие оптически активные кристаллы моноклинного класса 2.

8. **Сердюков А.Н.** УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Минимальная релятивистская теория гравитационного поля.

9. **Белый В.Н., Казак Н.С., Хило Н.А.** ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова».

Современные тенденции в развитии линейной и нелинейной оптики квазибездифракционных световых пучков.

10. **Семченко И.В., Хахомов С.А.** УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины».

Электромагнитные волны в искусственных и природных спирально-структурированных системах с оптимальными параметрами.

11. **Viarbitskaya S.A., Dujardin E., Girard C.** NanoSciences Group, CEMES/CNRS UPR 8011, 29 rue Jeanne Marvig, 31055 Toulouse Cedex 4, France.

Self-assembled nanoplasmonics.

СЕКЦИЯ «ОПТИКА И АКУСТИКА КРИСТАЛЛОВ»

Председатели – Сердюков А.Н., Шепелевич В.В.

К.И. Аршинов[1], В.В. Невдах[2], Н.Н. Лаврентьева[3], А.С. Дударёнок[3]

[1]Институт технической акустики НАН Беларуси, Витебск, Беларусь
[2]Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
[3]Институт оптики атмосферы им.В.Е. Зуева СО РАН, Томск, Россия

ВЛИЯНИЕ БУФЕРНЫХ ГАЗОВ НА ШИРИНУ ЛАЗЕРНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕХОДА $10^00\text{-}00^01$ МОЛЕКУЛЫ CO_2

Использование оптических методов диагностики атмосферы и нагретых газообразных продуктов сгорания топлив с целью определения концентрации молекул CO_2 и их температуры, расчет характеристик мощных технологических CO_2-лазеров требует знания значений спектроскопических параметров для соответствующих линий молекулы CO_2 и их температурных зависимостей [1]. В работах [2–4] представлены полученные многочисленные экспериментальные и теоретические данные по столкновительному уширению спектральных линий различных молекул и, в то же время, отмечается, что ряд задач, связанных с определением спектроскопических параметров для линий различных переходов молекулы CO_2, все ещё остаются нерешенными [4].

Для расчета столкновительных ширин линий поглощения молекулы CO_2 $\Delta\nu_L$ в газовой смеси CO_2:M при давлении P_Σ и температуре T обычно используют формулу

$$\Delta\nu_L = \gamma_{CO_2-CO_2}(\xi_{CO_2} + b_M\xi_M)P_\Sigma\sqrt{300/T}\,, \quad (1)$$

где $\gamma_{CO_2-CO_2}$ – столкновительная ширина линии за счет столкновений молекул CO_2 между собой при давлении 1 Тор и температуре 300 К, или коэффициент столкновительного самоуширения для молекулы CO_2; $b_M = \gamma_{CO_2-M}/\gamma_{CO_2-CO_2}$ – относительный коэффициент ударного уширения линии поглощения молекул CO_2 компонентой газовой смеси M; γ_{CO_2-M} – ударная ширина линии поглощения молекулы CO_2 за счет столкновений молекул CO_2 с молекулами или атомами M; ξ_{CO_2}, ξ_M – доли CO_2 и M в смеси. Хотя автор работы [5], предложивший формулу (1), проводил измерения ширины линии $P20$ перехода $10^00\text{-}00^01$ в чистом CO_2 и в бинарных смесях CO_2:N_2=1:1 и CO_2:He=1:1 методом оптоакустической спектроскопии только при одной температуре T = 298 K, принято считать, что полученные относительные коэффициенты ударного уширения $b_{N_2} = 0{,}73$ и $b_{He} = 0{,}64$ неизменны при любой температуре. Отсутствие температурных зависимостей у коэффициентов b_{N_2} и b_{He} противоречит существующим представлениям о механизмах ударного уширения спектральных линий (см., например, [2]).

Цель настоящей работы – определить относительные коэффициенты столкновительного уширения линий поглощения перехода $10^00\text{-}00^01$ молекулы CO_2 буферными газами He, N_2 и N_2O в диапазоне температур 300–700 K.

Методика основана на измерениях с помощью стабилизированного по частоте перестраиваемого CO_2-лазера коэффициентов поглощения (КП) на центральных частотах линий R-ветви перехода $10^00\text{-}00^01$ в чистом CO_2 и в бинарных смесях CO_2:He, CO_2:N_2 и CO_2:N_2O с соотношениями компонент $P_{CO_2} : P_M = 1 : Y$ при давлениях $P_C = P_\Sigma$ = = 100 Тор, обеспечивающих лоренцевские контуры линий поглощения. Значения относительных коэффициентов столкновительного уширения линий буферными газами b_M определялись из выражения

$$\alpha_{CO_2} / \alpha_{CO_2-M} = 1 + Yb_M . \tag{2}$$

Выбор линий R-ветви обусловлен тем, что при рассматриваемых в работе давлениях и температурах можно пренебречь вкладами в КП на их центральных частотах линий поглощения других, вышележащих переходов молекулы CO_2.

Экспериментальная установка для измерения КП в газах была организована по двухлучевой компенсационной схеме на линиях генерации стабилизированного по частоте CO_2-лазера, перестраиваемого по линиям основных лазерных переходов 00^01–$[10^00,02^00]_{I,II}$. Долговременная нестабильность частоты генерации лазера не превышала величины ±0,5 МГц относительно центральной частоты линии генерации, резонансной центральной частоте линии поглощения, позволяя, при реализуемых экспериментально ширинах линий поглощения, с высокой точностью считать, что измерения КП проводились на центральных частотах линий поглощения. Погрешность определения давления газа составляла Δp = ±0,5 Тор. Температура газа в измерительной кювете поддерживалась с точностью ΔT = ±0,4° (диапазон 293 K ≤ T ≤ 420 K) и ΔT = ±0,9° (диапазон 470 K ≤ T ≤ 700 K).

Характер температурных изменений коэффициентов b_{N_2} и b_{He} для линии поглощения 10R22 иллюстрирует рисунок 1. Видно, что до температуры ~ 550 K коэффициент b_{N_2} практически не меняется, что согласуется с результатами работы [6], а дальше наблюдается его явное увеличение. Для коэффициента b_{He} небольшая зависимость наблюдается и в интервале температур 300–550 K. Таким образом, измерения одно-значно показывают, что коэффициенты b_{N_2} и b_{He} являются функциями температуры, причем различными. Это означает, что широко используемая формула (1) при температурах T > 550 K оказывается некорректной. Для мощных технологических электроразрядных CO_2-лазеров, работающих в режиме быстрой прокачки, оптимальными оказываются активные среды, в которых содержание молекул CO_2 намного меньше, чем молекул N_2 и атомов He. Состав таких смесей CO_2:N_2:He ≈1:(5÷22):(5÷22). При получении максимальной мощности температура активной среды в таких лазерах достигает величин T = 600–700 K. Простые оценки показывают, что величины столкновительных ширин линий усиления таких CO_2-лазеров, полученные по формуле (1) и с использованием результатов настоящей работы, могут различаться больше чем на 100 %.

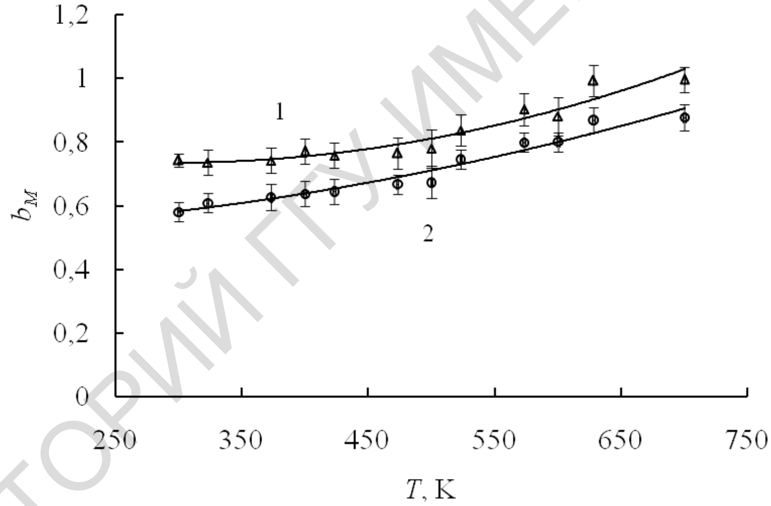


Рисунок 1 – Зависимости относительных коэффициентов столкновительного уширения линии поглощения 10R22 молекулы CO_2 молекулами N_2 (1) и атомами He (2) от температуры

На рисунке 2 представлены температурные коэффициенты b_{N_2O} для линий R10, R22 и R32 в диапазоне температур 300–700 K. Видно, что температурные зависимости относительных коэффициентов столкновительного уширения данных линий буферным газом N_2O $b_{N_2O}(J,T)$ с точностью до погрешности измерения можно считать одинаковыми и практически линейными. Можно предположить, что в исследованном диапазоне изменения вращательного квантового числа аналогичные температурные зависимости будут и для остальных линий, и они могут быть аппроксимированы следующей зависимостью от температуры

$$b_{N_2O}(J,T) = b_{N_2O}(J,T = 300K) + 7{,}25 * 10^{-4}(T - 300). \quad (3)$$

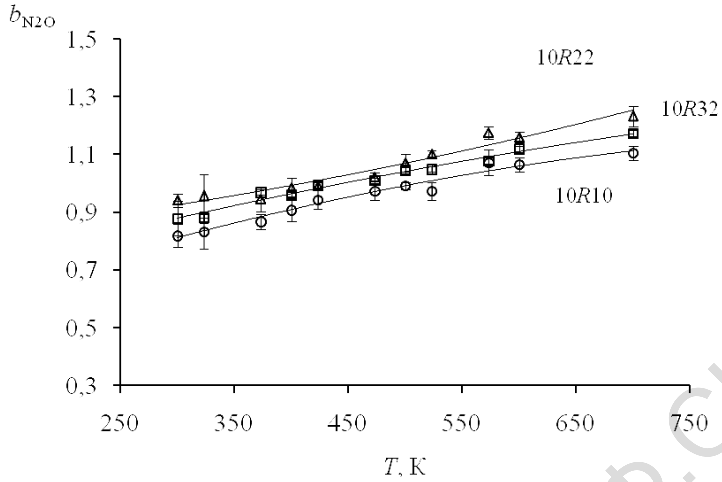


Рисунок 2 – Температурные зависимости относительных коэффициентов столкновительного уширения линий поглощения 10*R*10 (○), 10*R*22(Δ) и 10*R*32(□) молекулы CO_2 молекулами N_2O

Определенные с помощью выражения (2) по измеренным КП при температуре T = (300±0,3) К и давлении 100 Тор значения b_{N_2O} для линий с J = 8, 10, 16, 22, 26–38 представлены на рисунке 3. Из этого рисунка видно, что в исследованном диапазоне изменения вращательного квантового числа J = 8 – 38 величина коэффициента b_{N_2O} меняется слабо.

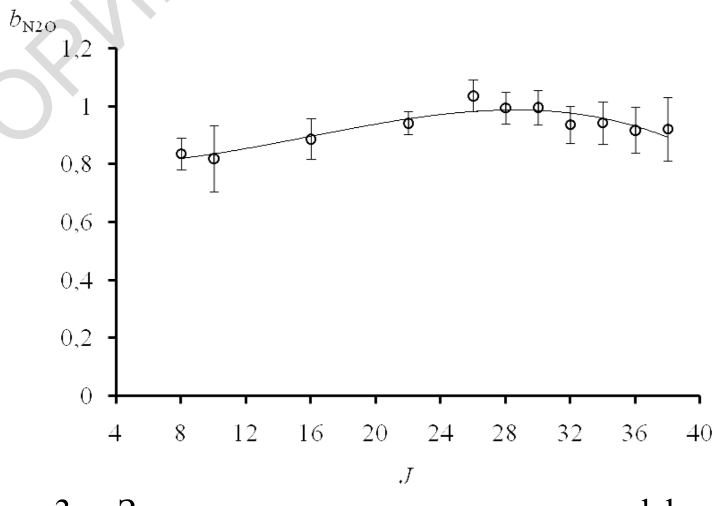


Рисунок 3 – Зависимость относительного коэффициента столкновительного уширения b_{N_2O} от вращательного квантового числа J для линий *R*-ветви перехода $10^00–00^01$ молекулы CO_2 при температуре T = (300±0,3)К

Также были проведены расчеты уширения линий CO_2 давлением N_2O с использованием полуэмпирической методики, включающей различные поправки, связанные с отклонением от приближения Андерсона-Тсао-Карнатта (АТС), и описанной в работе [7]. На рисунке 4 представлены рассчитанные ширины линий $\gamma_{CO_2-N_2O}$ в диапазоне изменения вращательного квантового числа J от 0 до 80 при среднем квадратичном отклонении 0,0045 см$^{-1}$/атм. Видно хорошее согласие рассчитанных и измеренных данных.

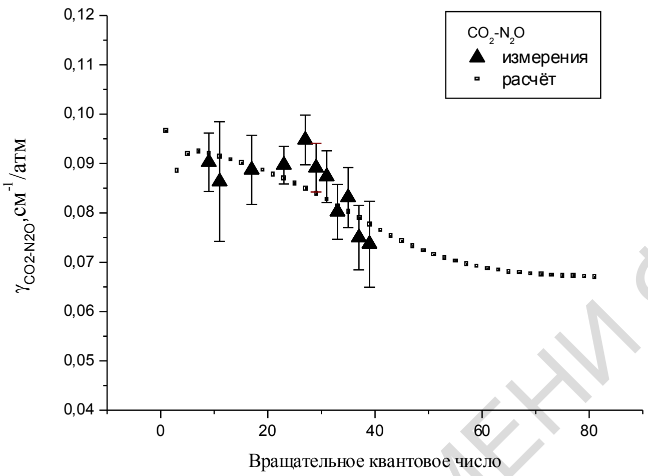


Рисунок 4 – Вычисленные и измеренные коэффициенты уширения линий CO_2 давлением N_2O

Таким образом, для линий поглощения *R*-ветви перехода $10^00–00^01$ молекулы CO_2 определены относительные коэффициенты ударного уширения b_{He}, b_{N_2} и b_{N_2O} буферными газами N_2, He и N_2O и их температурные зависимости. Установлено, что коэффициенты b_{He}, b_{N_2} и b_{N_2O} являются функциями температуры газа.

Литература

1. Диагностика неравновесных состояний в молекулярных лазерах / О.В.Ачасов, Н.Н. Кудрявцев, С.С. Новиков, Р.И. Солоухин, Н.А. Фомин. – Минск: Наука и техника, 1985. – 208 с.
2. Стариков, В.И. Столкновительное уширение спектральных линий поглощения молекул атмосферных газов / В.И. Стариков, Н.Н. Лаврентьева; под общей редакцией К.М. Фирсова. – Томск: Издательство Института оптики атмосферы СО РАН, 2006. – 308 с.
3. L.S. Rothman, D. Jacquemart, A. Barbe, et al // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2005. – Vol. 96. – P. 139–204.

4. Аршинов, К.И. Квантовая электроника / К.И. Аршинов, М.К. Аршинов, В.В. Невдах. – Москва: Мир, 2010. – Т. 40. – С. 629–633.
5. Abrams, R.L. / R.L. Abrams // Appl. Phys. Lett. – 1974. – Vol. 25. – P. 609–611.
6. Robinson, A.M. / A.M. Robinson, J.S. Weiss // Can. J. Phys. – 1982. – Vol.60. – P. 1656–1660.
7. A. Bykov, N. Lavrentieva, L. Sinitsa, N. Lavrentieva, L. Sinitsa // Mol. Phys. – 2004. – Vol. 102. – P. 1653–1658.

Р.М. Бурбело, Н.В. Исаев, А.Г. Кузьмич, В.В. Курылюк

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

ФОТОАКУСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕОДНОРОДНЫХ СУБМИКРОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР: ИМПУЛЬСНЫЙ РЕЖИМ ОБЛУЧЕНИЯ

Введение

Основой современной микро-, нано- и оптоэлектроники являются материалы у которых в соответствии с технологическими условиями изменены свойства поверхностного слоя. К таким структурам в первую очередь относятся полупроводниковые материалы с модифицированным приповерхностным слоем. Актуальными являются задачи развития методов неразрушающего контроля таких структур. Перспективными с этой точки являются методы, в основе которых лежит фотоакустическое (ФА) преобразование – формирование в образце полей упругих напряжений (деформаций) при его облучении нестационарным (модулированным) электромагнитным излучением. В классической ФА в качестве возбуждающего, используется периодически модулированное излучение с частотой модуляции $\omega = 2\pi/T$, T – период модуляции. Исследование приповерхностных слоев субмикронной толщины с помощью такого подхода связанно с техническими трудностями [1]. Перспективным, с этой точки зрения, является использование в качестве возбуждающего импульсного излучения с наносекундной длительностью импульса. При этом размер области локализации тепловой энергии сравним с толщиной модифицированного слоя.

Расчет температурных полей

Одним из основных механизмов формирования ФА сигнала в твердых телах при их облучении видимым светом является фототермический (ФТ) механизм – поглощенная энергия электромагнитного излучения переходит в тепловую.

Рассмотрим формирование температурных полей в неоднородной пластине при ее облучении импульсным лазерным излучением. Пластина имеет правильную геометрическую форму – прямоугольный параллелепипед, его толщина l_z, длина и ширина соответственно l_x и l_y. На пластине имеется область модификации (заштрихованная область на рисунке 1). Для упрощения анализа будем считать, что пластина имеет слоистую структуру, толщина модифицированного слоя l (рисунок 1). Выберем систему координат, как показано на рисунке 1.

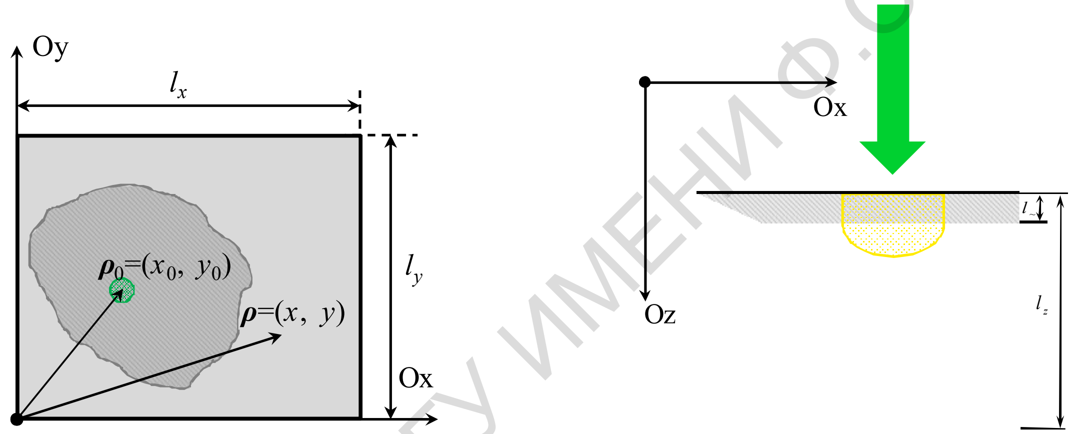


Рисунок 1 – Геометрия задачи

Для расчета полей пространственно-временного распределения температурных полей используем уравнение теплопроводности:

$$c\rho\frac{\partial T(\vec{r},t)}{\partial t}=\vec{\nabla}\left(K(\vec{r})\,\vec{\nabla}T(\vec{r},t)\right)+I_0\left(1-R\right)\alpha\exp(-\alpha z)g(t)f\left(\vec{\rho}\right), \qquad (1)$$

где c и ρ – теплоемкость и плотность среды соответственно; K – коэффициент теплопроводности; I_0 – интенсивность падающего излучения; R – коэффициент отражения от поверхности образца; α – коэффициент поглощения света в структуре; $g(t)$ – зависимость интенсивности от времени; $f(\rho)$ – распределение интенсивности в световом пучке.

Будем считать, что интенсивность распределена по закону Гаусса:

$$f(\vec{\rho})\sim\exp\left(\left(\vec{\rho}-\vec{\rho}_0\right)^2/b^2\right), \qquad (2)$$

b – радиус фокусировки луча, при этом он значительно меньше размера модифицированной область. Луч находиться или в модифицированной области, или в однородной области пластины, то есть вся энергия теплового возмущения аккумулируется в пределах одной из областей. В таком случае уравнения теплопроводности можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial T(\vec{r},t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(D(z)\frac{\partial T(\vec{r},t)}{\partial z}\right)+D(z)\frac{\partial^2 T(\vec{r},t)}{\partial x^2}+ \\ +D(z)\frac{\partial^2 T(\vec{r},t)}{\partial y^2}+\frac{I_0(1-R)\alpha}{c\rho}\cdot\exp(-\alpha z)\cdot g(t)\cdot f(\vec{\rho}), \tag{3}$$

где D – коэффициент температуропроводности.

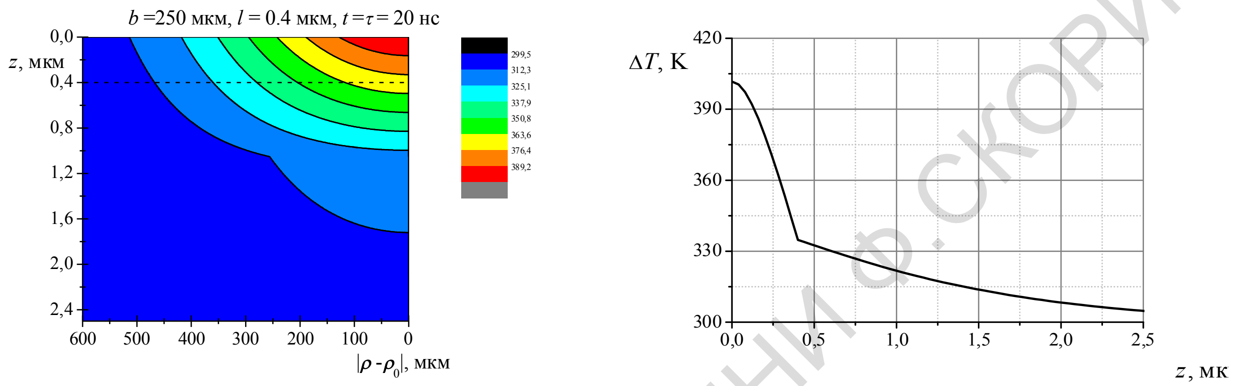


Рисунок 2 – Распределение температуры в области модификации (слева) и зависимость температуры от глубины в центре ($\vec{\rho}-\vec{\rho}_0=0$) области облучения (справа)

На рисунке 2 графически представлены результаты решения уравнения (3) методом сеток для модифицированной области. Видно, что распределение температуры вдоль оси Z при $\vec{\rho}-\vec{\rho}_0=0$, имеет такую же форму, как и для одномерного случая, проанализированного в [2], что позволяет считать, что температура в образце распределена за законом:

$$T(\vec{r},t)=T_{1D}(z,t)\cdot f(\vec{\rho}), \tag{4}$$

где $T_{1D}(z, t)$ одномерное распределение температуры вдоль оси Z в области модификации при тех же теплофизических параметрах и толщине слоя.

Расчет полей упругих смещений

Для расчета полей смещений используем уравнение термоупругости:

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=C_{ijkl}\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k\partial x_l}+\lambda_{ij}\frac{\partial T}{\partial x_j}, \tag{5}$$

где $\vec{u}$ – вектор упругих смещений, C_{ijkl} – модули упругих постоянных.

$$\lambda_{ij}=C_{ijkl}\alpha^T_{kl}, \tag{6}$$

где α_{kl}^{T} – матрица коэффициентов теплового расширения; для изотропного твердого тела (или кристалла с кубической решеткой) $\alpha_{kl}^{T} = \alpha_{T}\,\delta_{kl}$, α_{T} – коэффициент линейного расширения.

Уравнение (5) для кристалла с кубической решеткой в правильной системе координат можно переписать в виде:

$$\rho\ddot{\vec{u}} = \mu\Delta\vec{u} + (\lambda+\mu)\,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\vec{u}) - (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}\vec{\nabla}T\ , \qquad (7)$$

где λ и μ – параметры Ламе.

В этом уравнении термоупругая сила в образце

$$\vec{F} = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}\vec{\nabla}T = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\vec{e}_{z} + \vec{\nabla}_{\rho}T\right). \qquad (8)$$

Нормальную F_{z} и радиальную $\vec{F}_{\vec{\rho}}$ компоненты силы $\vec{F}$ можно представить в следующем виде:

$$F_{z} = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}\,\partial T/\partial z = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T} f(\vec{\rho})\,\partial T_{1D}/\partial z\,,$$

$$\vec{F}_{\vec{\rho}} = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}\vec{\nabla}_{\rho}T = (3\lambda+2\mu)\alpha_{T}T_{1D}\vec{\nabla}_{\vec{\rho}} f(\vec{\rho}),$$

если радиус светового пятна значительно больше характерной длины поглощения света ($b >> \alpha^{-1}$ в расчетах использовалось b = 250 мкм, α^{-1} = 0,2 мкм), то $F_{z} >> \left|\vec{F}_{\vec{\rho}}\right|$.

Рассмотрим смещение вдоль оси *Z*. В первом приближении в этом случае пренебрежем радиальными смещениями. Тогда уравнение (7) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial^{2}u_{z}}{\partial t^{2}} - \upsilon^{2}\frac{\partial^{2}u_{z}}{\partial z^{2}} = \frac{2\lambda+3\mu}{\rho}\frac{\partial T}{\partial z}, \qquad (9)$$

где $\upsilon^{2} = (\lambda+2\mu)/\rho$ – квадрат скорости звука. Это уравнение анализировалось детально в [3], и получено решение:

$$u_{1D} = \frac{2\lambda+3\mu}{\rho\,\upsilon}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} c_{nm}\frac{a_{n}}{a_{m}}\int_{0}^{t}\sin\big(\upsilon a_{m}(s-t)\big)\cdot b_{n}(s)ds \times \cos(a_{m}z) \qquad (10)$$

с соответственно введёнными там обозначениями.

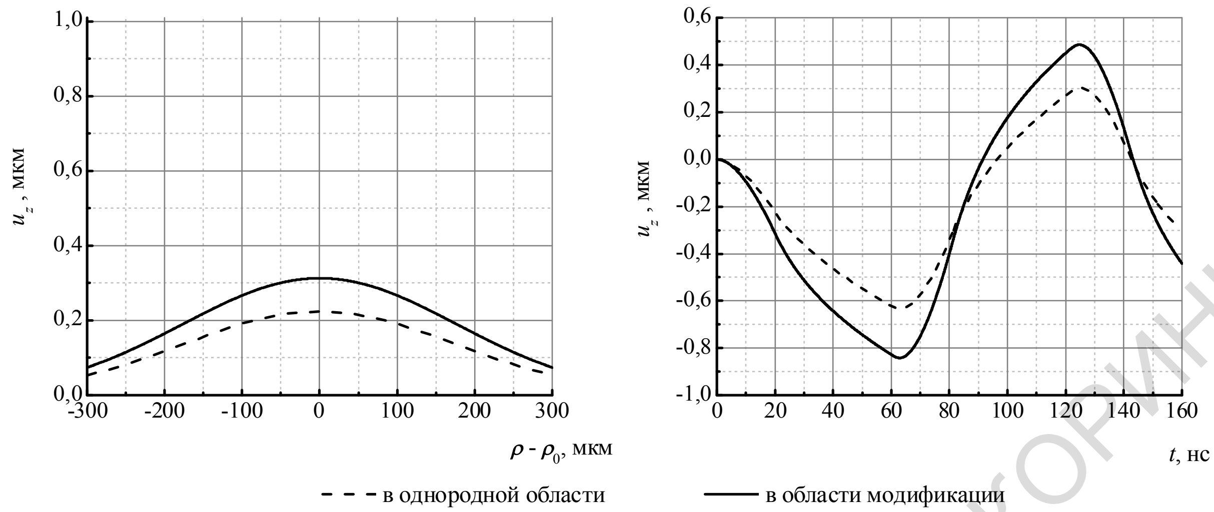


Рисунок 3 – Смещение поверхности в области модификации (сплошная линия) и в однородной области (пунктирная линия) структуры, зависимость смещений поверхности от времени в центре возбуждения ($\vec{\rho}-\vec{\rho}_0=0$)

Учитывая тот факт, что трехмерное распределение температуры при исследовании приповерхностных слоев субмикронной толщины при использовании импульсного излучения с наносекундной длительностью импульса ($\tau \sim 10$ нс) может быть представлено в виде (4) выражение (10), можно модифицировать:

$$u_z = \frac{2\lambda + 3\mu}{\rho \upsilon} f(\vec{\rho}) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_{nm} \frac{a_n}{a_m} \int_0^t \sin\left(\upsilon a_m \left(s-t\right)\right) \cdot b_n(s) ds \times \cos\left(a_m z\right). \qquad (11)$$

На рисунке 3 представлено смещение поверхности в конце действия импульса $t = \tau = 20$ нс и зависимость смещения поверхности от времени в центре области облучения ($\vec{\rho}-\vec{\rho}_0=0$) для однородной области и области модификации. Видно, что наличие модификации материала приводит к изменению формы ФА сигнала.

Экспериментально исследование смещений поверхности можно реализовать, используя интерференционную [4] или дефлекционную [5] методику регистрации фотоакустического сигнала.

Выводы

В работе представлены результаты численного моделирования процессов фототермического и фотоакустического преобразования в модельной неоднородной структуре. Рассмотрен случай сильного поглощения света. Показано, что ФА сигнал отличается при облучении однородной и неоднородной областей. Это дает возможность, используя данный подход исследовать неоднородные субмикронные полупроводниковые структуры.

Литература

1. Rosencwaig, A. Theory of the photoacoustic effect with solids / A. Rosencwaig, A. Gersho // J. Appl. Phys. – 1976. – Vol. 47. – № 1. – P. 64–69.

2. Бурбело, Р.М. Формирование температурных полей в легированных структурах на основе Si при лазерном облучении: импульсный режим / Р.М. Бурбело, Н.В. Исаев, А.Г. Кузьмич // Украинский физический журнал. – 2010. – Т. 55. – № 3. – С. 318–322.

3. Burbelo, R. Photo-thermal-acoustic analysis of heterogeneous semiconductor structures under a pulse laser irradiation / R. Burbelo, M. Isaiev, A. Kuzmich // Semiconductor physics, quantum electronics and optoelectronics. – 2011. – № 2. –P. 167–169.

4. Chen, L. New technique of photodisplacement imaging using one laser for both excitation and detection / L. Chen, K. Yang, S. Zhang // Appl. Phys. Lett. – 1987. – Vol. 50. – № 19. – P. 1349–1351.

5. Photothermal deflection spectroscopy and detection / W.B. Jackson, N.M. Amer, A.C. Boccara, D. Fournier // Appt. Opt. – 1981. – Vol. 20. – № 8. – P. 1333–1344.

А.А. Голубков, В.А. Макаров

Международный лазерный центр,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

K-СПЕКТРОСКОПИЯ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОДНОМЕРНО НЕОДНОРОДНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕД

Введение

Нахождение и контроль пространственных зависимостей компонент тензоров линейной и нелинейных оптических восприимчивостей одномерно неоднородных структур, в том числе многослойных систем, становится все более актуальной практической задачей [1, 2]. Для линейных сред существуют различные методы ее решения [1, 3–6]. Однако возможности использования разработанных методов по разным причинам сильно ограничены (из-за пренебрежения поглощением [3] или частотной дисперсией в широком диапазоне частот [4] или из-за использования простейших моделей такой дисперсии [5] и др.), либо они применимы только для слабо неоднородных сред [1, 6]. Методы, предлагавшиеся для нахождения профиля квадратичной оптической восприимчивости, либо требуют разрушения исследуемого образца [7], либо применимы только для не поглощающих сред с однородными линейными диэлектрическими свойствами [8, 9]. Иногда также используют различные априорные предположения о форме искомых профилей компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z)$ и из экспериментальных измерений находят лишь значения нескольких подгоночных параметров, которые дают наилучшее согласие с экспериментом [10]. Для нелинейных сред с кубической нелинейностью решение такого типа задач вообще только начинается [11].

1. K-спектроскопия линейной диэлектрической проницаемости одномерно неоднородной среды

В работах [12, 13] впервые была доказана возможность однозначного восстановления координатной зависимости всех компонент тензора линейной диэлектрической проницаемости поглощающей одномерно неоднородной пластинки, среда которой обладает любой симметрией (кроме классов 1, 2 и m). Восстановление осуществимо, в том числе и в области сильной частотной дисперсии среды, если в некотором диапазоне углов падения $p-$ и s-поляризованных плоских монохроматических волн известны их коэффициенты отражения от пластинки и прохождения через нее. В [12, 14] был предложен алгоритм восстановления компонент тензора диэлектрической проницаемости, основанный на поиске единственного нулевого минимума функционала специального вида. Эффективность его использования на примере восстановления нескольких однородных и неоднородных профилей в численном эксперименте была показана в [14]. В работе [15] предложенная в [12] методика была экспериментально реализована для восстановления спектральной зависимости линейной диэлектрической проницаемости однородной пластины в терагерцовом диапазоне частот.

2. Нахождение профиля кубической нелинейной восприимчивости

Результаты работы [12] были обобщены в [16, 17] на одномерно неоднородные среды с кубической нелинейностью. В [16] было показано, что если среда обладает плоскостью симметрии m_y, перепендикулярной ее поверхности, то пространственный профиль компоненты $\hat{\chi}^{(3)}_{yyyy}(z,\omega,-\omega,\omega,\omega)$ тензора кубической нелинейной восприимчивости может быть однозначно восстановлен. Такое восстановление можно провести по измеренным в некотором диапазоне углов падения амплитудным комплексным коэффициентам отражения, прохождения и преобразования s-поляризованной плоской сигнальной монохроматической волны в две новые волны, распространяющиеся по обе стороны от пластинки. Эти две волны возникают в результате нелинейного взаимодействия сигнальной волны с мощной плоской волной, нормально падающей на пластинку. Предложенный в [16] алгоритм восстановления $\hat{\chi}^{(3)}_{yyyy}(z,\omega,-\omega,\omega,\omega)$ основан на поиске единственного нулевого минимума специальным образом построенного функционала. Для сред, обладающих дополнительно осью симметрии 2_z, 4_z, 6_z или ∞_z, перпендикулярной поверхности пластинки, разработанным в [16] способом может быть восстановлен профиль и исследована частотная дисперсия около трети всех независимых комплексных компонент тензора $\hat{\chi}^{(3)}$. В [17] была доказана возможность и предложен алгоритм однозначного восстановления координатной зависимости компонент $\chi^{(3)}_{yyyy}(z,\omega_1;\omega_1,-\omega_3,\omega_3)$, $\chi^{(3)}_{yyyy}(z,\omega_2;\omega_2,-\omega_3,\omega_3)$, $\chi^{(3)}_{yyyy}(z,2\omega_3-\omega_1;-\omega_1,\omega_3,\omega_3)$ и $\chi^{(3)}_{yyyy}(z,2\omega_3-\omega_2;-\omega_2,\omega_3,\omega_3)$ комплексных тензоров $\hat{\chi}^{(3)}(z,\omega';\omega',-\omega,\omega)$ и $\hat{\chi}^{(3)}(z,2\omega-\omega';-\omega',\omega,\omega)$, описывающих четырехфотонное взаимодействие световых волн в одномерно неоднородной пластинке, среда которой обладает плоскостью симметрии m_y, перпендикулярной ее поверхности. Для сред, обладающих дополнительно осью симметрии 2_z, 4_z, 6_z или ∞_z предложенным в [17] способом может быть восстановлено около пятой части всех независимых компонент указанных выше тензоров.

3. K-спектроскопия квадратичной нелинейности

В докладе предложено два метода однозначного восстановления профилей компонент комплексных тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1\pm\omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$ квадратичной восприимчивости среды, линейные свойства которой описываются диагональным тензором $\hat{\varepsilon}(z,\omega)$, произвольно зависящим от координаты z и частоты. Они включают дополнительные измерения интенсивности волн разностной или суммарной частоты, генерируемых в специальных условиях с использованием исследуемой и эталонной пластин, что позволяет обойтись без сложных фазовых измерений. Оба метода основаны на решении интегральных уравнений Фредгольма первого рода с известной правой частью.

Первый метод использует неколлинеарное взаимодействие волны с частотой ω_1, нормально падающей на плоскопараллельную пластинку, и волны с частотой ω_2, падающей на нее под некоторым углом α. Для однозначного восстановления компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1+\omega_2;\omega_1,\omega_2)$ необходимо в некотором диапазоне углов падения волны с частотой ω_2 измерить комплексную амплитуду отраженной от пластинки волны суммарной частоты. Аналогично можно однозначно восстановить и профили компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1-\omega_2;\omega_1,-\omega_2)$, описывающего генерацию разностной частоты. Меняя плоскости падения волн основного излучения и (или) их поляризацию можно однозначно восстановить координатные зависимости всех компонент (кроме $\chi_{zzz}^{(2)}$) комплексных тензоров квадратичной восприимчивости $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1\pm\omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$.

Однако первый метод малоэффективен при нахождении профилей компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1-\omega_2;\omega_1,-\omega_2)$, если $|\omega_1-\omega_2|<<\omega_2$. В этом случае волна разностной частоты распространяется от пластинки в виде однородной волны только если $\omega_2\sin\alpha\le|\omega_1-\omega_2|$, т.е. только при малых α. Из-за малости диапазона углов падения, при которых возможно измерять амплитуду отраженной волны разностной частоты, практически нереально обеспечить разумную точность восстановления профиля квадратичной восприимчивости. С другой стороны, именно такое соотношение частот возникает во многих практически важных приложениях, например, при генерации террагерцовых волн методами нелинейной оптики.

В этом случае эффективнее использовать второй метод нахождения координатной зависимости различных компонент (в том числе и компоненты $\chi_{zzz}^{(2)}$) комплексных тензоров квадратичной восприимчивости. В нем используется одна бигармоническая волна основного излучения (образованная двумя коллинеарно распространяющимися волнами с частотами ω_1 и ω_2), падающая под углом α на плоскопараллельную пластинку. В такой схеме угол отражения или прохождения через пластинку волны разностной (и суммарной) частоты всегда равен α. Для реализации этого метода достаточно в некотором диапазоне углов падения α измерить комплексную амплитуду отраженной от пластинки волны разностной (суммарной) частоты. Меняя плоскость падения бигармонической волны и (или) поляризацию образующих ее монохроматических волн, можно восстанавливать профили различных компонент тензора квадратичной нелинейной восприимчивости при любом соотношении частот ω_1 и ω_2. Второй метод позволяет в средах, симметрия которых $mm2$, $3m$, $4mm$, $6mm$ или ∞m восстанавливать профили всех компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1 \pm \omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$. В средах с симметрией 3, 4, 6 или ∞ можно найти координатные зависимости всех независимых компонент этих тензоров, кроме компонент $\chi^{(2)}_{zxy}(z)$, $\chi^{(2)}_{xzy}(z)$ и $\chi^{(2)}_{xyz}(z)$. Заметим, что эти три компоненты можно восстановить первым методом. С другой стороны, последний не позволяет восстанавливать профиль компоненты $\chi^{(2)}_{zzz}(z)$ в кристаллах всех классов и предельных групп симметрии, т.е. предложенные методы взаимно дополняют друг друга. Их совместное использование позволяет находить все компоненты тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1+\omega_2;\omega_1,\omega_2)$ в одномерно неоднородных средах, имеющих любую симметрию, кроме классов 1, 2 и m. Аналогичное утверждение справедливо для тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1-\omega_2;\omega_1,-\omega_2)$, если $|\omega_1-\omega_2|$ сравнима с ω_2. Меняя частоты ω_1 и (или) ω_2, можно находить профили компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1 \pm \omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$ на разных частотах, и, следовательно, исследовать частотную дисперсию квадратичной восприимчивости различных частей среды, что можно использовать для неразрушающего контроля внутренней структуры различных устройств.

Заключение

Таким образом, в последние годы достигнут значительный прогресс в области спектроскопии одномерно неоднородных линейных и нелинейных сред, свидетельствующий о принципиальной возможности однозначного определения по данным эксперимента координатных зависимостей компонент комплексных тензоров оптических восприимчивостей таких сред. Предложенные в докладе методы однозначного восстановления профиля компонент тензора квадратичной нелинейности $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1 \pm \omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$ применимы для среды с произвольной частотной дисперсией, если существует система координат, в которой тензор ее линейной диэлектрической проницаемости является диагональным. Они включают три серии измерений интенсивности волн на суммарной (разностной) частоте, генерируемых в специальных условиях с использованием исследуемой и дополнительной эталонной пластин, что позволяет обойтись без сложных фазовых измерений. Меняя частоты ω_1 и (или) ω_2 падающих волн, можно восстанавливать профили компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1 \pm \omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$ при различных значениях частотных аргументов, и, следовательно, исследовать частотную дисперсию квадратичной восприимчивости различных частей среды. Последнее, в частности, может быть использовано для задач неразрушающего контроля внутренней структуры различных устройств.

Литература

1. Power, J.F. / J.F. Power // Review of scientific instruments. – 2002. – Vol. 73. – P. 4057.

2. Голенищев-Кутузов, А.В. / А.В. Голенищев-Кутузов, В.А. Голенищев-Кутузов, Р.И. Калимуллин // УФН. – 2000. – Т. 170. – С. 697.

3. Roger, A. / A. Roger, D. Maystre, M. Cadilhac // J. Optics P. – 1978. – Vol. 9. – P. 83.

4. Khruslov, E.Ya. / E.Ya. Khruslov, D.G. Shepelsky // Inverse Problems. – 1994. – Vol. 10. – P. 1 .

5. Boutet de Monvel / A. Shepelsky // D. Inverse Problems. – 2002. – Vol. 18. – P.1377.

6. Xia, J. / J. Xia, A.K. Jordan, J.A. Kong // J. Opt. Soc. Am. A. – 1994. – Vol.11. – P.1081.

7. Kudlinski, A. / A. Kudlinski, G. Martinelli, Y. Quiquempois // J. Applied Physics. – 2008. – Vol.103. – P. 063109.

8. Johansen, S.K / S.K. Johansen and P. Baldi // J. Opt. Soc. Am. B. – 2004. – Vol. 21. – P. 1137.

9. Ozcan, A. / A. Ozcan, M.J.F. Digonnet, G.S. Kino // J. Applied Physics. – 2005. – Vol. 97. – P. 013502.

10. Treanton, V. / V. Treanton, N. Godbout, S. Lacroix // J. Opt. Soc. Am. B. – 2004. – Vol. 21. – P. 2213.

11. Serov, V.S. / V.S. Serov // J. Phys. A: Math. Theor. – 2009. – Vol. 42. – P.332002.

12. Голубков, А.А. / А.А. Голубков, В.А. Макаров // Вестн. Моск. ун-та. Физ. и астрон. – 2009. – № 6. – С. 67.

13. Голубков, А.А. / А.А. Голубков, В.А. Макаров // Вестн. Моск. ун-та. Физ. и астрон. – 2011. – № 3. – С. 32.

14. Голубков, А.А. / А.А. Голубков, В.А. Макаров // Оптика и спектроскопия. – 2010. – Т. 108. – С. 849.

15. Ангелуц, А.А. / А.А. Ангелуц, А.А Голубков, В.А. Макаров, А.П. Шкуринов // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – Т. 93. – С. 209.

16. Голубков, А.А. / А.А. Голубков, В.А. Макаров // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 40. – С. 1045 .

17. Голубков, А.А. / А.А. Голубков, В.А. Макаров // Квантовая электроника. – 2010. – Т. 41. – С. 534.

Е.А. Горбач, В.В. Шепелевич

УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

ЗАВИСИМОСТЬ ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГОЛОГРАММ, ЗАПИСАННЫХ В КУБИЧЕСКИХ ГИРОТРОПНЫХ ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ, ОТ УГЛА БРЭГГА И ТОЛЩИНЫ КРИСТАЛЛА

Предположим, что в кубическом фоторефрактивном гиротропном кристалле среза $(\bar{1}\,\bar{1}\,0)$ записана пропускающая ненаклонная голографическая решетка.

Исследуем зависимость дифракционной эффективности этой голографической решетки от угла Брэгга и толщины кубического фоторефрактивного гиротропного кристалла BSO среза $(\bar{1}\,\bar{1}\,0)$, полагая, что оптическая активность учитывается и при записи, и при считывании.

В этом случае уравнения связанных волн могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\frac{dR_\perp}{dz} &= \alpha_\varphi R_{||} + ie^{-i\delta}\kappa_1 S_\perp + ie^{-i\delta}\kappa_2 S_{||},\\
\frac{dR_{||}}{dz} &= -\alpha_\varphi R_\perp + ie^{-i\delta}\kappa_2 S_\perp + ie^{-i\delta}\kappa_3 S_{||},\\
\frac{dS_\perp}{dz} &= ie^{i\delta}\kappa_1 R_\perp + ie^{i\delta}\kappa_2 R_{||} + \alpha_\varphi S_{||},\\
\frac{dS_{||}}{dz} &= ie^{i\delta}\kappa_2 R_\perp + ie^{i\delta}\kappa_3 R_{||} - \alpha_\varphi S_\perp,
\end{aligned} \qquad (1)$$

где $R_\perp$, $R_{||}$, $S_\perp$, $S_{||}$ – комплексные проекции векторных амплитуд опорной R и предметной S световых волн, распространяющихся внутри гиротропного слоя, на направление, перпендикулярное плоскости падения ($\perp$), и на направления векторов $\vec{e}_R$ и $\vec{e}_S$, лежащих в плоскости падения (‖); $\alpha_\varphi = \dfrac{\alpha}{\cos\varphi_0}$, α – удельное вращение плоскости поляризации, φ_0 – угол Брэгга; $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ – коэффициенты [1], зависящие от электрического поля пространственных зарядов (E_{sc}), угла Брэгга (φ_0), значения фотоупругих постоянных (p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{44}), коэффициентов упругости (c_{11}, c_{12}, c_{44}), электрооптического коэффициента (r_{41}), пьезоэлектрического коэффициента (e_{14}), показателя преломления кристалла (n), а также удельного вращения плоскости поляризации (α). В случае диффузионного режима взаимодействия световых волн с фоторефрактивным кристаллом ($E_0 = 0$) амплитуда электрического поля пространственных зарядов имеет вид [2]

$$E_{sc} = m\frac{E_D E_q}{E_D + E_q}$$

где $E_D = \dfrac{k_B T K}{e}$, $E_q = \dfrac{eN_A}{\varepsilon_0 \varepsilon_S K}$, $K = \dfrac{2\pi}{\Lambda}$, $\Lambda = \dfrac{\lambda}{2\sin\varphi_0}$, $m = \dfrac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_0} f(z)$, I_1 и I_2 – интенсивности интерферирующих световых волн, $I_0 = I_1 + I_2$, f(z) – модулирующая функция.

Модулирующую функцию для произвольной поляризации опорной и предметной волн можно представить в виде [3]

$$f(z) = \sqrt{\left[(B + A)\cos u + (D + C)\cos v\right]^2 + \left[(B - A)\sin u + (D - C)\sin v\right]^2}\,, \quad (2)$$

где $A = \dfrac{(\tau_R + 1)(\tau_S + 1)}{a}\cos^2\dfrac{\varphi_R - \varphi_S}{2}$, $B = \dfrac{(\tau_R - 1)(\tau_S - 1)}{a}\cos^2\dfrac{\varphi_R - \varphi_S}{2}$,

$C = \dfrac{(\tau_R + 1)(\tau_S - 1)}{a}\sin^2\dfrac{\varphi_R - \varphi_S}{2}$, $D = \dfrac{(\tau_R - 1)(\tau_S + 1)}{a}\sin^2\dfrac{\varphi_R - \varphi_S}{2}$,

$a = 2\sqrt{(1 + \tau_R^2)(1 + \tau_S^2)}$, $u = \left(\dfrac{1}{\cos\varphi_R} - \dfrac{1}{\cos\varphi_S}\right)\alpha_\varphi d - (\psi_R - \psi_S)$,

$v = \left(\dfrac{1}{\cos\varphi_R} + \dfrac{1}{\cos\varphi_S}\right)\alpha_\varphi d - (\psi_R + \psi_S)$, τ_R, τ_S – эллиптичности опорной и предметной волн, ψ_R, ψ_S – азимуты поляризации этих волн, φ_R, φ_S – углы, образованные волновыми векторами опорной и предметной волн с нормалью к границе раздела двух сред, направленной внутрь регистрирующей среды.

В случае, когда опорная и предметная волны линейно поляризованы в плоскости падения ($\psi_R = \psi_S = \psi_0 = 0$, $\varphi_R = -\varphi_S = \varphi_0$, $\tau_R = \tau_S = 0$), имеем $f(z)=\cos^2\varphi_0-\sin^2\varphi_0\cos\left(\dfrac{4\pi\alpha d}{\lambda\cos\varphi_0}\right)$ [4]. Если же опорная и предметная волны линейно поляризованы в плоскости, перпендикулярной плоскости падения ($\psi_R=\psi_S=\psi_0=90°$, $\varphi_R=-\varphi_S=\varphi_0$, $\tau_R=\tau_S=0$), $f(z)=\cos^2\varphi_0+\sin^2\varphi_0\cos\left(\dfrac{4\pi\alpha d}{\lambda\cos\varphi_0}\right)$.

Учтем коэффициенты Френеля для преломленной волны. Для границы воздух – кристалл коэффициенты Френеля имеют вид [5]

$$T_{\perp 1}=\frac{2\sin\varphi_1\cos\varphi_0}{\sin(\varphi_0+\varphi_1)},$$
$$T_{\parallel 1}=\frac{2\sin\varphi_1\cos\varphi_0}{\sin(\varphi_0+\varphi_1)\cos(\varphi_0-\varphi_1)}, \tag{3}$$
$$\varphi_1=\arcsin\left(\frac{\sin\varphi_0}{n}\right),$$

где φ_0 – угол падения, φ_1 – угол преломления, n – показатель преломления кубического фоторефрактивного гиротропного кристалла.

Для границы кристалл – воздух коэффициенты Френеля могут быть представлены следующим образом

$$T_{\perp 2}=\frac{2\sin\varphi_0\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_0)},\ T_{\parallel 2}=\frac{2\sin\varphi_0\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_0)\cos(\varphi_1-\varphi_0)}, \tag{4}$$

где φ_1 – угол падения, φ_0 – угол преломления.

В расчетах также учитывается влияние пьезоэлектрического эффекта на значение дифракционной эффективности.

Система дифференциальных уравнений (1) решалась методом Рунге-Кутты. Результаты решения с учетом формул Френеля (3) и (4) позволяют определить дифракционную эффективность голограммы $\eta=\dfrac{|S(d)|^2}{|R(0)|^2}$.

Исследуем зависимость дифракционной эффективности голограмм от угла Брэгга и толщины кубического фоторефрактивного гиротропного кристалла BSO среза ($\bar{1}\,\bar{1}\,0$), когда оптическая активность учитывается и при записи, и при считывании.

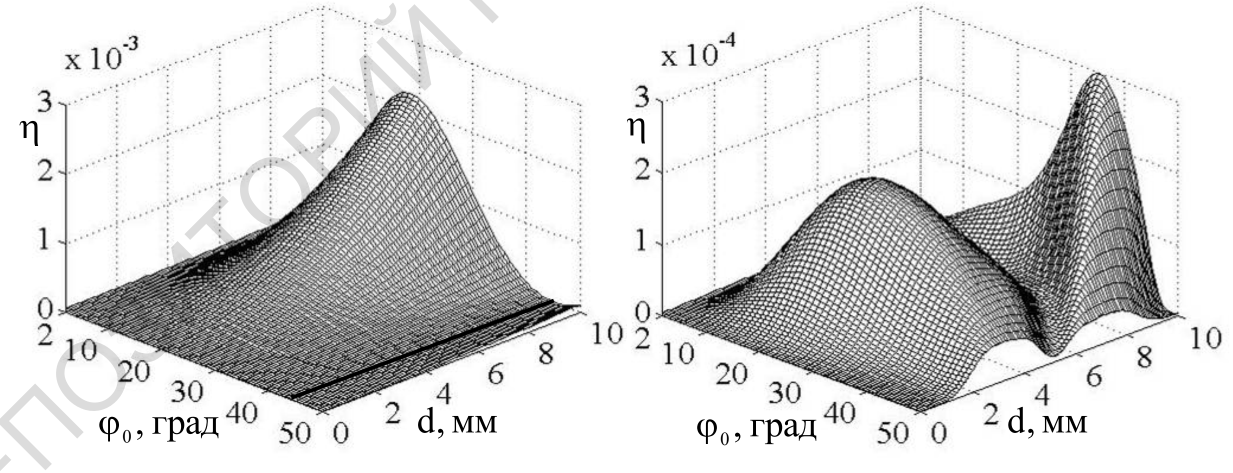
В расчетах используем следующие значения фотоупругих постоянных $p_{11}=-0{,}16$, $p_{12}=-0{,}13$, $p_{13}=-0{,}12$, $p_{44}=-0{,}015$, коэффициентов упру-гости $c_{11}=12{,}96\cdot10^{10}$ Н/м², $c_{12}=2{,}99\cdot10^{10}$ Н/м², $c_{44}=2{,}45\cdot10^{10}$ Н/м² [6], электрооптического коэффициента

$r_{41} = -5 \cdot 10^{-12}$ м/В, пьезоэлектри-ческого коэффициента $e_{14} = 1{,}12$ Кл/м^2 и показателя преломления кристалла $n = 2.54$, а также удельного вращения плоскости поляризации $\alpha = 0{,}38$ рад/мм. Концентрацию акцепторов N_A в кристалле BSO принимаем равной 10^{22}м $^{-3}$.

На рисунке 1 представлены поверхности зависимости дифракционной эффективности η от угла Брэгга φ_0 и толщины кристалла d в случае, когда опорная и предметная волны линейно поляризованы в плоскости падения $\psi_0 = 0^{\circ}$.

Из рисунка 1 видно, что учет оптической активности приводит к значительному изменению поверхности $\eta(\varphi_0, d)$. При угле Брэгга 45° в случае отсутствия оптической активности значение дифракционной эффективности равно нулю при любой толщине кристалла (прямая AB), а в случае учета оптической активности при записи и считывании наблюдается область толщин, для которых значение дифракционной эффективности значительно отличается от нуля.

На рисунке 2 представлены поверхности зависимости дифракционной эффективности η от угла Брэгга φ_0 и толщины кристалла d в случае, когда опорная и предметная волны линейно поляризованы в плоскости, перпендикулярной плоскости падения $\psi_0 = 90°$. При $\varphi_0 = \text{const}$ в случае отсутствия оптической активности кривые $\eta(d)$ монотонно возрастают, а при учете оптической активности наблюдаются два максимума.

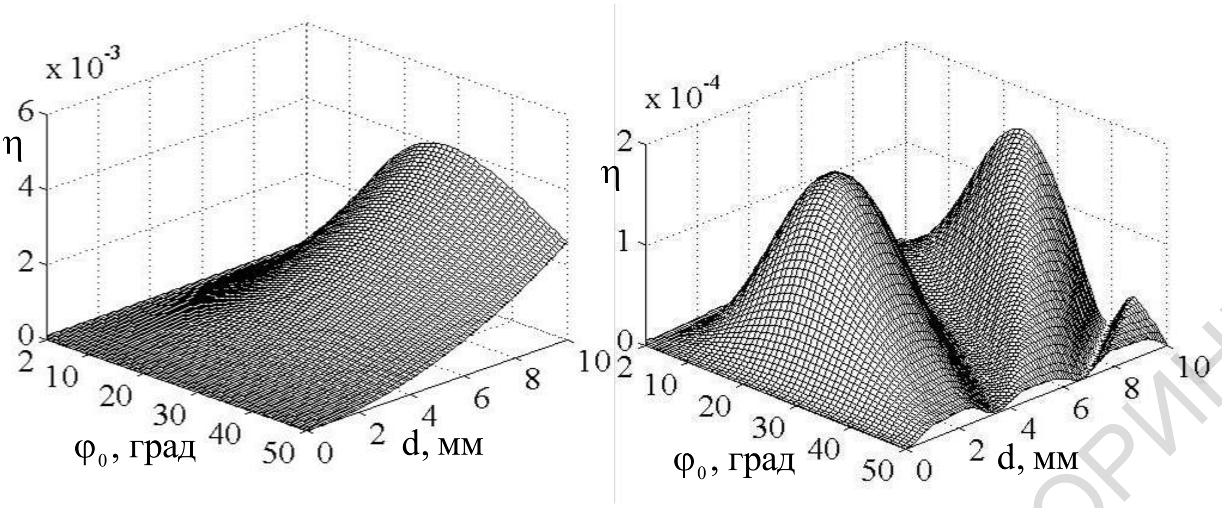


а) б)

Рисунок 1 – Зависимость дифракционной эффективности от толщины кристалла d и угла Брэгга φ_0 ($\psi_0 = 0^{\circ}$):

а) – оптическая активность не учитывается,

б) – оптическая активность учитывается при записи и считывании



а) б)

Рисунок 2 – Зависимость дифракционной эффективности от толщины кристалла d и угла Брэгга φ_0 ($\psi_0 = 90°$):
а) – оптическая активность не учитывается,
б) – оптическая активность учитывается при записи и считывании

Из анализа рисунка 2 следует, что оптическая активность оказывает существенное влияние на значения дифракционной эффективности, что необходимо учитывать при применении фоторефрактивных кристаллов в интерферометрии.

Полученные результаты могут быть использованы для определения оптимальных толщин кристалла и углов Брэгга при наличии оптической активности при записи и считывании голограмм.

Литература

1. Мандель, А.Е. Влияние пьезоэлектрического эффекта и гиротропии на дифракцию света в кубических фоторефрактивных кристаллах / А.Е. Мандель, С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич // Опт. и спектр. – 1989. – Т. 67. – № 4. – С. 819–822.
2. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D. J. Webb, A. Grunnet–Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 p.
3. Шепелевич, В.В. Голографические решетки в плоскопараллельном гиротропном слое / В.В. Шепелевич // Ковариантные методы в теоретической физике. Оптика и акустика. – Минск: ИФ АН БССР, 1991. – С. 78–82.
4. Шепелевич, В.В. К процессу формирования голографических решеток в плоскопараллельном гиротропном слое / В.В. Шепелевич // Опт. и спектр. – 1983. – Т. 54. – № 5. – С. 1064–1071.

5. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – 2-е изд. пер. с англ. – М. : Наука, 1973. – 720 с.
6. Степанов, С.И. Фотоупругий вклад в фоторефрактивный эффект в кубических кристаллах / С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков // ФТТ. – 1987. – Т. 24. – № 10. – С. 3054–3058.

Н.А. Гусак

Институт повышения квалификации и переподготовки кадров по новым направлениям развития техники, технологии и экономики БНТУ, Минск, Беларусь

ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕНИ ВКЛЮЧЕНИЯ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭВОЛЮЦИЮ РЕШЕТОК ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ

В работе [1] впервые было получено обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка, на основе которого в [2] дано объяснение эффекта, предсказанного Н.В. Кухтаревым [3]. Суть эффекта состоит в следующем. При наличии в фоторефрактивном кристалле внешнего постоянного электрического поля заряд решетки, возбуждаемой стоячей световой волной, в процессе перехода к стационарному состоянию совершает колебания.

В течение долгого времени этот эффект не поддавался пониманию. Предпринятая в [4] попытка дать ему объяснение привела, как оказалось, к несоответствию математического описания физической сущности явления. В [4] рассматривается упрощенная модель задачи и для величины, не аккумулировавшей вклады всех реальных участников процесса, получено уравнение второго порядка, общее решение которого содержит начальные значения как этой величины, так и ее первой производной, заранее неизвестной.

Для корректного описания указанного эффекта, которое вскрывало бы механизм осуществления колебания заряда, нам потребовалось не только представить адекватную физическую модель процесса, но и сформулировать полностью контролируемое начальное условие. Такая программа была реализована в работах [1, 2], где рассмотрение строится под один конкретный вид такого условия. В данной работе переходной процесс исследуется при другом виде начального условия, который, на первый взгляд, исключает возможность колебания заряда.

Согласно [1, 2], при наличии стоячей световой волной и постоянного внешнего электрического поля в кристалле возникают четыре решетки: решетка свободных носителей (1) и заряда (3), которые пространственно задаются стоячей световой волной, и две аналогичные дополнительные решетки (2) и (4), инициируемые внешним полем и сдвинутые на четверть периода относительно первых двух. Пространственные безразмерные амплитуды m_p этих решеток ($p = 1, 2, 3, 4$) подчиняются следующим уравнениям:

$$\dot{m}_1 = B - \frac{m_1}{\tau_r} + \frac{m_3}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \tag{1}$$

$$\dot{m}_2 = -\frac{m_2}{\tau_r} + \frac{m_4}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2), \tag{2}$$

$$\dot{m}_3 = -\frac{m_3}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \tag{3}$$

$$\dot{m}_4 = -\frac{m_4}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2), \tag{4}$$

где τ_r, τ_M, τ_D – некоторые характерные времена кристалла, которые численно могут располагаться в огромном диапазоне значений, B и c – постоянные положительные величины, пропорциональные интенсивности света и величине внешнего электрического поля, соответственно, $\dot{m}_p$ – первые производные по времени t.

Эта система уравнений позволяет перейти к другой системе, каждое уравнение которой относится только к одной переменной. Новая система имеет вид:

$$\ddddot{m}_p + \frac{2}{\tau_c}\dddot{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_c^2} + \frac{2}{\tau_M \tau_r} + \frac{c^2}{\tau_D^2}\right)\ddot{m}_p + \frac{2}{\tau_c \tau_M \tau_r}\dot{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_M \tau_r}\right)^2 m_p = C_p, \tag{5}$$

где

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D},$$

$$C_1 = \frac{B}{\tau_M^2 \tau_r}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = \frac{B}{\tau_r \tau_M \tau_D} \quad \text{и} \quad C_4 = \frac{cB}{\tau_r \tau_M \tau_D}. \tag{6}$$

Каждое из четырех полученных уравнений является обыкновенным дифференциальным уравнением четвертого порядка с постоянными коэффициентами. Они отличаются друг от друга лишь значениями правой части.

Из (5) видно, что в стационарном состоянии величины m_p принимают значения

$$m_1^c = \tau_r B, \quad m_2^c = 0, \quad m_3^c = \frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B, \quad m_4^c = c \frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B. \tag{7}$$

Стационарные состояния при $B = 0$ и $B \neq 0$ будем называть невозбужденным и возбужденным состоянием, соответственно. В возбужденном состоянии постоянная m_4^c оказывается пропорциональной не только B, но и c.

Переход из одного стационарного состояния в другое описывается решениями однородного уравнения (5) при $B = 0$. Эти решения в случае $c \neq 0$ качественно отличаются от решений при $c = 0$. В самом деле, если элементарное решение такого уравнения искать в виде

$$m_p = a_p \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \tag{8}$$

где a_p – произвольная постоянная, то для неизвестной величины τ получаем алгебраическое уравнение

$$\left(\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_c}\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_r \tau_M}\right)^2 = -\left(\frac{c}{\tau_D}\right)^2 \frac{1}{\tau^2}. \tag{9}$$

Это уравнение имеет две пары комплексно сопряженных корней

$$\frac{1}{\tau_{1,3}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right)^2 - \frac{1}{\tau_r \tau_M}} \tag{10}$$

и

$$\frac{1}{\tau_{2,4}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right) - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right)^2 - \frac{1}{\tau_r \tau_M}}. \tag{11}$$

При $c = 0$ эти корни становятся дважды вырожденными и действительными положительными

$$\frac{1}{\tau_{1,2}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\tau_c} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\frac{1}{\tau_c^2} - \frac{1}{\tau_r \tau_M}} \tag{12}$$

при любых соотношениях между временами τ_r, τ_M и τ_D.

Интересно отметить, что корни (12) получаются и при рассмотрении уравнения второго порядка

$$\ddot{m}_p + \frac{1}{\tau_c}\dot{m}_p + \frac{1}{\tau_M \tau_r} m_p = 0, \tag{13}$$

которое является справедливым для m_1 и m_3 в случае отсутствия электрического поля, когда $m_2 = m_4 = 0$ [5].

Четыре линейно независимых решения вида (8) позволяют получить общие решения уравнений (5), удовлетворяющие начальным условиям. Обратим внимание на то, что здесь в качестве начальных условий выступает лишь значения всех функций m_p при $t = 0$. Этих начальных условий достаточно для однозначного нахождения коэффициентов разложения m_p по частным решениям. Это связано с тем, что функции m_p являются взаимосвязанными согласно уравнениям (1)–(4). Судьбу одной решетки нельзя отделить от судьбы остальных трех.

В работе [2] прослежено, как при нулевых начальных условиях для всех m_p осуществляется переход системы в возбужденное состояние. Рассмотрим теперь эволюцию системы при других начальных условиях. Пусть $B \neq 0$, а $c=0$ в течение долгого времени. Следовательно, задача рассматривается при начальных условиях

$$m_1 = m_1^c, \quad m_3 = m_3^c, \quad m_2 = m_4 = 0. \tag{14}$$

Затем в момент времени $t = 0$ включается внешнее электрическое поле ($c \neq 0$). Заранее не ясно, как будет переходить система в возбужденное состояние, поскольку m_1 и m_3 уже находятся в возбужденном состоянии.

Решения уравнений (5) можно записать в виде

$$m_p = m_p^c \left\{ 1 - \sum_{\ell=1}^{4} a_{p\ell} \exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell} \right) \right\}, \quad m_2 = \sum_{\ell=1}^{4} a_{2\ell} \exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell} \right), \tag{15}$$

где $p = 1, 3, 4$, а

$$\sum_{\ell=1}^{4} a_{1\ell} = \sum_{\ell=1}^{4} a_{2\ell} = \sum_{\ell=1}^{4} a_{3\ell} = 0, \sum_{\ell=1}^{4} a_{4\ell} = 1. \tag{16}$$

Поскольку все функции m_p являются действительными, то для любого p должны выполняться равенства

$$a_{p3} = \alpha_{p1}^*, a_{p4} = \alpha_{p2}^*. \tag{17}$$

Согласно уравнениям (1)–(4) коэффициенты $a_{p\ell}$ с разными значениями p также связаны между собой

$$a_{1\ell} = \frac{a_{3\ell}}{1 \pm ic} \left(1 - \frac{\tau_M}{\tau_\ell} \right), \tag{18}$$

$$a_{2\ell} = \pm\, i m_1^c a_{1\ell}, \tag{19}$$

$$a_{4\ell} = \mp \frac{i}{c} a_{3\ell}, \tag{20}$$

где верхние и нижние знаки перед i отвечают соответствующим знакам перед i в (10) и (11).

Из соотношений (16)–(20) получаются следующие уравнения:

$$a'_{31} + a'_{32} = 0, \tag{21}$$

$$\frac{a'_{31}}{\tau'_1} + \frac{a'_{32}}{\tau'_2} - \frac{a''_{31}}{\tau''_1} - \frac{a''_{32}}{\tau''_2} = 0, \tag{22}$$

$$a''_{31} + a''_{32} = \frac{c}{2}, \tag{23}$$

$$\frac{a''_{31}}{\tau'_1} + \frac{a''_{32}}{\tau'_2} + \frac{a'_{31}}{\tau''_1} + \frac{a'_{32}}{\tau''_2} = \frac{c}{2\tau_M} \tag{24}$$

для определения действительных и мнимых частей коэффициентов $a_{31} = a'_{31} + ia''_{31}$ и $a_{32} = a'_{32} + ia''_{32}$ через параметр c и τ_M, а также действительные и мнимые части комплексных корней $\tau_1^{-1} = \tau_1'^{-1} + i\tau_1''^{-1}$, $\tau_2^{-1} = \tau_2'^{-1} + i\tau_2''^{-1}$.

Доведем вычисления до окончательных выражений на примере кристалла, для которого

$$\tau_D << (\tau_r \tau_M). \tag{25}$$

Тогда корни (10) и (11) дают примерно следующее:

$$\tau_1' = \tau_D, \tau_1'' = \frac{\tau_D}{c}; \tau_2' = \frac{\tau_r \tau_M}{\tau_D}\left(1 + c^2\right), \tau_2'' = -\frac{\tau_2'}{c}. \tag{26}$$

В этом случае выражения (15) приобретают вид

$$m_1 = m_1^c\left\{1 - \frac{c}{1+c^2}\left[\left(-c\cos\frac{ct}{\tau_1'} - \sin\frac{ct}{\tau_1'}\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau_1'}\right) + \left(c\cos\frac{ct}{\tau_2'} - \sin\frac{ct}{\tau_2'}\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau_2'}\right)\right]\right\}, \tag{27}$$

$$m_2 = m_1^c\left\{\frac{c}{1+c^2}\left[\left(\cos\frac{ct}{\tau_1'} - c\sin\frac{ct}{\tau_1'}\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau_1'}\right) + \left(-\cos\frac{ct}{\tau_2'} - c\sin\frac{ct}{\tau_2'}\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau_2'}\right)\right]\right\}, \tag{28}$$

$$m_3 = m_3^c\left[1 + c\sin\frac{ct}{\tau_2'}\exp\left(-\frac{t}{\tau_2'}\right)\right], \tag{29}$$

$$m_4 = m_4^c\left[1 - \cos\frac{ct}{\tau_2'}\exp\left(-\frac{t}{\tau_2'}\right)\right]. \tag{30}$$

Из выражений (27) и (29) следует, что в начальный момент времени решетки 1 и 3 пребывали в возбужденном стационарном состоянии. Включение постоянного электрического поля выводит их из этого состояния. Однако в конце процесса они опять возвращаются к своим исходным состояниям, успев совершить некоторое число колебаний, определяемое величиной поля. Заранее не было известно, что такой режим поведения этих решеток проявится при данных начальных условиях.

Что касается решеток 2 и 4, то они качественно ведут себя так же, как и при нулевых начальных условиях. Они зарождаются при $t = 0$ и через колебательный процесс переходят в свои стационарные состояния $m_2 = 0, m_4 = m_4^c$.

Таким образом, в данной работе показано, что внешнее электрическое поле, приложенное к фоторефрактивному кристаллу, в котором сформирована решетка пространственного заряда с помощью стоячей световой волны, выводит эту решетку из стационарного состояния путем осуществления колебания заряда и возвращает ее через определенное время в исходное состояние. Это поле создает и дополнительную решетку заряда, также претерпевающего до стационарного состояния стадию колебания.

Литература

1. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // Докл. НАН Беларуси. – 2007. – Т. 51. – № 1. – С. 40–45.

2. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // ЖТФ. – 2009. – Т. 79. – Вып. 3. – С. 63–70.

3. Кухтарев, Н.В. / Н.В. Кухтарев // Письма в ЖТФ. – 1976. – Т. 2. – Вып. 24. – С. 1114–1118.

4. Valley, G.C. / G.C. Valley // IEEE J. Quant. Elect. – 1983. – Vol. 19. – № 11. – С. 1637–1645.

5. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // ЖТФ. – 2006. – Т. 76. – Вып. 2. – С. 96–101.

В.И. Дашкевич, Р.В. Чулков, П.А. Апанасевич, В.А. Орлович

ГНУ «Институт физики имени Б.И.Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

КОЛЬЦЕВЫЕ ВКР-ЛАЗЕРЫ НА КРИСТАЛЛАХ КГВ

В докладе приводятся результаты разработки двух ВКР-лазеров с трехзеркальными кольцевыми резонаторами и кристаллами КГВ в качестве активной среды. Предварительные исследования выявили развитие двунаправленной генерации стоксового излучения с использованием одночастотной накачки. Излучение накачки со спектральной шириной, типичной для твердотельных лазеров, позволяло обеспечить устойчивую ВКР-генерацию только в одном направлении. Обсуждаются условия реализации такой однонаправленной. Первый из разработанных ВКР-лазеров генерирует безопасное для зрения излучение на длине волны 1538 нм. Он включает в себя три кристалла длиной 22 мм, расположенных в трех плечах лазерного резонатора длиной ~9 см. При возбуждении многомодовым излучением Nd:АИГ лазера с активной модуляцией добротности, работающем на длине волны 1351 нм, этот ВКР-лазер обеспечивает устойчивую однонаправленную генерацию на длине волны 1-ой стоксовой компоненты без использования дополнительных оптических дискриминаторов. Он производит импульсы длительностью 15 нс, энергией 7 мДж при эффективности преобразования 20 %. Во втором ВКР-лазере используется один кристалл длиной 65 мм, находящийся в резонаторе длиной ~60 см. Он возбуждается импульсами второй гармоники коммерческого Nd:АИГ лазера длительностью 15 нс. В режиме однонаправленной генерации этот ВКР-лазер производит импульсы с энергией свыше 80 мДж при эффективности преобразования 50 % в близкий к дифракционно-ограниченному стоксовый пучок на длине волны 559 нм. Кольцевая геометрия резонатора обеспечивает высокую стабильность работы лазера, при которой относительная дисперсия энергий импульсов только на 0,2 % превышает дисперсию импульсов источника накачки (2,0 %).

С.Н. Довыденко, И.И. Жолневерич

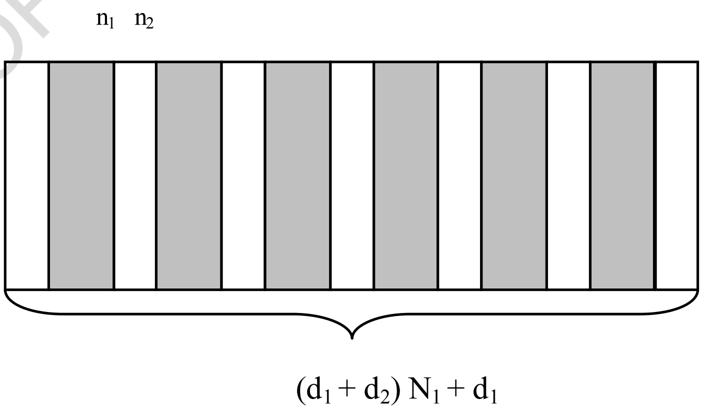
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРОЙ

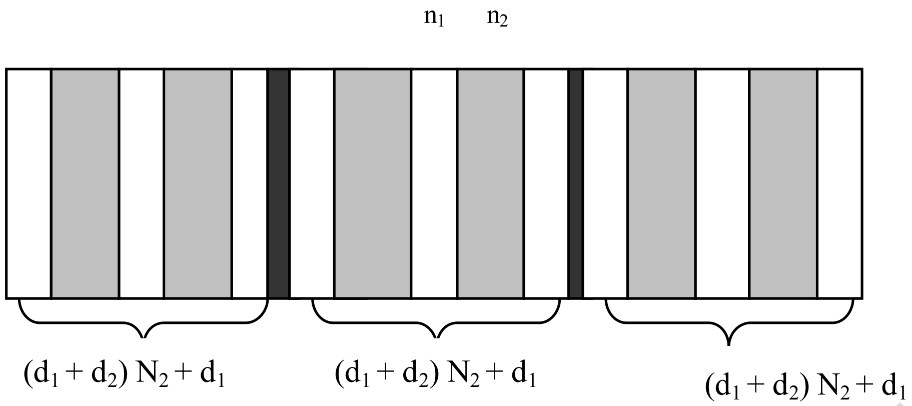
В настоящее время потребности лазерной физики, оптоэлектроники, телекоммуникационных систем, сенсорных систем в биологии и медицине определяют значительный интерес к исследованиям тонкослойной оптики. Особое внимание исследователей привлекают слоистые среды, содержа-щие тонкие металлические пленки. Для проходящего и отраженного света металлодиэлектрические слоистые структуры обеспечивают эффек-тивную отсечку боковых полос, что определяет их применение в астро-номических приборах и микроскопии. В настоящее время исследованы металлодиэлектрические слоистые структуры с относительно небольшим количеством слоев (см., например, [1–3]). При этом определены диспер-сионные характеристики собственных плоских электромагнитных волн, поддерживаемых металлической пленкой, расположенной на подложке и покрытой тонким защитным слоем диэлектрика; показана возможность существования двух типов мод (радиационных и тунельносвязанных) в металлодиэлектрических структурах, проанализированы их свойства. В настоящем сообщении исследовано пропускание слоистой структуры, состоящей из одномерного фотонного кристалла с дефектами в виде металлических слоев, равномерно распределенных по толщине структуры.

Используя полученные в работе [4] выражения, позволяющие исследовать пропускательную способность одномерного фотонного кристалла с упорядоченным расположением дефектных слоев, а также учитывая комплексность показателя преломления металла [5], найдены корректные соотношения, позволяющие изучить оптические свойства металлодиэлектрических структур с произвольным количеством слоев. На основе этого проведено численное моделирование несовершенного одномерного фотонного кристалла, характеризуемого следующими параметрами: элементарная ячейка одномерного фотонного кристалла, представленного на рисунке 1,а образована двумя диэлектриками с показателями преломления $n_1 = 2$ (окись циркония), $n_2 = 1,45$ (плавленый кварц) и толщинами $d_1 = 36$ нм, $d_2 = 50$ нм соответственно; число элементарных ячеек для фотонного кристалла без дефектов $N_1 = 22$; для металлических слоев $n_3 = 0,5$, $k_3 = 2,04$, для структуры с двумя металлическими слоями (рисунок 1,б) толщина металлического слоя $d_3 = 6$нм, а количество элементарных ячеек $N_2 = 7$, для структуры с тремя металлическими слоями (рисунок 1,в) толщина металлического слоя $d_3 = 4$нм, а количество элементарных ячеек $N_3 = 5$.

а)



б)



в)

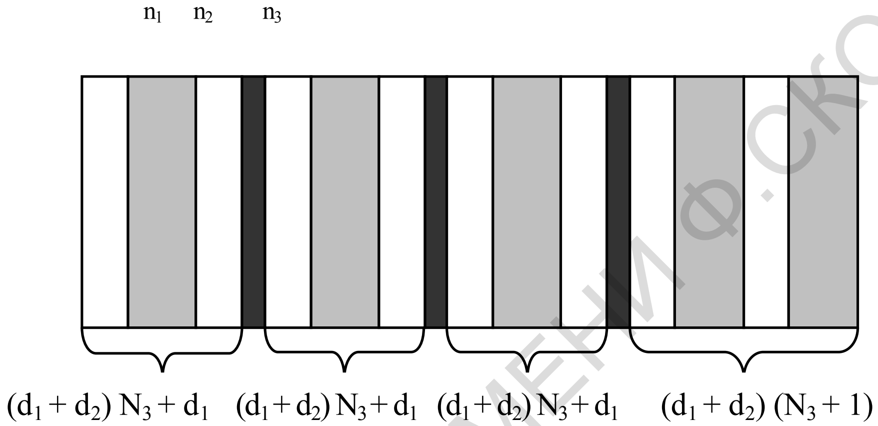
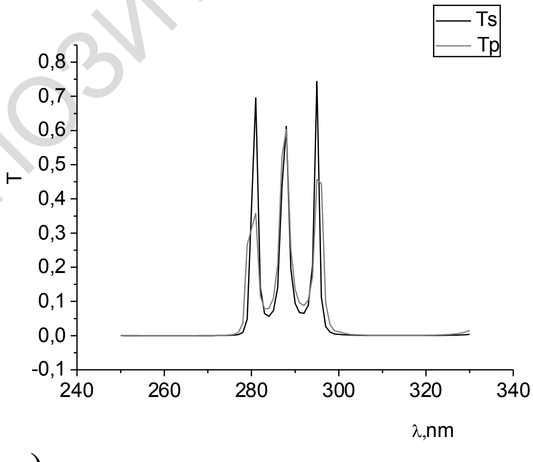


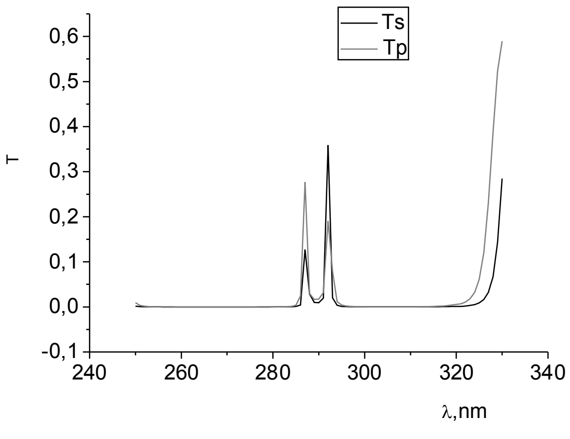
Рисунок 1 – схематическое представление слоистых структур:
а) – одномерный фотонный кристалл без металлических дефектов;
б) – с дефектами в виде двух металлических тонких слоев;
в) – с дефектами в виде трех металлических тонких слоев

Спектральные зависимости пропускательной способности одномерного фотонного кристалла, как с наличием металлических слоев, так и при их отсутствии, представлены на рисунке 2.

а)



б)



в)

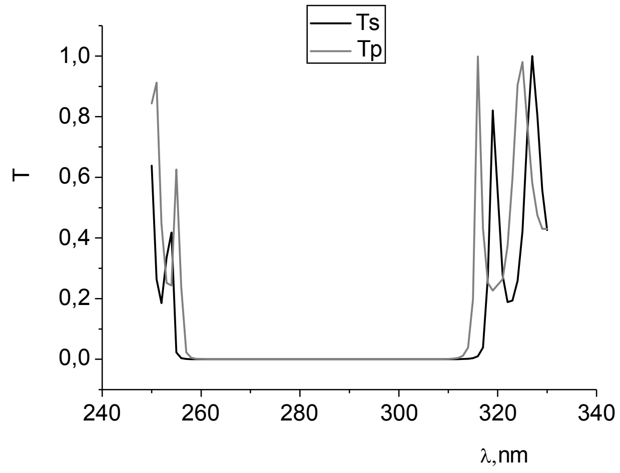


Рисунок 2 – Зависимость пропускательной способности слоистой структуры от длины волны:
а) – слоистая структура с тремя металлическими слоями;
б) – слоистая структура с двумя металлическим слоем;
в) – слоистая структура без металлических слоев

Как видно из рисунка 2,в, в спектре пропускания одномерного фотонного кристалла без металлических дефектов существует запрещенная зона в диапазоне от 255 нм до 315 нм. Наличие металлических дефектов в одномерном фотонном кристалле определяет появление пиков пропускания в запрещенной зоне (рисунок 2,а,б): для структуры с дефектами в виде двух металлических слоев два пика пропускания на длинах волн 287 нм и 292 нм; для структуры с дефектами в виде трех металлических слоев три пика пропускания на длинах волн 281 нм, 287 нм и 295 нм. Причем, как следует из результатов расчета, пропускательная способность одномерной фотонной структуры с дефектами в виде тонких металлических слоев больше у структуры с большим количеством дефектов. Для пиков, появляющихся в запрещенной зоне одномерной фотонной структуры при наличии дефектов в виде металлических тонких слоев, характерно различие пропускательной способности для излучения s-поляризации и p-поляризации. Так на рисунке 2а, соответствующему слоистой структуре с тремя тонкими металлическими слоями, видно, что для пика пропускания на длине волны 281 нм пропускательная способность структуры для излучения s-поляризации равна T_s = 0,69, а для p-поляризации T_p = 0,36; для пика пропускания на длине волны 287 нм: T_s = 0,44, T_p = 0,52; для пика пропускания на длине волны 295 нм: T_s = 0,74, T_p = 0,46; аналогично из рисунка 2,б, соответствующего слоистой структуре с двумя тонкими металлическими слоями, для пика пропускания на длине волны 287 нм: T_s = 0,13, T_p = 0,28; для пика пропускания на длине волны 292 нм: $T_s = 0,36$, $T_p = 0,19$. Так же рисунок 2 демонстрируют изменение диапазона запрещенной зоны с введением в структуру металлических тонких слоев. Так для структуры с тремя металлическими слоями диапазон запрещенных зон с 245 нм до 278 нм и с 297 нм до 330 нм; для структуры с двумя металлическими слоями диапазон запрещенных зон с 240 нм до 285 нм и с 295 нм до 325 нм.

Таким образом, введение в одномерный фотонный кристалл дефектов в виде тонких металлических слоев определяет появление в запрещенной зоне спектра пропускания пиков пропускательной способности, причем количество пиков зависит от количества слоев. Пропускательная способность слоистой структуры с дефектами в виде тонких металлических слоев в запрещенной зоне одномерного фотонного кристалла различна для излучения s-поляризации и p-поляризации. С введением в одномерную фотонную структуру дефектов в виде тонких металлических слоев изменяется диапазон запрещенной зоны: длина волны соответствующая нижней границе уменьшается, а длина волны соответствующая верхней границе увеличивается, причем для структуры с большим количеством тонких металлических слоев величина изменения больше. Полученные зависимости пропускательной способности слоистой структуры с тонкими металлическими слоями от длины волны можно использовать при конструировании узкополосных фильтров в УФ области.

Литература

1. Видил, М.Ю. Электромагнитные волны планарной слоистой металлодиэлектрической структуры / М.Ю. Видил, С.Л. Просвирнин, Н.В.Сидорчук // Радиофизика и радиоастрономия. – 2010. – Т. 15. – № 2. – С. 183–192.

2. Радиоционно- и тунельно-связанные поверхностные электромагнитные волны в металлодиэлектрических структурах/ Н.М. Лындин В.В. Светиков, В.А. Сычугов, Б.А. Усиевич, В.А. Яковлев // Квантовая электроника. – 1999. – Т. 28. – № 3. – С. 262–266.

3. Голдина, Н.Д. Металлодиэлектрические фильтры в проходящем свете / Н.Д. Голдина //Автометрия. – 2008. – Т. 44. – № 2. – С. 107–112.

4. Курилкина, С. Н. Особенности распространения света в периодической структуре с упорядоченным расположением дефектных слоев / С.Н.Курилкина, М.В. Шуба // Оптика и спектроскопия. – 2003. – Т. 94. – № 3. – С. 472–476.

5. Борн, М. Основы оптики / М.Борн, Э.Вольф – М. : Наука, 1973.

А.В. Жуковский, А.В. Поляков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ НА ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ DWDM-ТЕХНОЛОГИИ

Волоконно-оптические информационные системы (ВОИС) занимают доминирующее положении среди устройств, предназначенных для высокоскоростной передачи и обработки потоков данных. В настоящее время актуальной является задача промежуточного хранения оптической информации в цифровом и аналоговом виде, например, поступающей с аэрокосмических носителей при лазерно-локационном зондировании, для последующего ввода этой информации в вычислительные струк-туры, в частности, в вычислительный канал суперкомпьютера «СКИФ К1000-2». Существующие в настоящее время интерфейсы электронных компьютеров не позволяют осуществлять непосредственный ввод данных субнаносекундного диапазона. Для этих целей разрабатываются специализированные быстродействующие буферные запоминающие устройства, позволяющие избежать потерь оптической информации при ее последующей обработке.

Основным способом повышения пропускной способности оптоволоконных информационных каналов является технология плотного спектрального (частотного) мультиплексирования (уплотнения) каналов с разделением по длинам волн, получившей название *DWDM*-технологии (dense wavelength division multiplexing). Экономичность *DWDM*-систем с большой суммарной скоростью передачи данных в значительной степени зависит от эффективности использования рабочего спектра для передачи информации, от увеличения так называемой спектральной эффективности. Сделать это можно двумя путями: уменьшить спектральный интервал между каналами и увеличить канальную скорость B (что связано с уменьшением тактового интервала и, соответственно, длительностью информационных импульсов).

До тех пор, пока оптическая мощность в волоконном световоде (ВС) невелика (несколько мВт), волокно может считаться линейной средой, то есть потери и показатель преломления волокна не зависят от мощности сигнала. Однако внедрение технологии спектрального уплотнения *WDM/DWDM*, которая ведет к значительному возрастанию вводимой в ВС мощности, а также повышение скорости передачи до 10 Гбит/с и выше требует учета нелинейных эффектов в ВС при исследовании ВОИС.

Одним из основных компонентов ВОИС является волоконно-оптическое динамическое запоминающие устройство (ВОДЗУ) регенеративного типа, которое может использоваться в качестве быстродействующей динамической буферной памяти в оптических процессорах, оптоволоконных линиях связи; при исследовании быстропротекающих процессов для записи, хранения и обработке поступающих с большой скоростью информационных полей и т.п. Достоинством ВОДЗУ является то, что запись информационного потока в них осуществляется в реальном масштабе времени, а хранение данных в цифровой и аналоговой форме возможно в течение времени, необходимого для их последующей обработки. Кроме того, в таких оптоволоконных системах существует возможность организации по одному световоду одновременно нескольких информационных каналов, используя *DWDM*-технологию.

Для минимизации влияния нелинейных эффектов были выбраны следующие параметры для волоконно-оптического запоминающего устройства. Применялась *DWDM*-технология с k = 8, 16, 32 информационными каналами, имевшими межканальный интервал 100 ГГц. В качестве линии задержки использовался комбинированный световод с коррекцией хроматической дисперсии, состоящий из 20 км стандартного одномодового волокна (дисперсия 16,5 пс/нм·км на λ = 1550 нм) и 5 км компенсирующего волокна (дисперсия минус 66 пс/нм·км на λ = 1550 нм), в результате чего средняя хроматическая дисперсия на всем участке волоконного световода составляла $D_{\text{хр}}$ = 0,05 пс/нм·км. Поляризационная модовая дисперсия равнялась D_{PMD} = 0,1 пс/км$^{1/2}$, потери – α = 0,25 дБ/км. В качестве источников излучения использовались лазеры, согласованные с отрезками волокна, на которых сформированы брэгговские решетки (DFB). Использование решеток позволяет гибко варьировать длину волны лазерной генерации в пределах контура усиления активной среды лазера, обеспечить стабильность генерации, уменьшить ширину лазерной линии, реализовать ее перестройку. DFB-лазеры обладали высокой температурной стабильностью и в окрестностях рабочей длины волны 1,55 мкм при прямой модуляции со скоростью более 10 Гбит/с, имели мощность излучения P_0 = 2–4 мВт на один спектральный канал и ширину линии генерации не более 0,01 нм. В этом случае доминирующим нелинейным эффектом является фазовая автомодуляция (SPM).

Фазовая автомодуляция возникает вследствие того, что показатель преломления волокна содержит нелинейно-зависимую от интенсивности компоненту, которая вызывает смещение фазы, пропорциональное интенсивности импульса. По этой причине различные составляющие импульса претерпевают различные фазовые смещения, обуславливая изменение линейной частотной модуляции (ЛЧМ) импульсов вне зависимости от их формы. Изменение ЛЧМ импульсов в свою очередь приводит к увеличению их длительности из-за дисперсии. Таким образом, SPM модифицирует влияние дисперсии на расширение импульса. Так как этот эффект изменения ЛЧМ пропорционален мощности передаваемого сигнала, SPM более ощутим в системах, использующих высокие мощности передачи. Поэтому вызванные SPM изменение ЛЧМ оказывает влияние на расширение импульса вследствие дисперсии и в связи с этим должно учитываться в системах с высокими битовыми скоростями, которые уже обладают значительными ограничениями из-за дисперсии.

На основе разработанной математической модели проведено исследование динамики изменения длительности циркулирующих импульсов в волоконно-оптическом запоминающем устройстве в зависимости от числа спектральных каналов и скорости записи информации с учетом дисперсионных свойств ВС и фазовой автомодуляции. Установлено, что длительность информационных импульсов в процессе циркуляции вначале уменьшается, а затем увеличивается. Данный эффект объясняется следующим образом. Импульсы, излучаемые полупроводниковыми лазерами с непосредственной модуляцией, представляют собой частотно-модулированные импульсы. Поскольку для стандартного одномодового волокна для длин волн, больших 1,3 мкм параметр дисперсии групповой скорости меньше нуля и вызванное SPM изменение ЛЧМ положительно, то рециркулирующие импульсы сначала подвергаются сжатию, а затем расширению. Данный эффект увеличивается с увеличением передаваемой мощности (т.е. увеличением числа информационных каналов), поэтому наблюдается увеличение степени начального сжатия и скорости последующего расширения импульсов с увеличением передаваемой мощности.

Одним из критериев, по которым оцениваются информационные параметры ВОДЗУ, является условие $\tau / T_i \leq 0,6$, τ – длительность информационных импульсов на входе решающего устройства, T_i – величина тактового интервала. Тогда влиянием межсимвольных помех можно пренебречь. Проведенные расчеты показали, что при использовании только амплитудной регенерации и компенсации дисперсии для $k = 32$ время хранения информации оценивается величинами $t_{хр1} = 62$ мс ($B = 2{,}5$ Гбит/с) и $t_{хр2} = 20$ мс ($B = 10$ Гбит/с); информационная емкость составляет $W_1 = 1{,}2$ Мб ($B = 2{,}5$ Гбит/с) и $W_2 = 4{,}8$ Мб (B=10 Гбит/с), при этом время последовательного считывания всей информации не превышает 120 мкс. Дальнейшее увеличение времени хранения связано с использованием специальных методов оптической регенерации информационных импульсов по форме, длительности и временному положению.

В.А. Ковтун-Кужель[1], Р.А. Дынич[2], А.Н. Понявина[2]

[1]УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», Гродно, Беларусь
[2]ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ЛОКАЛИЗАЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В УПОРЯДОЧЕННЫХ АНСАМБЛЯХ КОНЕЧНЫХ ЦИЛИНДРОВ

Распространение и рассеяние электромагнитного излучения в пространственно упорядоченных структурах представляет значительный интерес для актуальных задач фотоники и радиофизики. Среди таких структур перспективными являются упорядоченные системы одинаково ориентированных цилиндров конечной длины, которые будем дальше называть упорядоченными системами цилиндров (УСЦ). Например, известно, что нанопористые тонкие пленки с сотовой структурой, сформированные электрохимическим анодированием алюминия, обладают свойствами спектральной и угловой селективности [1,2]. Использование электродинамически связанных цилиндров конечной длины является также эффективным способом управления диаграммами направленности излучателей для терагерцевого и микроволнового диапазонов [3].

Наиболее важными причинами, вызывающими существенную трансформацию спектральных и угловых характеристик излучаемой радиации, являются многократное рассеяние и эффект усиления локальных полей. Выявление особенностей формирования внутренних полей способствует разработке способов управления спектральными и рассеивающими свойствами УСЦ за счет целенаправленного выбора их структурных параметров.

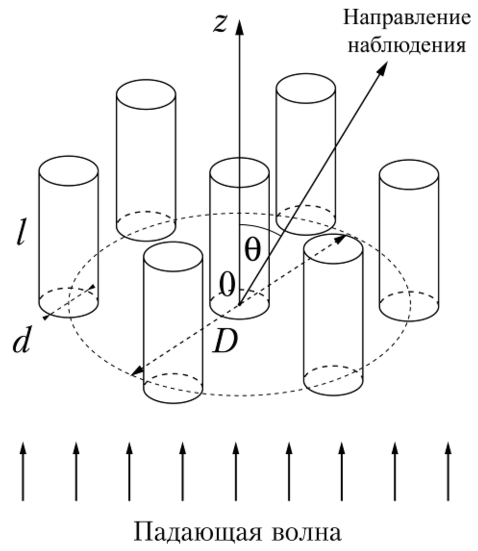


Рисунок 1 – Мультимер из одинаковых цилиндров

В настоящей работе мы рассмотрели ансамбль из конечного числа одинаковых круговых цилиндров (т.н. мультимер), ориентированных вдоль направления падающего света. Шесть цилиндров распо-лагаются симметрично по окружности диаметром $D = 2R$, центр которой опреде-ляется положением центрального цилиндра (см. рисунок 1). Такой тип мультимера воспроизводит топологию элементарных ячеек для систем с сотовой структурой.

На базе формализма объемного интегрального уравнения [4, 5] мы разработали модель взаимодействия электромагнитной волны с мультимером. Основой метода VIEF служит интегральное уравнение Максвелла, согласно которому напряженность электрического поля в любой точке пространства определяется как:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) + k^2/(4\pi) \iiint [m^2(\mathbf{r}_2) - 1]\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)\mathrm{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)d^3\mathbf{r}_2 \,,$$

где $\mathbf{E}$ обозначает полное поле в рассматриваемой точке, $\mathbf{E}_0$ – поле падающей волны, $\mathbf{G}$ – диадная функция Грина, m – комплексный относительный показатель преломления, $\mathbf{k}$ – волновой вектор падающей волны. Численное решение этого уравнения позволяет определить поле в любой точке исследуемого пространства (в том числе внутри частицы и в ближней от нее зоне), а также амплитудные функции рассеяния, факторы эффективности рассеяния, поглощения и ослабления [4, 5].

Расчет диаграмм направленности $x(\theta)$ из амплитудных функций рассеяния, $S_1(\theta)$, $S_2(\theta)$, соответствующих ортогональным поляризациям падающего света, проводился с использованием соотношений:

$$x(\theta) = |S(\theta)|^2/\pi\rho^2_{d(D)}Q_{sca},$$

$$|S(\theta)|^2 = 1/2(|S_1(\theta)|^2+|S_2(\theta)|^2),$$

$$|S_i(\theta)|^2 = [Re\ S_i(\theta)]^2+[ImS_i(\theta)]^2,$$

где фактор эффективности рассеяния Q_{sca} и дифракционный параметр $\rho_{d(D)} = \pi d(D)/\lambda$ соответствуют рассматриваемому объекту, т.е. отдельному цилиндру или мультимеру.

Диаграммы направленности и картины распределения поля внутри и вблизи мультимера анализировались для различных размеров цилиндров и мультимеров, а также для различных по диэлектрическим свойствам материалов. С использованием этой модели изучались как прямые, так и инверсные диэлектрические системы с сотовой структурой.

На рисунке 2 для примера представлены картины распределения внутреннего и ближнего поля для одиночного цилиндра из органического стекла, находящегося в воздухе в поле плоской электромагнитной волны, которая распространяется вдоль оси z, имеет единичную амплитуду $E_0 = 1$ и поляризована вдоль оси y. Изменение цвета от черного к белому на рисунке соответствует увеличению амплитуды локального поля.

Как видно из рисунка, распределение внутреннего и ближнего поля зависит от ориентации электрического вектора падающей волны относительного рассматриваемого сечения. Общим является немонотонное изменение интенсивности поля по длине цилиндра в приграничной области, а также смещение «горячих пятен» в переднюю полусферу, где отношение $k = |E|^2/|E_0|^2$ достигает максимальных значений $k_{\max} = 0,8$.

а б

Рисунок 2 – Картины распределения поля в центральных сечениях цилиндра из органического стекла: сечение ZOY (а), ZOX (б). Длина цилиндра 1500 нм, диаметр 100 нм, длина волны излучения 600 нм

При объединении цилиндров в мультимер топология внутреннего и ближнего поля изменяется. Область «горячих пятен» смещается внутрь мультимера и по направлению к плоскости входа в него излучения. Чем меньше диаметр окружности, на которой расположены цилиндры, тем более однородным становится внутреннее поле (см. рисунок 3).

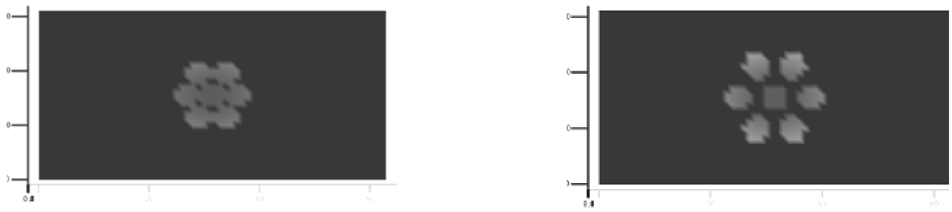
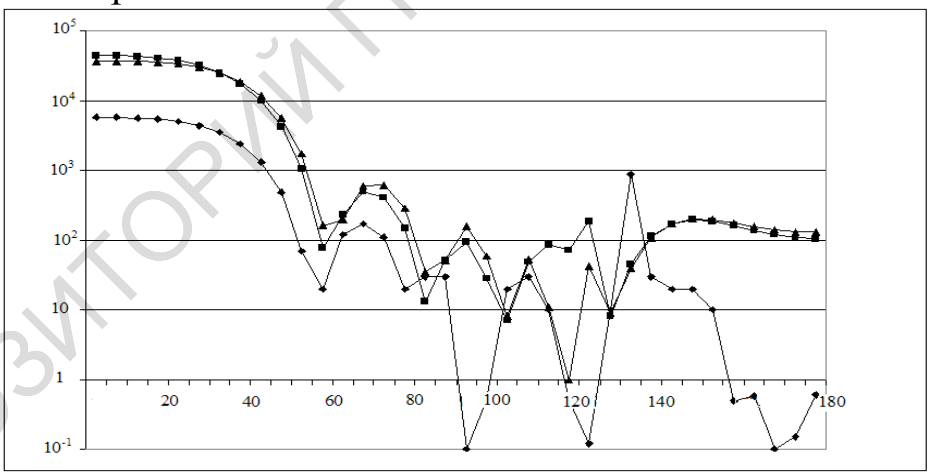


Рисунок 3 – Картины распределения ближнего поля в центральном сечении XOY для мультимеров с R = 100 нм (а) и R = 140 нм (б). Длина волны падающего излучения 600 нм, длина каждого цилиндра из органического стекла l = 1500 нм, диаметр d = 100 нм

Отмеченные изменения в характере распределения внутреннего поля находят свое отражение в трансформации диаграмм направленности рассеянного излучения.

Например, в рассматриваемом случае, как видно из рисунка 4, объединение цилиндров в мультимер приводит к значительному усилению интенсивности рассеяния вперед относительно интенсивности рассеяния в направлении, обратном направлению распространения падающего излучения. Наблюдается также существенное угловое смещение боковых лепестков в диаграмме направленности. Изменение расстояний между цилиндрами в мультимере от 140 нм до 100 нм проявляется главным образом в незначительном уменьшении степени вытянутости ДН и изменении интенсивности рассеяния в боковых лепестках.



– Цилиндр из органического стекла, d = 100 нм, l = 1500 нм, λ = 600 нм
– Мультимер из органического стекла, R = 140 нм, λ = 600 нм
– Мультимер из органического стекла, R = 100 нм, λ = 600 нм

Рисунок 4 – Диаграммы направленности для отдельного цилиндра (1), мультимера с радиусом 100 нм (2) и 140нм (3). Длина волны падающего излучения 600 нм, длина каждого цилиндра из органического стекла 1500 нм, диаметр – 100 нм

Основной причиной установленных особенностей изменения характе-ристик рассеяния в ближней и дальней зонах являются, по-видимому, коллективные электродинамические взаимодействия и эффекты фотонного ограничения, вызванные пространственным упорядочением цилиндров.

Следует отметить, что, в силу зависимости характеристик рассеяния от относительных размерных параметров, соответствующее масштабирование позволяет распространить полученные результаты и на микроволновую область. Например, приведенные на рисунках 2–4 данные, одинаково справедливы как для длины волны оптического диапазона 600 нм при размерах цилиндра l = 1500 нм, d = 100 нм и радиусах окружности мультимеров 100 нм и 140 нм, так и для длины волны 6 см при размерах цилиндра l = 15 см, d = 1 см и радиусах окружности мультимеров 1 см и 1,4 см.

Литература

1. Оптика наноструктур / С.В. Гапоненко и др. – Санкт-Петербург: Недра, 2005. – 326 с.

2. Selective Scattering of Light by Column Nanosize Dielectric Structures / R.A.Dynich, A.N. Ponyavina, V.E. Borisenko, S.V. Gaponenko, V.S. Gurin // Physics, Chemistry and Application of Nanostructures. – Singapore: World Scientific. – 1999. – P. 100–102.

3. Васильев, Е.Н. Возбуждение тел вращения / Е.Н. Васильев. – Москва : Радио и связь, 1987. – 270 с.

4. Hage, J.M. / J.M. Hage, R.T. Greenberg // Wang. Applied Optics. – 1991. – Vol. 30. – P. 1141.

5. Vereshchagin, V.G. Application of the Method of Integral Equations to the Calculation of the Coherent Transmittance of a Monolayer of Cylindrical Particles / V.G. Vereshchagin, R.A. Dynich, A.N. Ponyavina // Opt. Spectrosc. – 1999. – Vol. 87. – P. 116–121.

Ж.В. Колядко

УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

ПРОЗРАЧНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОДНОМЕРНЫХ ТЁМНЫХ СОЛИТОНОВ

При моделировании распространения светлых пространственных солитонов в нелинейной среде обычно используют нулевые граничные условия. В этом случае на границах исследуемой области значения поля светового излучения полагают равным нулю. При использовании таких граничных условий считается, что при достижении электромагнитной волной границы вычислительного окна происходит её отражение как от металла, тем самым возникает нежелательное взаимодействие падающих и отраженных волн, а значит, появляются искажения действительной картины распространения светового излучения. Следует отметить, что при использовании нулевых граничных условий возникают проблемы, связанные с необходимостью использования большого вычислительного окна и с затратами времени на счёт.

Для того, чтобы преодолеть эти трудности, используются специальные граничные условия, с помощью которых можно моделировать распространение светового излучения без нежелательного появления волны, отраженной от границ исследуемой области.

Следует отметить, что данная проблема актуальна также при моделировании распространения тёмных пространственных солитонов, так как в этом случае моделирование с использованием асимптотических граничных условий также требует больших размеров исследуемой области.

Известно, что моделирование распространения светового излучения в бесконечной области требует использования вычислительного окна конечных размеров, поэтому приходится вводить граничные условия на фиктивных границах.

Целью настоящей работы является сравнение моделирования распространения одномерных тёмных пространственных солитонов в среде Керра без и с использованием граничных условий.

Первоначально способ решить проблему отражения электромагнитных волн от вычислительной области был связан с использованием поглощающих граничных условий [1–3]. При этом предотвращение отражения от границ вычислительного окна связано со вставкой искусственной поглощающей области, которая сама по себе не создает отражения и её толщины достаточно, чтобы впитать в себя всё падающее излучение. К сожалению, не всегда условия введения поглощающих границ выполняются для каждой новой задачи и, если она даже решена успешно, добавление дополнительных результатов в вычислительную зону требует большего времени счёта и большего объёма памяти компьютера [4].

Этих неудобств можно избежать при использовании прозрачных граничных условий (ПГУ) [4, 5], позволяющих имитировать несуществующие границы, которые не отражают возмущение, а позволяют ему как бы пройти беспрепятственно.

Рассмотрим одномерный ((1+1)-D [6]) световой пучок, который распространяется в керровской среде вдоль оси z и дифрагирует только по направлению x. Для описания эволюции огибающей светового пучка будем использовать следующее нелинейное уравнение Шредингера [6] в безразмерных переменных

$$i\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\pm|u|^2 u=0, \tag{1}$$

где знаки «+» и «–» выбираются соответственно для светлых и тёмных солитонов.

Имея дело с поглощающей средой, следует учитывать, что волновой вектор $\vec{k}$ является комплексным и его можно представить в виде [7]

$$\vec{k}=\vec{k}_1+i\vec{k}_2, \tag{2}$$

где действительная часть $\vec{k}_1$ определяет направление и скорость распространения фазового фронта волны, а мнимая часть $\vec{k}_2$ – затухание и направление максимального изменения амплитуды волны. Локальное изменение огибающей светового поля (расплывание за счет дифракции или фокусировка за счет эффекта Керра) формально можно описать с помощью мнимой части проекции волнового вектора на ось x, представляя эту проекцию в виде

$$k_x=k_{x1}+ik_{x2}. \tag{3}$$

Согласно [5], если действительная часть k_x является положительной, то вклад в полное изменение энергии на правой границе должен быть отрицательным, т. е. энергия излучения может только вытекать из проблемной области. Это важное свойство учитывается при моделировании. Хотя сформулированное выше условие резко ограничивает поток светового излучения, отраженный от границы вычислительного окна, количество энергии, которое вытекает из вычислительного окна, является зависящим от значения величины k_x. Если величина последнего выбрана оптимально, то коэффициент отражения на границе будет иметь минимальное значение. Таким образом, важной особенностью алгоритма ПГУ является определение оптимального значения k_x.

Сущность использования ПГУ при моделировании распространения светового излучения формирует экспоненциальное поведение поля вблизи границы [4, 5]. Так как и действительная часть, и мнимая часть k_x изменяются, то должно изменяться k_x и между шагами распространения. В связи с этим согласно [4, 5]

$$u_m^{n+1} = u_{m-1}^{n+1} e^{ik_x h_x}, \qquad (4)$$

где k_x вычисляется из предыдущего шага через отношение $\dfrac{u_{m-1}^{n}}{u_{m-2}^{n}}$. При этом для того, чтобы избежать отражения в исследуемую область, действительная часть комплексного вектора электромагнитной волны должна быть неотрицательной. Это условие делает границу прозрачной и позволяет световой энергии оставить область моделирования.

Рассмотрим распространение световых пучков в среде Керра без учёта и с учетом прозрачных граничных условий.

На рисунке 1,а и 1,б показаны профиль входной относительной интенсивности гауссова пучка [8] (кривая 1), профили относительной интенсивности гауссовых пучков, распространяющихся под углом 0,4°, на выходе из среды Керра толщиной 15 мм без учёта (кривая 2 на рисунке 1,а и кривая 3 на рисунке 1,б) и с учётом ПГУ (кривая 2 на рисунке 1,б).

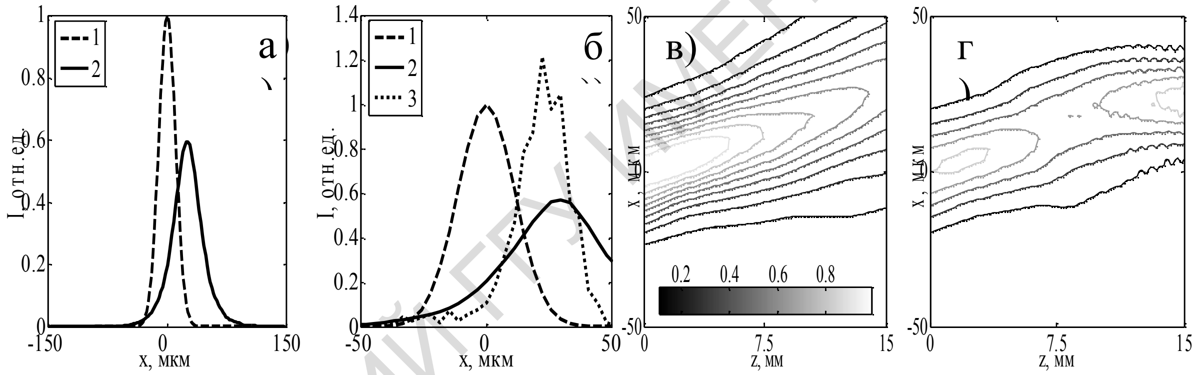


Рисунок 1 – а) профили относительной интенсивности гауссова пучка: на входе в среду (кривая 1), на выходе из среды Керра толщиной 15 мм с учётом нулевых граничных условий (кривая 2);
б) профили относительной интенсивности гауссова пучка: на входе в среду (кривая 1), на выходе из среды Керра толщиной 15 мм с учётом и без учёта ПГУ (кривая 2 и 3 соответственно);
в), г) распределение интенсивности светового пучка в керровской среде толщиной 15 мм с учётом и без учёта ПГУ соответственно

На рисунке 1,в показано распределение интенсивности светового пучка в керровской среде с учётом ПГУ, а на рисунке 1,г – без учёта. При анализе рисунка 1 очевидно преимущество использования прозрачных граничных условий, так как без их учёта при одних и тех же условиях моделирование, не включающее ПГУ, показывает искажение картины распространения светового излучения.

На рисунке 2,а показаны профиль входной относительной интенсивности тёмного солитона [6] (кривая 1) и профиль выходной относительной интенсивности тёмного солитона, распространяющегося под углом 0.4° в среде Керра толщиной 15 мм с учётом ПГУ (кривая 2).

На рисунке 2,б показано распределение интенсивности тёмного солитона, распространяющегося под углом $0{,}4^0$ к нормали к границе керровской среды с учётом ПГУ.

На рисунке 2,в показаны профили относительной интенсивности светового пучка с огибающей в виде функции Гаусса, моделирующие распространение тёмного солитона [9] в среде Керра толщиной 15 мм с учётом ПГУ и без их учёта (кривая 2 и 3 соответственно).

а б в

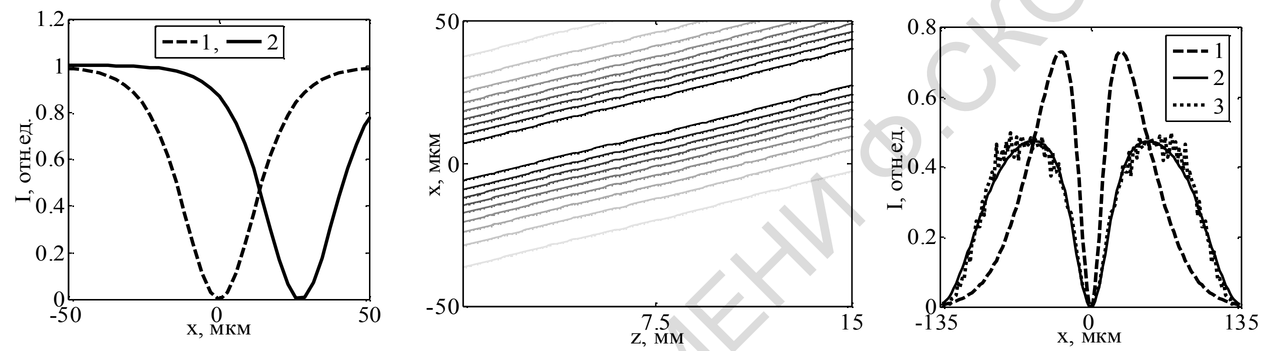


Рисунок 2 – а) профили относительной интенсивности тёмного солитона: на входе в среду (кривая 1), на выходе из среды Керра толщиной 15 мм с учётом ПГУ (кривая 2);
б) распределение интенсивности тёмного солитона в керровской среде толщиной 15 мм с учётом ПГУ;
в) профили относительной интенсивности светового пучка с огибающей в виде гауссова распределения: на входе в среду (кривая 1), на выходе из среды Керра толщиной 15 мм с учётом и без учёта ПГУ (кривая 2 и 3 соответственно)

В таблице 1 представлены результаты, которые показывают, во сколько раз уменьшается исследуемая область и во сколько раз уменьшается время счёта, если использовать ПГУ для моделирования распространения гауссова пучка, тёмного солитона и светового пучка с огибающей в виде функции Гаусса (тёмного солитона) в среде Керра толщиной 15 мм. При этом, как видно из таблицы 1 для моделирования тёмных пространственных солитонов, учёт ПГУ оказывает большое влияние на время, потраченное на счёт.

Проведен анализ эффективности прозрачных граничных условий при моделировании распространения тёмных солитонов в среде Керра. Применение прозрачных граничных условий даёт возможность существенно сократить вычислительные затраты за счёт уменьшения расчётной области. При использовании прозрачных граничных условий может быть уменьшено вычислительное окно, а значит и компьютерное время.

Таблица 1

Пучок	Гауссов пучок		Тёмный солитон		Световой пучок с огибающей в виде функции Гаусса	
	поле, мкм	время, с	поле, мкм	время, с	поле, мкм	время, с
Без ПГУ	300	1,38	800	17,42	360	7,63
С ПГУ	150	0,14	150	0,42	270	6,23
Уменьшение	в 2 раза	в 9,9 раз	в 5,7 раз	в 41,5 раз	в 1,3 раз	в 1,2 раз

Литература

1. Engquist, B. Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves / B. Engquist, A. Majda // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. – 1977. – Vol. 74. – № 5. – P. 1765–1766.

2. Morente, J.A. Absorbing boundary conditions for the TLM method / J.A.Morente, J.A. Porti, M. Khalladi // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1992. – Vol. 40. – № 11. – P. 209–2099.

3. Tirkas, P.A. Higher order absorbing boundary conditions for finite-difference time-domain method / P.A. Tirkas, C.A. Balanis, R.A. Renaut // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1992. – Vol. 40. – № 10. – P. 1215–1222.

4. Hadley, G.R. Transparent boundary condition for beam propagation / G.R. Hadley // Opt. Lett. – 1991. – Vol. 16. – № 9. – P. 624–626.

5. Hadley, G.R. Transparent boundary condition for beam propagation method / G.R. Hadley // IEEE J. Quantum Electron. – 1992. – Vol. 28. – № 1. – P. 363–370.

6. Кившарь, Ю.С. Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов / Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал; пер. с англ. под ред. Н.Н.Розанова. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с.

7. Гончаренко, А.М. Основы теории оптических волноводов / А.М. Гончаренко, В.А. Карпенко, И.А. Гончаренко. – М. : Белор. наука, 2009. – 296 с.

8. Влияние оптической активности на самофокусировку световых пучков в кубических фоторефрактивных кристаллах / В.В. Шепелевич, Р. Коваршик, А. Кислинг, В.Матусевич, А.А. Голуб // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33. – № 5. – С. 446–450.

9. Тёмные пространственные оптические солитоны в планарных градиентных волноводах на Z-срезе кристаллов симметрии 3m / М.Н. Фролова, М.В. Бородин, С.М.Шандаров, В.М. Шандаров,

Ю.М. Ларионов // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33. – № 11. – С. 1001–1006.

Г.В. Кулак[1], А.Г. Матвеева[1], В.Г. Гуделев[2]

[1]УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина», Мозырь, Беларусь
[2]ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ФОТОРЕФРАКТИВНЫЕ ГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ РЕШЕТКИ В КРИСТАЛЛАХ СИЛЛЕНИТОВ ПРИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ В РЕЖИМЕ РАМАНА-НАТА

В работе [1] рассмотрена последовательная теория дифракции света на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах в режиме Рамана-Ната. Приведена система связанных зацепляющихся уравнений, описывающая акустооптическую (АО) дифракцию в гиротропных средах. Получено решение системы уравнений связанных волн в режиме слабого акустооптического взаимодействия при дифракции на продольных и сдвиговых ультразвуковых (УЗ) волнах. В работе [2] экспериментально исследован фоторефрактивный (ФР) эффект при интерференции световых пучков одинаковой частоты, полученных в результате раман-натовской АО дифракции на стоячих УЗ волнах.

В настоящей работе исследованы особенности записи и считывания ФР решеток, записанных в гиротропных кубических кристаллах силленитов в режиме слабого акусто- и электроотического взаимодействия. Численные расчеты проведены для кристаллов силиката висмута ($Bi_{12}SiO_{20}$).

Предположим, что вдоль кристаллографической оси [001] или направлений $\langle 110 \rangle$, которые для акустических волн являются продольными или поперечными нормалями, распространяется плоская УЗ волна. УЗ волна с вектором смещения $\vec{U} = \vec{U}_0 \exp[i(Kx - \Omega t)]$, ($K = \Omega / \upsilon, \Omega -$ циклическая частота, $\upsilon -$скорость ультразвука) создает периодическое в пространстве и времени распределение диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{ij} = -\varepsilon^2 P_{ijkl} U_{kl}$, где ε – диэлектрическая проницаемость невозмущенного кристалла, P_{ijkl} – компоненты тензора фотоупругих постоянных, U_{kl} – компоненты тензора деформаций. Световая волна с амплитудой A и азимутом поляризации ψ распространяется под углом φ к оси Z. При выполнении условий [1] $l\lambda_0 / n\Lambda^2 << 1$ (l – длина области АО взаимодействия, λ_0 – длина световой волны в вакууме, n – показатель преломления среды, Λ – длина УЗ волны) наблюдается дифракция Рамана-Ната.

Общее решение системы зацепляющихся уравнений связанных волн в гиротропной среде можно получить лишь численными методами [1]. В режиме слабого АО взаимодействия существенны лишь два дифрагированных порядка. При этом в системе уравнений существенны лишь два дифрагированных порядка с комплексными амплитудами A_0, B_0, $A_{\pm 1}$, $B_{\pm 1}$, для которых систему уравнений связанных волн можно представить в виде двух векторно-матричных уравнений:

$$\frac{d\vec{A}}{dz} = S\vec{A} + Q\vec{B}, \ \frac{d\vec{B}}{dz} = F\vec{A} + D\vec{B}, \tag{1}$$

где $\vec{A} = \left(A_0, A_{+1}, A_{-1}\right)^{\tau}$, $\vec{B} = \left(B_0, B_{+1}, B_{-1}\right)^{\tau}$ (τ – символ операции транспонирования); матрицы P, Q, F и D имеют вид:

$$S = \begin{pmatrix} -i\Delta_{\parallel} & \chi_{\parallel} & \chi_{\parallel} \\ \chi_{\parallel} & -i\Delta_{\parallel} & 0 \\ \chi_{\parallel} & 0 & -i\Delta_{\parallel} \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} i\Delta_{\perp} & -\chi_{\perp} & -\chi_{\perp} \\ -\chi_{\perp} & i\Delta_{\perp} & 0 \\ -\chi_{\perp} & 0 & i\Delta_{\perp} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho - i\Delta & \chi & \chi \\ \chi & \rho - i\Delta & \chi \\ \chi & \chi & \rho - i\Delta \end{pmatrix}, \ F = \begin{pmatrix} -(\rho + i\Delta) & \chi & -\chi \\ -\chi & -(\rho + i\Delta) & -\chi \\ -\chi & \chi & -(\rho + i\Delta) \end{pmatrix},$$

где $\chi_{\parallel,\perp} = \left(\pi n^3 p_{\parallel,\perp}^{эф} / 2\lambda_0 \cos\varphi\right)\sqrt{2I_a / \sigma\upsilon^3}$, $\chi = \left(\pi n^3 p^{эф} / 2\lambda_0 \cos\varphi\right)\sqrt{2I_a / \sigma\upsilon^3}$, $\Delta_{\parallel,\perp} = -\left(\pi n^3 r_{\parallel,\perp}^{эф} / 2\lambda_0 \cos\varphi\right)E^e$, $\Delta = -\left(\pi n^3 r^{эф} / 2\lambda_0 \cos\varphi\right)E^e$ (σ – плотность кристалла, I_a – интенсивность УЗ волны, υ – фазовая скорость ультразвука, ρ – параметр удельного вращения, E^e – напряженность внешнего электрического поля).

Наибольший интерес для записи ФР решеток представляют две геометрии АО взаимодействия: 1) волновой вектор падающей световой волны $\vec{k}_0 \| [\bar{1}10]$, а волновой вектор продольной акустической волны $\vec{K}$ и внешнее электрическое поле $\vec{E}^e$ параллельны оси $[110]$; 2) волновой вектор падающей световой волны $\vec{k}_0 \| [\bar{1}10]$, а волновой вектор продольной акустической волны $\vec{K}$ и внешнее электрическое поле $\vec{E}^e$

параллельны оси $[001]$. Для первой геометрии АО взаимодействия в системе уравнений связанных волн отличными от нуля следует положить $p_{\parallel}^{эф} = (2P_{11} + P_{21} + P_{12} + 2P_{44})/2$, $p_{\perp}^{эф} = P_{12}$, $p^{эф} = (p_{21} - p_{12})/2$, $r^{эф} = r_{41}$; для второй геометрии отличными от нуля являются $p_{\parallel}^{эф} = P_{11}$, $p_{\perp}^{эф} = P_{12}$, $r_{\parallel}^{эф} = r_{41}$.

Для определения комплексных векторных амплитуд дифрагированных волн используем приближения: $\chi_{\parallel} << \rho, \chi_{\perp} << \rho, \chi << \rho$ и граничные условия $\vec{A}(z=0) = (A\cos\psi, 0, 0)^{\tau}$, $\vec{B}(z=0) = (A\sin\psi, 0, 0)^{\tau}$. Выражение для комплексных векторных амплитуд дифрагированных волн на выходной грани $z = l$ области АО взаимодействия даются соотношениями:

$$\vec{E}_{\pm 1} = Al\left[\chi_{\parallel}\cos\psi\,\vec{e}_{\pm 1} + (\chi_{\perp} + \chi)\sin\psi\,\vec{e}_2\right]\sin c(\rho\, l)\exp i(\vec{k}_{\pm 1}\vec{r} - \omega t). \qquad (3)$$

Распределение интенсивности света в области пересечения дифрагированных световых пучков дается соотношением:

$$I = I_0 + I_0[m\exp(2iKx)/2 + c.c.],$$

$$m = \left[(p_{\perp}^{эф})^2 + (p_{\parallel}^{эф})^2\cos(2\varphi)\right]/\left[(p_{\perp}^{эф})^2 + (p_{\parallel}^{эф})^2\right], \qquad (4)$$

где I_0 – интенсивность падающего света, m – амплитуда модуляции интерференционной картины, символ «*» означает комплексное сопряжение.

Таким образом, при приложении внешнего электрического поля $\vec{E}^e$ вдоль направления распространения УЗ волны за счет дрейфового механизма нелинейности возникает пространственно-периодическое поле пространственного заряда $\vec{E}^{sc} = E^{sc}\vec{n}\exp(2iKx)$, где $\vec{K} = K\vec{n}$ ($\vec{n}$ – единичный вектор, параллельный волновому вектору УЗ волны). Поле пространственного заряда E^{sc} является комплексной величиной [3], то есть $E^{sc} = mE_p(E_d - iE^e)/[E^e + i(E_d + E_p)]$, где диффузионное поле $E_d = Kk_BT/e\ E_d$ (k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, e – заряд электрона; предельное поле пространственного заряда $E_p = eN_A/\varepsilon\varepsilon_0 K$ (ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, N_A – концентрация акцепторов).

В свою очередь, поле пространственного заряда из-за электрического эффекта приводит к возникновению модуляции диэлектрической проницаемости (фоторефрактивной решетки): $\Delta\varepsilon_{ij}^{\phi} = -\varepsilon^2 r_{ijk}E_k^{sc}$.

Процесс считывания ФР также описывается системой уравнений (1), однако в ней следует полагать $\vec{A} = (A_0, A_{+2}, A_{-1})^{\tau}$, $\vec{B} = (B_0, B_{+2}, B_{-2})^{\tau}$. Предполагается, что после записи решетки начинается процесс дифракции (считывания) стационарной фоторефрактивной решетки, с периодом $\Lambda/2$. При этом элементы матриц-коэффициентов системы уравнений (1) получаются сворачиванием тензоров $\Delta\hat{\varepsilon}^{e}, \Delta\hat{\varepsilon}^{\phi}$ с векторами поляризации $\vec{e}_0, \vec{e}_{\pm 2}$. Полученная система уравнений решается с привлечений тех же граничных условий. Для первой геометрии считывания ФР следует в отличных от нуля элементах матриц-коэффициентов, полученной системы уравнений выполнить подстановки: s_{ij} $(s_{11} = i\Delta_{\phi}$, $s_{12} = s_{31} = i\chi_{\phi}^{*}$, $s_{13} = s_{21} = i\chi_{\phi})$; q_{ij} $(q_{11} = q_{22} = q_{33} = \rho$; f_{ij} $(f_{11} = f_{22} = f_{33} = \rho)$; $d_{ij} = 0$ $(i, j = 1 \div 3)$; для второй геометрии считывания ГР следует положить: s_{ij} $(s_{23} = i\chi_{\phi}$, $s_{33} = i\chi_{\phi}^{*})$; q_{ij} $(q_{11} = q_{22} = q_{33} = -\rho + i\Delta_{\phi}$, $q_{21} = q_{31} = i\chi_{\phi}^{*}$, $q_{13} = q_{21} = i\chi_{\phi})$; f_{ij} $(f_{11} = f_{22} = f_{33} = \rho + i\Delta_{\phi}$, $f_{12} = f_{31} = i\chi_{\phi}^{*}$, $f_{13} = f_{21} = i\chi_{\phi})$; $d_{ij} = 0$ $(i, j = 1 \div 3)$. Здесь следует положить $\Delta_{\phi} = -(\pi n^3 r_{41} / 2\lambda_0 \cos 2\varphi) E^{e}$, $\chi_{\phi} = -(\pi n^3 r_{41} / 2\lambda_0 \cos 2\varphi) E^{sc}$.

Относительные интенсивности дифрагированных волн $\eta_{\pm 2} = I_{\pm 2} / I$ ($I_{2+} = I_{2-}$ – интенсивность света во втором дифракционном порядке, I – интенсивность падающего света) для первой и второй геометрии считывания даются соответственно соотношениями:

$$\eta_{2\pm} = |\chi_{\phi}|^2 l^2 \sin c^2(\rho l), \; \eta_{2\pm} = \frac{|\chi_{\phi}|^2}{2\rho^2}\left[1 - \sin(2\psi)\cos(2\rho l)\right]. \tag{5}$$

Из выражений (5) следует, что относительная интенсивность для первой геометрии считывания зависит от азимута поляризации падающего света ψ, а для второй геометрии такая зависимость отсутствует.

Зависимость η_{2+} от толщины решетки l и величины напряженности внешнего электрического поля E_e для первой геометрии «запись-считывание» голографической решетки представлена на рисунке 1,а. Из рисунка следует, что для второй геометрии дифракции η_{2+} не зависит от толщины кристалла (если не учитывать поглощение света) и изменяется примерно по квадратному закону с увеличением напряженности E_e. Предполагается, что падающая световая волна имеет s- ($\psi = \pi/2$) или p- ($\psi = \pi$) поляризацию. При азимуте поляризации ($\psi = \pi/4$) характер зависимости η_{2+} от l и E_e аналогичен, приведенному на рисунке 1,б.

При возрастании интенсивности ультразвука происходит переход в режим сильного АО взаимодействия и индекс модуляции m $(m < 1)$ начнет зависеть от эффективных фотоупругих постоянных P_{ij}.

На рисунке 1,б представлена зависимость относительной интенсивности в +2-м дифференциальном порядке η_{2+} от толщины голографической решетки l и напряженности внешнего электрического поля E_e для s-поляризованного считывающего света и второй геометрии записи-считывания голографической решетки. Из рисунка следует, что относительная интенсивность осциллирует при увеличении толщины l и возрастает примерно по квадратному закону с увеличением напряженности внешнего электрического поля E_e.

а б

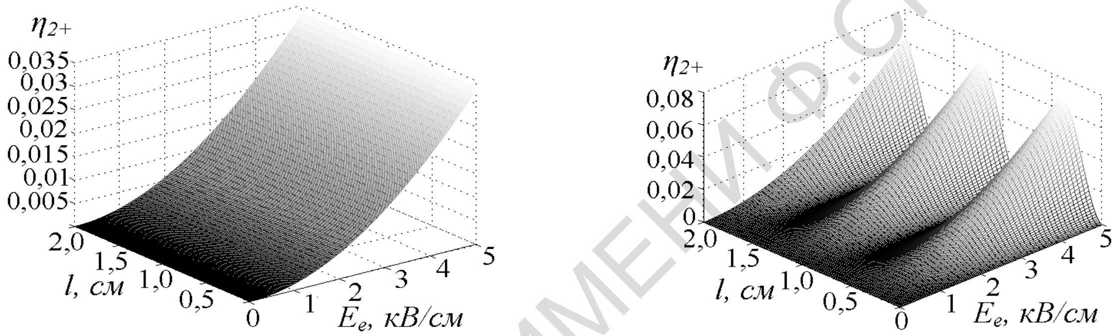


Рисунок 1 – Зависимость эффективности дифракции η_{2+} от толщины голографической решетки l и напряженности внешнего электрического поля E_e для первой (а) и второй (б) геометрии считывания ГР (λ_0 = 0,63 мкм, f = 10 МГц, $N_A = 2 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$, T = 300К, $r_{41} = 5 \cdot 10^{-10}$см/В, ρ = 3,8 см$^{-1}$, $Bi_{12}SiO_{20}$)

Заключение. В режиме дифракции Рамана-Ната света на ультразвуке возможна регистрация ультразвука, распространяющегося вдоль оси $[001]$ и $[110]$ гиротропного кубического кристалла силленита. При этом для зависимости эффективности дифракции от толщины кристалла и напряженности внешнего электрического поля существенно отличаются для двух геометрий считывания голографической решетки. Для первой геометрии наблюдается зависимость η_{2+} от азимута поляризации света ψ, а для второй – она отсутствует.

Литература

1. Кулак, Г.В. Основы акустооптики гиротропных кристаллов / Г.В. Кулак. – Минск: Изд. центр БГУ. – 2005. – 127 с.

2. Бережной, А.А. Исследование фоторефрактивного эффекта при акустооптическом взаимодействии в кристаллах силиката висмута. / А.А. Бережной, Т.Н. Шерстнева // Опт. и спектр. – 1989. – Т. 67. – № 6.

– С. 1313–1319.
3. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – С.-Пб. : Наука, 1992. – 320 с.

С.Н. Курилкина, В.Н. Белый, Н.С. Казак

ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ГЕНЕРАЦИЯ СУПЕРПОЗИЦИИ БЕССЕЛЕВЫХ ПЛАЗМОНОВ В МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

В последнее время проблема генерации плазмонов на границе раздела «диэлектрик-металл» привлекает внимание многих исследователей в связи с перспективами их использования в микроскопии высокого разрешения, а также в системах оптической связи [1, 2]. При этом, как правило, авторы ограничиваются плазмонами, возникающими при возбуждении плоскими волнами или гауссовыми пучками [3, 4]. В работе [5] рассмотрены особенности генерации единичных бесселевых плазмонов (БП) ТН поляризованными бесселевыми световыми пучками (БСП). В настоящем сообщении анализируются особенности генерации суперпозиции БП.

Рассмотрим векторный ТН поляризованный БСП, падающий на границу раздела «диэлектрик – металл». Из решений уравнений Максвелла следует, что поперечные компоненты векторов электрической и магнитной напряженности формируемого вблизи границы поверх-ностного бесселева пучка определяются выражениями:

$$\vec{E}_{\perp 1,2}(R) = \pm\frac{A_{1,2}^{TH}}{\sqrt{2}}\exp[i(m-1)\varphi \pm \chi_{1,2}z]\frac{\chi_{1,2}}{k_0 n_{1,2}}\left[J_{m-1}(q\rho)\vec{e}_{+} - J_{m+1}(q\rho)\exp(2i\varphi)\vec{e}_{-}\right],$$

$$\vec{H}_{\perp 1,2}(R) = -\frac{n_{1,2}A_{1,2}^{TH}}{\sqrt{2}}\exp[i(m-1)\varphi \pm \chi_{1,2}(q)z]\left[J_{m-1}(q\rho)\vec{e}_{+} + J_{m+1}(q\rho)\exp(2i\varphi)\vec{e}_{-}\right], \quad (1)$$

где $R = (\rho, \varphi, z)$ – цилиндрические координаты с осью z, ортогональной поверхности раздела двух сред, q – параметр конусности (поперечная составляющая волнового вектора), $q^2 - \chi_{1,2}^2 = k_0^2\varepsilon_{1,2}$, $\varepsilon_{1,2} = n_{1,2}^2$, ε – диэлектрическая проницаемость, индекс 1 (2) соответствует параметрам диэлектрика (металла), $k_0 = \omega / c$, $J_m(q\rho)$ – функция Бесселя m-го порядка, $\vec{e}_{\pm} = (\vec{e}_1 \pm i\vec{e}_2)/\sqrt{2}$. Как следует из (1) с учетом граничных условий, возбуждение бесселевых плазмонов возможно при выполнении условия:

$$1+\frac{\chi_1(q)\varepsilon_2(\omega)}{\chi_2(q)\varepsilon_1}=0, \qquad \chi_{1,2}=\sqrt{\frac{\varepsilon_{1,2}^2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}}\,. \tag{2}$$

Как видно из (2), поверхностный бесселев плазмон существует при условиях $\varepsilon_2(\omega)/\varepsilon_1<0$, $|\varepsilon_2|>\varepsilon_1$. Дисперсионное уравнение (2) по виду совпадает с соответствующим выражением для поверхностных волн в плосковолновом приближении. Однако, в отличие от плоских волн, данное дисперсионное уравнение связывает частоту с параметром конусности БСП:

$$q=k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}\,. \tag{3}$$

Рассмотрим теперь энергетические потоки, формируемые вблизи границы раздела диэлектрика и металла суперпозицией N ТН поляризованных бесселевых плазмонов с равными амплитудами и фазами. Принимая во внимание определение $\vec{S}=(c/8\pi)\,\mathrm{Re}(\vec{E}\times\vec{H}^*)$, получаем, что вектор Умова-Пойнтинга в диэлектрике представим в виде суммы потоков, формируемых каждым БП независимо, а также потока, являющегося результатом их интерференции:

$$S_{z,\varphi,\rho}=\sum_{l=1}^{N}S_{z,\varphi,\rho}^{(l)}+S_{z,\varphi,\rho}^{\mathrm{int}}\,. \tag{4}$$

Расчет показывает, что в металле вблизи границы раздела с диэлектриком отличными от нуля оказываются следующие компоненты вектора Умова-Пойнтинга:

$$S_z^{\mathrm{int}}=-\sum_{l=1}^{N}\sum_{\substack{n=1,\\ n\neq l,\\ n>l}}^{N}\frac{cn_1}{4\pi}\left|A_1^{TH}\right|^2\exp(-2\chi_{(ln)}z)\frac{\Delta\chi_{(\ln)}}{k_0n_1}\sin(\Delta m\varphi)\overline{F}^{(ln)}(\rho), \tag{5}$$

$$S_\varphi^{(l)}=\frac{c}{8\pi}\left|A_1^{TH}\right|^2 n_1\sin\gamma_{1(l)}F_2^{(l)}(\rho)\exp\left(-2\chi_{(ln)}z\right), \tag{6a}$$

$$S_\varphi^{\mathrm{int}}=\sum_{l=1}^{N}\sum_{\substack{n=1,\\ n\neq l,\\ n>l}}^{N}\frac{cn_1}{4\pi}\left|A_{inc}\right|^2\exp(-2\chi_{(ln)}z)\cos(\Delta m\varphi)\left[\sin\gamma_{1(l)}\overline{F}_2^{(ln)}(\rho)+\sin\gamma_{1(n)}\overline{F}_2^{(nl)}(\rho)\right], \tag{6b}$$

$$S_\rho^{\mathrm{int}}=\sum_{l=1}^{N}\sum_{\substack{n=1,\\ n\neq l,\\ n>l}}^{N}\frac{cn_1}{4\pi}\left|A_{inc}\right|^2\exp(-2\chi_{(ln)}z)\sin(\Delta m\varphi)\left[-\sin\gamma_{1(l)}\overline{F}_3^{(ln)}(\rho)+\sin\gamma_{1(n)}\overline{F}_3^{(nl)}(\rho)\right]\cdot \tag{7}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\overline{F}^{(ln)}(\rho)=\frac{J_{m-1}(q_{(l)}\rho)J_{m-1}(q_{(n)}\rho)+J_{m+1}(q_{(l)}\rho)J_{m+1}(q_{(n)}\rho)}{2},$$

$$F_2^{(l)}(\rho)=\frac{m}{q_{(l)}\rho}(J_m(q_{(l)}\rho))^2,\ \overline{F}_2^{(ln)}(\rho)=\frac{J_m(q_{(l)}\rho)(J_{m-1}(q_{(n)}\rho)+J_{m+1}(q_{(n)}\rho))}{2},$$

$$\overline{F}_3^{(ln)}(\rho)=\frac{J_m(q_{(l)}\rho)(J_{m-1}(q_{(n)}\rho)-J_{m+1}(q_{(n)}\rho))}{2},$$

$$\chi_{(ln)}=\frac{\chi_{1(l)}+\chi_{1(n)}}{2},\ \Delta\chi_{(\ln)}=\frac{\chi_{1(l)}-\chi_{1(n)}}{2},\ q_{(l)}=\frac{\omega}{c}n_1\sin\gamma_{1(l)}.$$

При этом индексы *l, n (l, n = 1…N)* обозначают БП, входящие в суперпозицию, $\gamma_{1(l)}$ – угол конусности *l*-го бесселева светового пучка суперпозиции; $\Delta m = m_l - m_n$, индекс «1» указывает параметры диэлектрика.

Как следует из соотношений (5)–(7), если образующие суперпозицию бесселевы плазмоны характеризуются различными параметрами q, а также различными топологическими зарядами, то вследствие интерференции БП генерируемые вблизи поверхности раздела энергетические потоки содержат компоненту, перпендикулярную указанной поверхности раздела. Кроме того, как показывает расчет (рисунок 1), поле, генерируемое бесселевыми плазмонами с топологическими зарядами m_1, m_2 различными как по абсолютному значению, так и по знаку, характеризуется существованием чередующихся областей с противоположно направленными азимутальными энергетическими потоками. При этом в приосевой области наблюдаются ярко выраженные максимумы субмикронного размера, число которых оказывается равным $m = m_1 + m_2$ (рисунок 2,а). Отметим, что, как показывает расчет, структура поля не изменяется при удалении от границы раздела, что свидетельствует о его квазибездифракционной природе.

Таким образом, суперпозиция двух плазмонов с топологическими зарядами, различными как по абсолютному значению, так и по знаку, позволяет формировать вблизи поверхности квазибездифракционный «мультиплазмон» с максимумами субмикронного размера. Его отличительной особенностью, как следует из (7), является существование как азимутального, так и радиального энергетических потоков (рисунок 2,б). Данные «мультиплазмоны» бесселева типа представляют интерес для манипулирования микро- и наночастицами, зондирования биологических клеток, в генной инженерии.

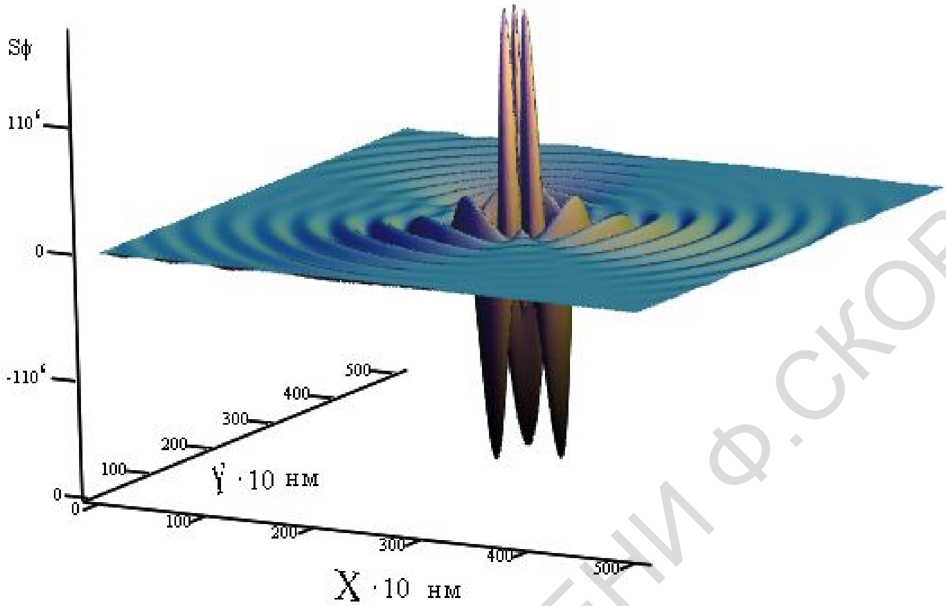


Рисунок 1 – Азимутальная компонента вектора Умова-Пойнтинга светового поля, формируемого внутри среды $n_3 = 1$(воздух) суперпозицией двух бесселевых плазмонов с $q = 1.04 \cdot 10^7$ м, генерированных бесселевыми световыми пучками с длиной волны $\lambda = 0{,}63$ мкм в структуре «стекло ($n = 1{,}51$) – толстый слой серебра – воздух», $z = \lambda / 3$; $m_1 = 1$, $m_2 = -2$

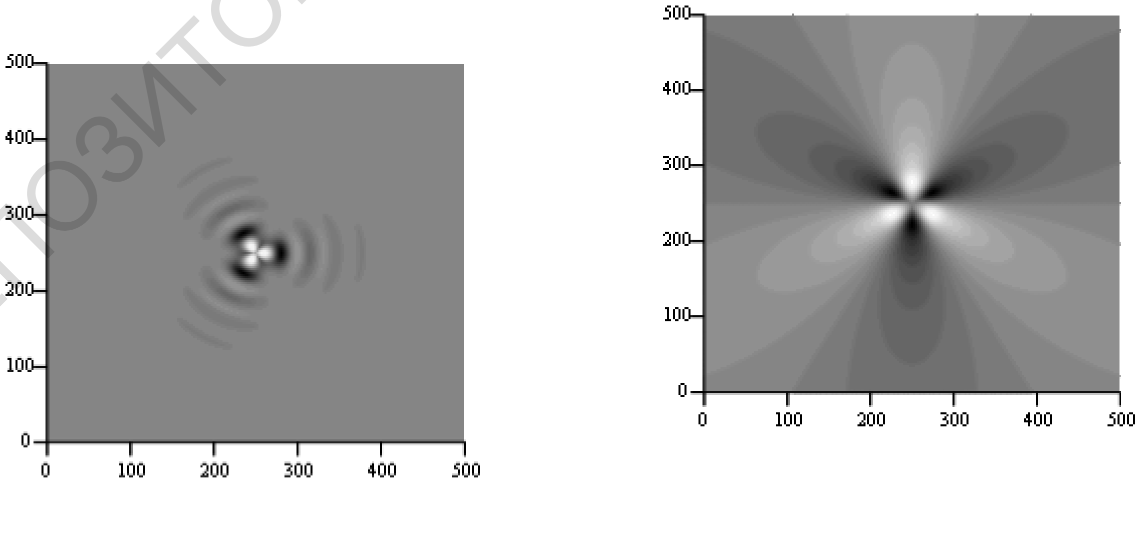


Рисунок 2 – Двумерное распределение модулей азимутальной (а) и радиальной (б) компонент вектора Умова-Пойнтинга светового поля, формируемого внутри среды $n_3 = 1$ (воздух) суперпозицией двух бесселевых плазмонов с $q = 1.04 \cdot 10^7$ м, генерированных бесселевыми световыми пучками с длиной волны $\lambda = 0{,}63$ мкм в структуре «стекло ($n = 1{,}51$) – толстый слой серебра – воздух». $z = \lambda / 3$; $m_1 = 1$, $m_2 = -2$

Литература

1. Barnes, W.L. Surface Plasmon sub-wavelength optics / W.L. Barnes, A. Dereux, T.W. Ebbesen / Nature. – 2003. – Vol. 424. – P. 824–830.

2. Zayats, A.V. Nano-optics of surface Plasmon polaritons / A.V Zayats, I.I.Smolyaninov, A.A. Maradudin // Phys. Rep. – 2005. – Vol. 408. – P. 131–140.

3. Sanchez-Gil, J.A. Near-field and far-field scattering of surface Plasmon polaritons by one-dimensional surface defects / J.A. Sanchez-Gil, A.A. Maradudin // Phys. Rev. – 1999. –Vol. B60. – P. 8359–8364.

4. Князев, Б.А. Поверхностные электромагнитные волны: от видимого диапазона до микроволн / Б.А. Князев, А.В. Кузьмин // Вестник НГУ. Серия: Физика. – 2007. – Т. 2. – С. 108–122.

5. Goncharenko, A.M. Surface bessel light beams / A.M. Goncharenko, N.A. Khilo, E.S. Petrova // Proc SPIE. – 2000. – Vol. 4358. – P. 245–249.

Г.С. Митюрич[1], В.В. Свиридова[2], А.Н. Сердюков[2]

[1]УО «Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации», Гомель, Беларусь
[2]УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ТЕРМООПТИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА В ГИРОТРОПНОМ ДВУХСЛОЙНИКЕ ПРИ ВСТРЕЧНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

При взаимодействии встречных электромагнитных волн в поглощающей среде имеет место явление туннельной интерференции [1-5], приводящее к резкому возрастанию коэффициента прозрачности среды и позволяющее управлять энергетическими параметрами интерференционного поля внутри слоя. В работе [2] экспериментально, исследовано явление туннельной электромагнитной интерференции в металлических пленках титана при взаимодействии двух встречных световых пучков, и было показано, что величина коэффициента прозрачности существенно зависит от интенсивности встречных световых пучков, разности их фаз, поляризации волн, а также диссипативных свойств образца. Влияние внешнего магнитного поля на эффективность управления интерференционным потоком в намагниченной поглощающей пластинке изучено в статье [6]. Авторы [7] исследовали возбуждение ультра- и гиперакустических колебаний в поглощающих конденсированных средах при импульсном нагреве их интерференционным потоком когерентного излучения и предложили метод определения скорости и затухания звука в образце.

Указанные эффекты в поглощающих естественно гиротропных или магнитоактивных средах должны иметь ряд особенностей, обусловленных возникновением в средах с пространственной дисперсией тонких оптических эффектов, например, связанных с проявлением естественного или магнитного циркулярного дихроизма. В работах [8, 9] показано, что естественная и вынужденная (эффект Фарадея) гиротропия исследуемого образца существенно влияет на механизм формирования фотоакустического (ФА) сигнала. В частности, изменяя величину реальной части параметра гирации, ответственной за удельное вращение плоскости поляризации световой волны, можно добиться увеличения на несколько порядков амплитуды ФА сигнала при неизменной напряженности поля взаимодействующих световых волн. Исследованию формирования фотодефлекционного отклика в условиях туннельной электромагнитной интерференции в изотропно-гиротропной среде посвящена работа [10].

Следует отметить, что явление туннельной интерференции проявляется также и для акустических волн. Например, в работе [11] исследована интерференция встречных продольных акустических волн в одномерной слоистой среде и показана возможность определения положения дефектного слоя. Экспериментальное подтверждение явления туннельной интерференции акустических волн на частотах $\nu \approx 10^5 - 10^6\,Гц$ проведено в [12].

Рассмотрим ниже особенности ФА преобразования в поглощающей гиротропной двухслойной среде при встречном взаимодействии электромагнитных волн произвольной поляризация в рамках метода газомикрофонной регистрации ФА сигнала. Источником тепловых волн будем считать плотность мощности диссипации энергии собственных волн в образце, которую определим на основе точного решения граничной задачи электродинамики.

Пусть две плоские монохроматические произвольно поляризованные электромагнитные волны с начальными фазами φ_0 и φ

$$\begin{cases} \vec{E}_0(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{i\left[\left(\vec{k}\vec{r}-\omega t\right)+\varphi_0\right]}, \\ \vec{H}_0(\vec{r},t) = \vec{H}_0 e^{i\left[\left(\vec{k}\vec{r}-\omega t\right)+\varphi_0\right]}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r},t) = E e^{i\left[\left(-\vec{k}\vec{r}-\omega t\right)+\varphi_0\right]}, \\ \vec{H}(\vec{r},t) = H e^{i\left[\left(-\vec{k}\vec{r}-\omega t\right)+\varphi_0\right]}, \end{cases} \tag{2}$$

распространяясь навстречу друг другу, нормально падают к поверхности двухслойного образца, составленного из изотропных гиротропных материалов, и, расположенного внутри прозрачной ФА ячейки [13] (см. рисунок 1). В уравнениях $k = (\omega/c)n$ n – волновой вектор, ω – циклическая частота, n – показатель преломления, $\vec{n}$ – волновая нормаль.

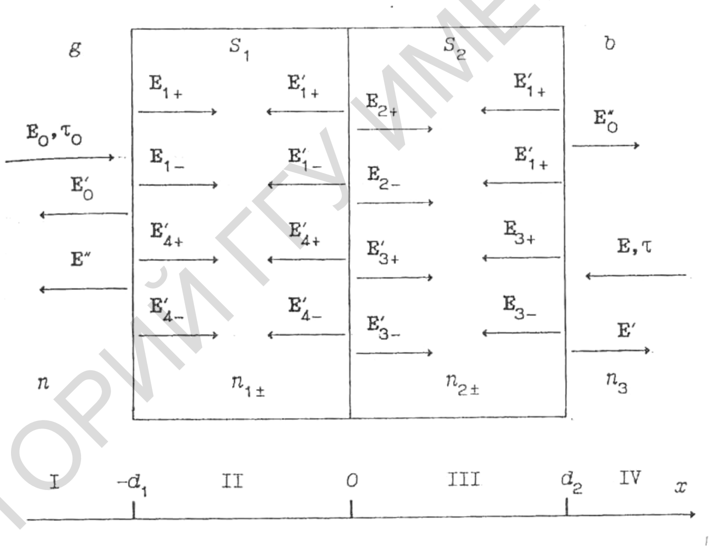


Рисунок 1 – Схема встречного взаимодействия двух электромагнитных волн в поглощающем гиротропном двухслойнике, расположенном в цилиндрической фотоакустической ячейке, d_1, d_2 – толщины гиротропных компонентов двухслойника

С использованием результатов решения граничной задачи и с учетом выражения для $Q_\pm$ [14],

$$Q_\pm = \frac{\omega}{8\pi}\left[\varepsilon''\left|\vec{E}_\pm\right|^2 + i\gamma''\left(\vec{E}_\pm^{\,*}\vec{H}_\pm - к.с.\right)\right]$$

после несложных, хотя и громоздких вычислений, получим выражения для скорости объемной диссипации энергии в каждом слое гиротропного поглощающего двухслойника:

$$Q = Q_+ + Q_{-1},\ Q_\pm = \left(Q_\pm + Q_\pm^{ИНТ}\right)^{II} + Q_\pm + \left(Q_\pm + Q_\pm^{ИНТ}\right)^{III}, \tag{3}$$

где

$$\left(Q_\pm\right)^{II} = R_\pm \exp\left(-\alpha_\pm x\right) + S_\pm \exp\left(\alpha_\pm x\right), \tag{4}$$

$$\left(Q_\pm^{ИНТ}\right)^{II} = T_\pm \cos\left(\frac{2\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1'}x\right)\exp\left(\pm\frac{2\omega}{c}\gamma_1''x\right), \tag{5}$$

$$\left(Q_\pm\right)^{III} = V_\pm \exp\left(-\beta_\pm x\right) + W_\pm \exp\left(\beta_\pm x\right), \tag{6}$$

$$\left(Q_\pm^{ИНТ}\right)^{III} = X_\pm \cos\left(\frac{2\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1'}x\right)\exp\left(\pm\frac{2\omega}{c}\gamma_1''x\right), \tag{7}$$

$$\alpha_\pm = \frac{2\omega}{c}n_{1\pm}'',\ \beta_\pm = \frac{2\omega}{c}n_{2\pm}''.$$

В (4)–(7) обозначено:

$$R_\pm = N_{1\pm}\left\{\left|\varepsilon_{1\pm}\right|^2 + \left\{\left|\varepsilon_{4\pm}'\right|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{1\pm}\varepsilon_{4\pm}'\right)\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\},$$

$$S_\pm = N_{1\pm}\left\{\left|\varepsilon_{1\pm}'\right|^2 + \left\{\left|\varepsilon_{4\pm}\right|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{1\pm}'\varepsilon_{4\pm}\right)\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\}.$$

$$T_\pm = 2N_{1\pm}\left\{\left|\varepsilon_{1\pm}'\right|^2 \mathrm{Re}\left(B^{(1)}\right) + \left|\varepsilon_{4\pm}\right|^2 + \mathrm{Re}\left(A^{(2)}\right) + \left[\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{1\pm}'\varepsilon_{4\pm}'\right) + \mathrm{Re}\left(\varepsilon_{1\pm}\varepsilon_{4\pm}\right)\right]\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\},$$

$$V_\pm = N_{2\pm}\left\{\left|\varepsilon_{2\pm}\right|^2 + \left\{\left|\varepsilon_{3\pm}'\right|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{2\pm}\varepsilon_{3\pm}'\right)\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\},$$

$$W_\pm = N_{2\pm}\left\{\left|\varepsilon_{2\pm}'\right|^2 + \left\{\left|\varepsilon_{3\pm}\right|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{2\pm}'\varepsilon_{3\pm}\right)\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\},$$

$$X_\pm = 2N_{2\pm}\left\{\left|\varepsilon_{2\pm}'\right|^2 \mathrm{Re}\left(A^{(1)}\right) + \left|\varepsilon_{3\mp}\right|^2 + \mathrm{Re}\left(B^{(2)}\right) + \left[\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{2\pm}'\varepsilon_{3\mp}'\right) + \mathrm{Re}\left(\varepsilon_{2\mp}\varepsilon_{3\pm}\right)\right]\cos\left(\varphi_0-\varphi\right)\right\}.$$

$$N_j = \frac{\omega}{4\pi}\sqrt{\varepsilon_j'}\left(\frac{\varepsilon_j''}{\sqrt{\varepsilon_j'}} \pm \gamma_j''\right),\ j = 1, 2.$$

Формулы (5) и (7) определяют интерференцонные составляющие диссипации энергии в каждом слое.

Далее выполним решение системы уравнения теплопроводности для каждой области фотоакустической ячейки

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{I}{\beta_{s_1}}\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{I}{2k_{s_1}}Q^{II}\left(I + e^{i\Omega t}\right), -d_1 \le x \le 0;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{I}{\beta_{s2}}\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{I}{2k_{s_2}} Q^{III}\left(I + e^{i\Omega t}\right), \quad 0_1 \le x \le d_2; \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{I}{\beta_{s_1}}\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \; \begin{cases} \beta_i = \beta_0, \; -\infty \langle x \langle -d_1; \\ \beta_i = \beta_1, \; d_2 \langle x \langle +\infty, \end{cases}$$

принимая в качестве плотности мощности тепловых источников величину диссипации энергии $(Q)^{II} = (Q_+)^{II} + (Q_-)^{II}$, $(Q)^{III} = (Q_+)^{III} + (Q_-)^{III}$, что позволяет найти распределение температурных полей в исследуемом образце.

Решение системы уравнений теплопроводности (8) с учетом граничных условий позволяет найти комплексную амплитуду температурного поля на границе гиротропный двухслойник – детекторный газ $(x = -d)$:

$$\theta_\pm = \frac{I}{\Delta}\left(E_{1\pm}\theta_{1\pm} + E_{2\pm}\theta_{2\pm} + E_{3\pm}\theta_{3\pm} + E_{4\pm}\theta_{4\pm} + \theta_\pm^{ИНТ}\right), \tag{9}$$

при этом

$$\theta_{1\pm} = (s_1 - s_2)(r_{1\pm} - I)\eta_{1\pm}^{-1} + 2(s - I)(s + r_{1\pm})\xi_2^{-1} - 2(s + I)(s - r_{1\pm})\xi_2,$$

$$\theta_{2\pm} = (s_1 - s_2)(r_{1\pm} + I)\eta_{1\pm} + 2(s - I)(s - r_{1\pm})\xi_2^{-1} - 2(s + I)(s + r_{1\pm})\xi_2,$$

$$\theta_{3\pm} = 2s\left((s + I)(I + r_{2\pm})\xi_2 - (s - I)(I + r_{2\pm})\xi_2^{-1} + 2(sr_{2\pm} - I)\eta_{2\pm}\right),$$

$$\theta_{4\pm} = 2s\left((s + I)(I + r_{2\pm})\xi_2 - (s - I)(I - r_{2\pm})\xi_2^{-1} - 2(sr_{2\pm} - I)\eta_{2\pm}^{-1}\right),$$

$$\theta^{ИНТ} = \frac{2\left\{\left(Q_\pm^{ИНТ}(0)\right)^{II} - \left(Q_\pm^{ИНТ}(0)\right)^{III}\right\}\left[(s - I)\xi_2^{-1} + (s + I)\xi_2\right] + 4S\left[Q_\pm^{ИНТ}(d_2)\right]^{III}}{k_{s1}\sigma_{s1}},$$

$$s_1 = (s - I)^2\xi_1\xi_2^{-1} - (s + I)^2\xi_1\xi_2, \quad s_2 = \left(s^2 - I\right)\left(\xi^{-1}\xi_2 - \xi_1^{-1}\xi_2^{-1}\right),$$

$$\Delta = (s_0 + I)s_1 + (s_0 - I)s_2, \; \xi_j = \exp\left(\sigma_{sj} d_j\right), \; \eta_{1+} = \exp\left(-\alpha_\pm d_1\right),$$

$$\eta_{2+} = \exp\left(-\beta_\pm d_2\right), \; s_0 = \frac{k_0\sigma_0}{k_{s1}\sigma_{s1}}, \; s = \frac{k_{s2}\sigma_{s2}}{k_{s1}\sigma_{s1}}, \; r_{1\pm} = \frac{\alpha_\pm}{\sigma_{s1}}, \; r_{2\pm} = \frac{\beta_\pm}{\sigma_{s2}}.$$

В уравнении (9) член $\theta_\pm^{ИНТ}$ учитывает интерференционные вклады каждого слоя в диссипацию энергии, а пары величин $E_{1\pm}$, $E_{2\pm}$ и $E_{3\pm}$, $E_{4\pm}$ определяют собой суммарные амплитуды волн в первом и втором слоях.

Характерные особенности формирования ФА сигнала при встречном взаимодействии световых волн в естесвенно-гиротропном двухслойнике в зависимости от интенсивностей взаимодействующих пучков I_0, I, частоты модуляции Ω падающего излучения, разности начальных фаз $\Delta\varphi$ и действительной части γ' параметра гирации представлены на рисунках 2–5.

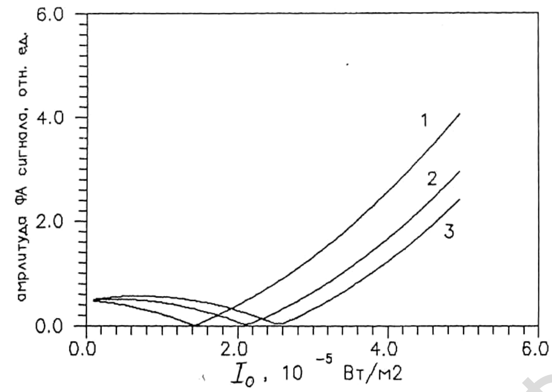


Рисунок 2 – Зависимость амплитуды ФА сигнала от интенсивности I_0 при различных значениях разности начальных фаз $\Delta\varphi$ взаимодействующих световых пучков

$$1-\Delta\varphi = 0^o,\ 2-\Delta\varphi = 45^o,\ 3-\Delta\varphi = 90^o$$

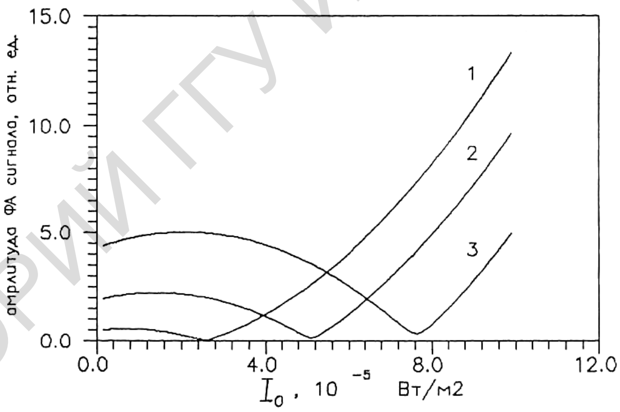


Рисунок 3 – Зависимость амплитуды ФА сигнала q от действительной части γ' гирации при различных значениях разности начальных фаз

$$(\tau_0 = +1,\ \tau = 0,\ s = 3{,}9)$$

$$1-\Delta\varphi = 0\,рад,\ 2-\Delta\varphi = \pi/4\ рад$$

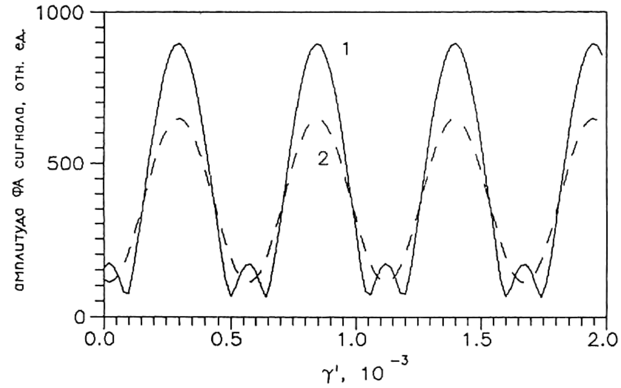


Рисунок 4 – Зависимость амплитуды ФА сигнала q от действительной части γ' гирации при различных значениях разности начальных фаз

$$(\tau_0 = -1,\ \tau = 0,\ s = 3{,}9)$$

$$1 - \Delta\varphi = 0\,рад,\ 2 - \Delta\varphi = \pi/4\,рад$$

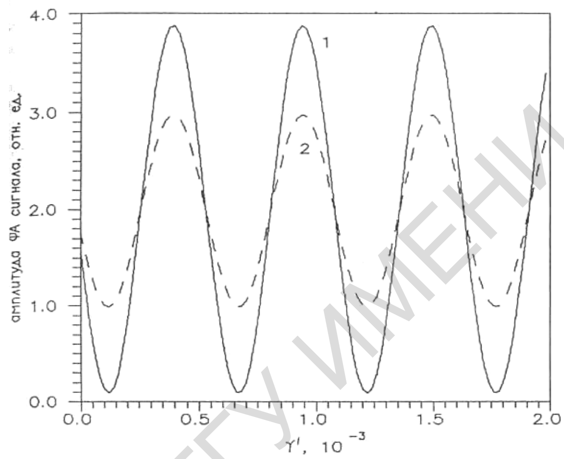


Рисунок 5 – Зависимость амплитуды ФА сигнала q от действительной части γ' гирации при различных значениях разности начальных фаз

$$(\tau = 0,\ s = 30)$$

$$1 - \Delta\varphi = 0\,рад,\ \tau_0 = -1,\ 2 - \Delta\varphi = \pi/4\,рад,\ \tau_0 = -1,\ 3 - \Delta\varphi = 0\,рад,$$

$$\tau_0 = +1,\ 4 - \Delta\varphi = \pi/4\,рад,\ \tau_0 = +1$$

Анализ результатов

Анализ полученного выражения выполним для гиротропной структуры, образованной кубическим кристаллом германата висмута $Bi_{12}GeO_{20}$ и вырезанного вдоль оптической оси одноосным кристаллом йодата лития $LiIO_3$. Постоянными в расчетах принимались следующие параметры:

$$d_1 = 5 \cdot 10^{-4}\,м,\ d_2 = 1 \cdot 10^{-2}\,м,\ \lambda = 5{,}5 \cdot 10^{7}\,м,\ \varepsilon_1' = 6{,}53,\ \varepsilon_1'' = 1 \cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_2' = 3{,}61,\ \varepsilon_2'' = 2{,}5 \cdot 10^{-3},\ \rho_{s1} = 9200\,кг/м^3,\ c_{s1} = 356{,}15\ \ Дж/к \cdot К,$$

$$\rho_{s2} = 4500\,кг/м^3,\ c_{s2} = 200\ \ Дж/к \cdot К,\ k_{s1} = 0{,}6285\ \ Вт/м \cdot К,$$

$$k_{s2} = 46{,}09 \ \ Bm/м \cdot K.$$

На графике зависимости амплитуды ФА отклика, от интенсивности I_0 одной из взаимодействущих волн (рисунок 2) обнаружен эффект полного подавления сигнала, причем сдвиг точки, минимума определяется разностью начальных фаз $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ встречных световых волн.

Весьма существенно влияние параметра γ_1', ответственного за удельное вращение плоскости поляризации, на величину ФА сигнала, при изменении $\Delta\varphi$ и состояние поляризации взаимодействующих мод (рисунок 3, 4), при этом S = 3,9). Увеличение отношения тепловых импедансов компонентов гиротропной слоистой структуры (S = 30) приводит к уменьшению амплитуды ФА сигнала и изменяет вид функциональной зависимости (рисунок 5). Как следует из приведенных графиков (рисунок 3–5), амплитуда ФА сигнала в зависимости от параметра γ_l' может возрастать на несколько порядков.

Явления туннельной интерференции встречных волн различной физической природы представляет интерес не только с теоретической точки зрения, но имеет так же и прикладной аспект. На основе эффекта туннельной интерференции предложен способ передачи потоков энергии через сильно поглощающие среды [15], на порядки повышающий эффективность передачи сигналов в радио- и оптических каналах с значительными затуханиями. В [16] предложен способ индукционного нагрева изделий из электропроводных материалов, где использование туннельной интерференции увеличивает КПД нагрева в сравнении с обычным индукционным нагревом на 50 – 100 %.

Еще одним важным направлением технического применения туннельной интерференции встречных волн является способ синтеза голограммы длинноволнового приближения [17]. Указанные голограммы могут иметь размеры длины волны и эффективно преобразовывать модовую структуру электромагнитного поля. В частности, подобные электромагнитные интерференционные преобразователи могут исполь-зоваться в качестве антенн направленного излучения в СВЧ диапазоне.

Безусловно, обнаружение эффекта подавления фотоакустического сигнала, а также способ эффективного управления амплитудно-фазовыми характеристиками результирующего отклика могут лечь в основу разработки новых методов [18] лазерной фотоакустической диагностики функциональных и конструкционных структур и материалов, а также создания элементной базы акустооптики, квантовой и оптической электроники, включая наноэлектронику.

Заключение

Таким образом, в работе исследована термооптическая генерация звука в поглощающем гиротропном двухслойнике при встречном взаимодействии элетромагнитных волн. Обнаружен эффект полного подавления величины фотоакустического сигнала в условиях туннельной электромагнитной интерференции.

Показана возможность управления амплитудно-фазовыми характеристиками фотоакустического сигнала, основанная на изменении величины удельного вращения плоскости поляризации, разности начальных фаз и состояния поляризации взаимодействующих световых волн в поглощающей естественно гиротропном двухслойной среде.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Государственной комплексной программы научных исследований Республики Беларусь «Фотоника 3.03».

Литература

1. Сидоренков, В.В. Эффект туннельной электромагнитной интерференции в металлических пленках / В.В. Сидоренков, В.В. Толмачев // Письма в ЖТФ. – 1989. – Т. 15. – Вып. 21. – С. 34–37.

2. Сидоренков, В.В. Эффекты электромагнитной интерференции в металлических пластинах / В.В. Сидоренков, В.В. Толмачев // Письма в ЖТФ. – 1990. – Т. 16. – Вып. 3. – С. 20–25.

3. Баркладзе, Р.В. Интерференционная прозрачность плоскопараллельной пластинки при падении на нее с двух сторон плоских электромагнитных волн / Р.В. Баркладзе, Н.Б. Брант, В.В. Толмачев // Механика сплошной среды / Сб. науч. тр. – М. : 1981. – С. 3–46.

4. Санников, Р.Г. Интерференция встречных волн в невзаимной киральной среде // Р.Г. Санников, Д.И. Семенцов // Письма в ЖТФ. – 2007. – Т. 33. – Вып. 23. – С. 19–26.

5. Афанасьев, С.А. Потоки энергии при интерференции электромагнитных волн / С.А. Афанасьев, Д.И. Семенцов // УНФ. – 2008. – Т. 178. – С. 377–384.

6. Афанасьев, С.А. Туннельная интерференция встречных волн в области отрицательной магнитной проницаемости / С.А. Афанасьев, Д.И. Семенцов // ЖТФ. – 1997. – Т. 67. – № 67. – С. 77–80.

7. Ивакин, Е.В. Термическое интерференционно-оптическое возбуждение ультразвуковых волн в конденсированных средах / Е.В. Ивакин, И.П. Петрович, А.С. Рубанов // Квантовая электроника. – 1977. – Т. 4. – № 11. – С. 2421–2426.

8. Mityurich, G.S. Photoacoustic transformation in gyrotropic media at interaction of two light beams / G.S. Mityurich, V.P. Zelyony, A.N. Serdyukov // Proc. 5th Spring School on Acoustooptics and Applications. SPIE – 1992. – Vol. 184. – P. 309–318.

9. Mityurich, G.S. Photoacoustic transformation in magnetically active under the interaction of opposing light waves / G.S. Mityurich, V.P. Zelyony, A.P. Zelyony A.N.Serdyukov // Journ. de Phys. IV Colloque C7. – 1994. – Vol. 4. – P. C7-769–C7-772.

10. Астахов, П.В. Фотодефлекционный отклик гиротропно-изотропного образца в условиях туннельной электромагнитной интерференции / П.В. Астахов, Г.С. Митюрич / Письма в ЖТФ. – 1998. – Т. 24. – № 15. – С. 85–90.

11. Карабутов, А.А. Интерференция встречных продольных акустических волн в изотропной поглощающей пластинке и периодической структуре с дефектами / А.А. Карабутов, В.В. Кожушко, И.М. Пеливанов, Г.С. Митюрич // Акуст. журн. – 2001. – Т. 47. – № 6. – С. 890–896.

12. Сидоренко, В.В. Эффект туннельной интерференции полей произвольной физической природы и его технические приложения / В.В.Сидоренко, В.В. Толмачев // SciTecLibrary / 02.04.2008 / http: // www. sciteclibrary.ru/rus/catalog pages/ 9021.html /.

13. Caher, D. Photoacoustic cell for reflection and transition measurements / D. Caher // Rev. Sci. Instrum. – 1981. – Vol. 52. – № 9. – P. 1306–1310.

14. Митюрич, Г.С. Фотоакустическая спектроскопия гиротропных слоистых образцов / Г.С. Митюрич, В.В. Свиридова, А.Н. Сердюков // ЖПС. – 1990. – Т. 53. – № 4. – С. 611–617.

15. А.с. № 1689925. Способ передачи электромагнитных сигналов через тонкопленочную среду // Б.И. – 1991. – № 41.

16. А.С. № 1707782. Способ индукционного нагрева плоского изделия из электропроводного материала // Б.И. – 1992. – № 3.

17. Патент № 2089027. Объемное голографическое антенное устройство // Б.И. – 1997. – № 24.

18. Заявка на изобретение № 200912779. Комбинированная система фотоакустической индукции и ультразвуковой визуализации // Б.И. – 2011. – № 3.

И.В. Семченко[1], С.А. Хахомов[1],
Е.В. Наумова[2], В.Я. Принц[2], С.В. Голод[2], В.В. Кубарев[3]

[1]УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь
[2]Институт физики полупроводников имени А.В. Ржанова СО РАН,
Новосибирск, Россия

[3]Институт ядерной физики имени Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, Россия

СИЛЬНЫЕ КИРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА МЕТАМАТЕРИАЛОВ, СОЗДАННЫХ НА ОСНОВЕ СПИРАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, В ТЕРАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНЕ

Введение

Принципиальная новизна и научное значение создания метаматериалов из трехмерных оболочек, формируемых из напряженных нанопленок [1–4], заключается в переходе от двумерных элементов-резонаторов к трехмерным, прецизионности размеров резонаторов (вплоть до атомарного уровня) с характерными размерами от микрометров до нанометров, разнообразии возможных форм и материалов элементов-резонаторов (диэлектрики, металлы, полупроводники). Принцип фор-мирования оболочки из напряженной пленки иллюстрирует рисунок 1.

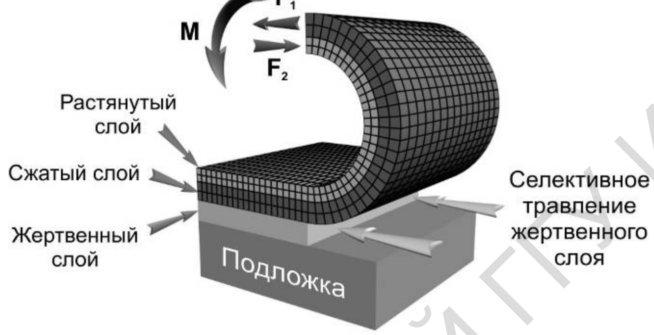


Рисунок 1 – Схема сворачивания двухслойной напряженной пленки при её отсоединении от подложки. Отсоединенная от подложки пленка изгибается под действием момента сил М, вызванного внутренними напряжениями в растянутом и сжатом слоях

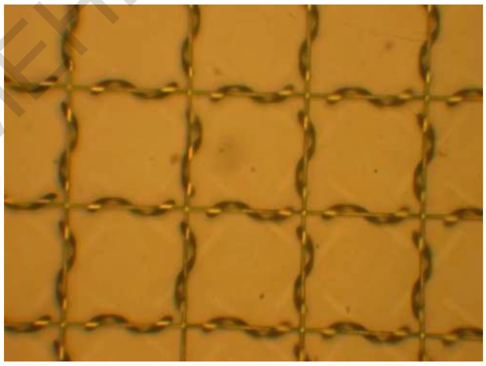


Рисунок 2 – Фотография массива спиралей (квадратная сетка на фото – негативный фоторезист из полимерного материала, толщина около 1 мкм)

С помощью трехмерных конструкций оболочек-резонаторов электромагнитный отклик метаматериала задается во всех трех измерениях, что является новым шагом в области метаматериалов для ТГц диапазона и позволяет создавать метаматериалы с принципиально новыми свойствами. Данная технология в настоящее время является единственной нанотехнологией, которая может обеспечить массовое формирование ТГц-метаматериалов на основе гладких резонансных трехмерных спиралей, в том числе объемных метаматериалов.

1. Спиральная модель молекул вещества применительно к искусственной структуре с большой киральностью

При рассмотрении электромагнитной модели обычной (некиральной) среды предполагают, что она описывает свойства сплошной среды. Киральные же свойства связаны с проявлением дискретной структуры среды. Линейные размеры спирали могут быть малыми по сравнению с длиной волны, а длина проволоки, из которой изготовлена спираль, может быть порядка длины волны, что обеспечивает условие резонанса. В этом случае киральность уже не является малой величиной и свойства киральной среды могут кардинально отличаться от свойств зеркально симметричной среды не только за счет накопления малого эффекта, как в явлении оптической активности [5–9].

При изучении искусственных анизотропных структур с особыми свойствами, так называемых метаматериалов, важен не только феноменологический подход, базирующийся на основных физических положениях: законе сохранения энергии электромагнитного поля, принципе симметрии кинетических коэффициентов Онзагера-Казимира, учете кристаллографи-ческой симметрии среды. При анализе свойств метаматериалов возрастает роль микротеории, которая позволяет рассматривать конкретные механизмы резонансного возбуждения элементов структуры.

В настоящее время наблюдается явная тенденция к созданию и исследованию метаматериалов для ТГц диапазона, поскольку в настоящее время техника ТГц диапазона активно развивается и вместе с тем ассортимент электромагнитных свойств существующих материалов в этом диапазоне очень небогат, например, отсутствуют материалы с эффективными нелинейными, киральными и др. свойствами, широко используемые в оптическом диапазоне. Поэтому концепция метаматериалов особенно востребована в ТГц диапазоне.

Нами определено комплексное входное сопротивление одновитковой спирали

$$Z_{вх} = \frac{U}{I} = -j\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\pi r^2 h \frac{1}{\alpha^{(11)}{}_{me}}, \qquad (1)$$

где $U = E_x h$ – напряжение на концах спирали, h – шаг спирали, I – сила тока в спирали, j – мнимая единица, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные соответственно, r – радиус спирали, $\alpha^{(11)}{}_{me}$ – компонента псевдотензора, характеризующего киральные свойства спирали, индекс 1 обозначает ось OX, ориентированную вдоль оси спирали. Тогда коэффициент ослабления поля внутри металла τ может быть написан в следующей форме:

$$\tau = j\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\rho}{\pi r^2 S_{np}\sin\psi}\alpha^{(11)}{}_{me}, \qquad (2)$$

где S_{np} – площадь сечения проводника, ψ – угол подъема спирали, ρ – удельное сопротивление проводника.

Можно определить циркулярный дихроизм структуры

$$D = \frac{1}{2}\frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-}, \qquad (3)$$

где T_+ и T_- – коэффициенты прохождения правой и левой циркулярно поляризованных волн.

2. Сравнение экспериментальных результатов и численного моделирования

Экспериментальная реализация описанных метаматериалов на основе спиралей для терагерцового диапазона возможна с помощью недавно развитого российскими учеными метода точного 3D наноструктурирования [1–4].

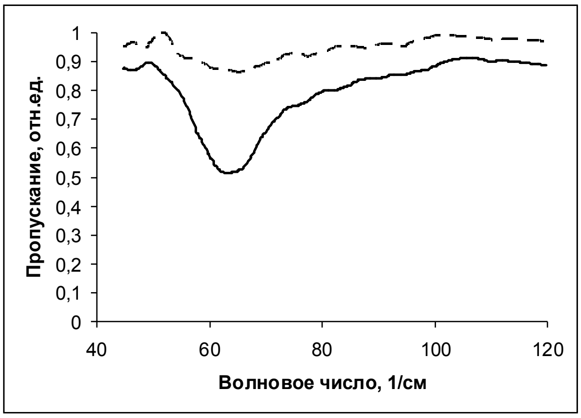
В Институте физики полупроводников СО РАН были изготовлены образцы, которые представляют собой квадратную решетку из спиралей, закрепленных на подложке сеткой из резиста, спирали прилегают к подложке и резисту в центре, остальная часть спирали находится в воздухе (рисунок 2).

Параметры полоски в развернутом состоянии следующие: длина – 77 мкм, ширина – 6 мкм. Полоски сделаны из четырехслойной пленки $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs/Ti/Au$ (16/40/3/65нм), в средней части спираль обращена к подложке стороной $In_{0.2}Ga_{0.8}As$. Угол подъема спирали – 52–53 градуса, диаметр – 11 мкм. Период структуры 84 мкм.

Используемый угол подъема спирали, равный 52–53°, является оптимальным для получения образцов с максимальными гиротропными свойствами, как показано в [10, 11].

Образцы изготовлены с разными размерами – максимальный 2 см на 3 см. Подложка GaAs нелегированная, толщина подложки 400 мкм.

В Институте ядерной физики СО РАН были проведены экспериментальные исследования свойств изготовленных образцов, результаты которых приведены на рисунках 3, 5. На рисунках 4–6 приведены результаты численного моделирования свойств искусственной анизотропной структуры.



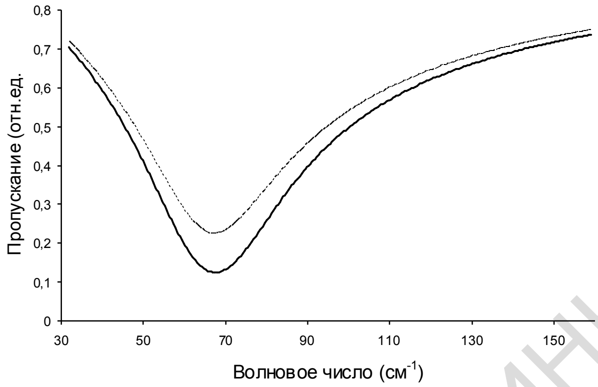
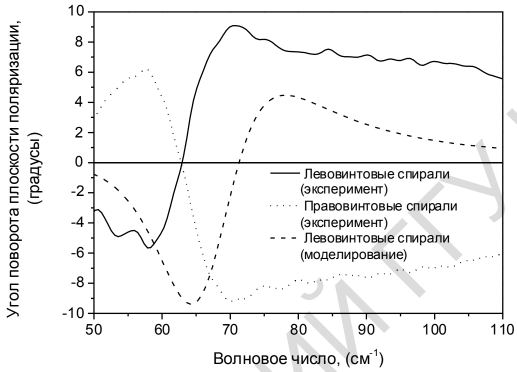


Рисунок 3 – Спектры пропускания массива левовинтовых спиралей в зависимости от типа поляризации излучения:
- левая круговая поляризация (сплошная линия);
- правая круговая поляризация (штриховая линия)

Рисунок 4 – Спектры пропускания массива левовинтовых спиралей в зависимости от типа поляризации излучения (моделирование):
- левая круговая поляризация (сплошная линия);
- правая круговая поляризация (штриховая линия)



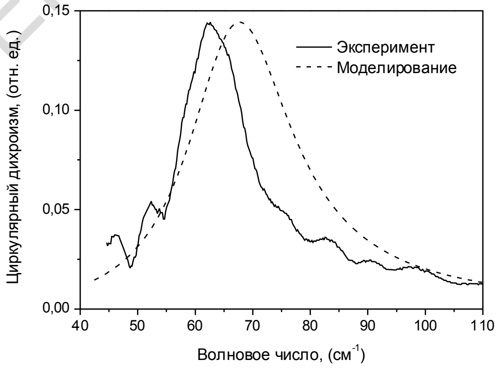


Рисунок 5 – Угол поворота плоскости поляризации проходящего излучения массивом левовинтовых (сплошная линия) и правовинтовых (точечная линия) спиралей.
Результаты моделирования для массива левовинтовых спиралей (штриховая линия).
Наблюдатель смотрит навстречу волне, положительный отсчет угла – по часовой стрелке

Рисунок 6 – Циркулярный дихроизм массива левовинтовых спиралей рассчитанный из эксперимента (см. рисунок 3) по формуле 3 (сплошная линия) и результаты моделирования (штриховая линия)

Заключение

На примере образца проведено численное моделирование свойств искусственной киральной структуры, а также сравнение с экспериментальными результатами взаимодействия структуры с электромагнитным излучением в ТГц диапазоне.

В результате сравнения экспериментальных графиков и результатов моделирования можно сделать вывод, что предложенная модель удовлетворительно описывает свойства искусственной структуры с большой киральностью. Максимальные значения угла поворота плоскости поляризации волны и циркулярного дихроизма, рассчитанные на основании предложенной модели, соответствуют наблюдаемым в эксперименте. Частотная зависимость рассчитанных величин, характеризующих киральные свойства среды, вблизи резонанса качественно согласуется с экспериментальными данными [12].

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ) – проект № Ф10Р-230, Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) – проекты 08-02-01434, 09-02-12303-офи_м, 10-02-90050-Бел_а, программы Сибирского отделения РАН – интеграционный междисциплинарный проект №24.

Литература

1. V.Ya. Prinz, V.A. Seleznev A.K. Gutakovsky [et al.] // Physica E. – 2000. – Vol. 6. – P. 828.

2. Наумова, Е.В. / Е.В. Наумова, В.Я. Принц // Патент РФ № 2317942. – 2008.

3. E.V. Naumova, V.Ya. Prinz, V.A. Seleznev [et. al.] // Proc. Metamaterials 2007. – Rome, Italy. – 2007. – P. 74.

4. E.V. Naumova, V.Ya. Prinz, S.V. Golod [et. al.] // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2009. – Vol. 45. – № 4. – P. 292.

5. Федоров, Ф.И. Теория гиротропии / Ф.И. Федоров. – Минск: Наука и техника, 1976. – 452 с.

6. Бокуть, Б.В. / Б.В. Бокуть, А.Н. Сердюков // ЖЭТФ. – 1971. – Т. 61. – № 5. – С. 1808.

7. Ландсберг, Г.С. Оптика / Г.С. Ландсберг. – М.: Наука, 1978. – 926 с.

8. Ландау, Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М., 1982. – 620 с.

9. Агранович, В.М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. – М. : Наука, 1979. – 432 с.

10. Semchenko, I.V. / I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, A.L. Samofalov // Bianasotropics' 2004, 10th International Conference on Complex Media and Metamaterials, Het Pand, Ghent, Belgium. 22–24 September. – 2004. – P. 74.

11. Semchenko, I.V. / I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, A.L. Samofalov // Electromagnetics. – 2006. – Vol. 26. – № 3–4. – P. 219.

12. И.В. Семченко, С.А. Хахомов, Е.В. Наумова, В.Я. Принц, С.В. Голод, В.В. Кубарев // Кристаллография. – 2011. – Т. 56. – № 3. – С. 404–411.

Н.И. Стаськов, И.В. Ивашкевич

УО «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова», Могилев, Беларусь

СПЕКТРАЛЬНАЯ ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СЛОЕВ НА ОДНООСНЫХ ПОДЛОЖКАХ

Широкое применение в опто- и микроэлектронике полупроводниковых слоев, которые наносятся на одноосные диэлектрические подложки, сопряжено с необходимостью совершенствования оптических методов контроля их параметров.

В данной работе разрабатывается метод спектральной эллипсометрии для определения толщины кремниевого слоя и параметров переходной зоны системы монокристаллический кремниевый слой (cSi) – одноосная диэлектрическая подложка из сапфира (Al_2O_3). Эта структура получила широкое распространение для изготовления интегральных микросхем, светодиодов и т.д.

В работе [1] был предложен метод определения ориентации оптической оси одноосной подложки, основанный на обработке экспериментальных данных $tg\Psi(\alpha)$ и $\cos\Delta(\alpha)$, полученных путем вращения одноосного образца относительно оси, перпендикулярной его поверхности ($0^o \le \alpha \le 360^o$). Для получения спектров поляризационных углов использовался автоматизированный спектральный эллипсометр ES-2 с бинарной модуляцией состояния поляризации света [2]. Данный метод позволяет определить угол θ между вектором оптической оси **c** и нормалью к подложке и угол $\Delta\alpha$ между проекцией вектора **c** на плоскость подложки и некоторым реперным вектором **a**, лежащим в этой плоскости. В результате применения этого метода для пластины монокристалла сапфира были определены углы $\theta = 58^o$ и $\Delta\alpha = 105^o$.

Решение обратной задачи спектральной эллипсометрии для исследуемых образцов базировалось на основном уравнении для оптической модели, которая включала изотропный слой cSi (n_1, k_1, h_1), переходной слой (n_2, k_2, h_2) и одноосную подложку Al_2O_3 (n_o, n_e), оптическая ось **c**, которой лежит в плоскости падения излучения и составляет угол θ с нормалью к границе раздела (рисунок 1).

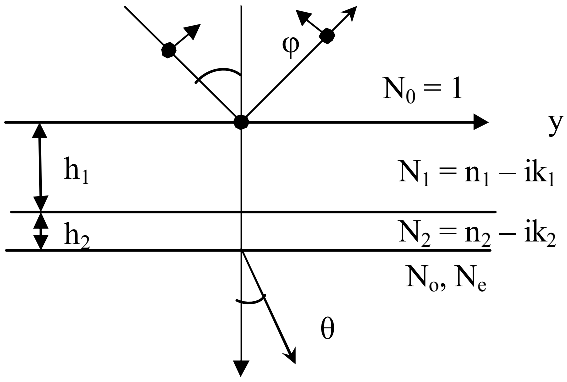


Рисунок 1 – Оптическая модель исследуемого образца

Данная модель была выбрана из-за того, что между сапфировой подложкой и слоем монокристаллического кремния существует переходной слой, отличающийся по свойствам от монокристаллического, возникновение которого обусловлено различием физико-химических свойств кремния и сапфировой подложки [3]. Мы предположили, что оптические характеристики слоя кремния и сапфира можно определить независимо по их спектрам поляризационных углов. Благодаря этому 10 пара-метрическая задача сводится к определению лишь четырех важнейших параметров (h_1, n_2, k_2 и h_2) структуры $cSi – Al_2O_3$.

Основное уравнение эллипсометрии для выбранной модели имеет вид [4]:

$$tg\Psi e^{i\Delta} = \frac{R_p}{R_s}, \tag{1}$$

где

$$R_{s,p} = \frac{r_1^{s,p} + r_{23}^{s,p} e^{-i2\beta_2}}{1 + r_1^{s,p} r_{23}^{s,p} e^{-i2\beta_2}}, \quad r_1^{s,p} = \frac{r_{01}^{s,p} + r_{12}^{s,p} e^{-i2\beta_1}}{1 + r_{01}^{s,p} r_{12}^{s,p} e^{-i2\beta_1}},$$

$$r_{01}^{s} = \frac{N_0 \cos\varphi - \eta_1}{N_0 \cos\varphi + \eta_1}, \quad r_{01}^{p} = \frac{N_1^2 \cos\varphi - N_0 \eta_1}{N_1^2 \cos\varphi + N_0 \eta_1},$$

$$r_{12}^{s} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2}, \quad r_{12}^{p} = \frac{N_2^2 \eta_1 - N_1^2 \eta_2}{N_2^2 \eta_1 - N_1^2 \eta_2},$$

$$r_{23}^{s}=\frac{N_o^2(\eta_2-\eta_3)(N_o^2\eta_2+\eta_4)S_2^2+(\eta_2-\eta_4)(\sin\varphi S_1-\eta_4 S_3)((N_o^2\eta_2+\eta_3)\sin\varphi S_1-(N_o^2\eta_2\eta_3+\eta_4^2)S_3)}{N_o^2(\eta_2+\eta_3)(N_o^2\eta_2+\eta_4)S_2^2+(\eta_2+\eta_4)(\sin\varphi S_1-\eta_4 S_3)((N_o^2\eta_2+\eta_3)\sin\varphi S_1-(N_o^2\eta_2\eta_3+\eta_4^2)S_3)},$$

$$r_{23}^{p}=\frac{N_o^2(\eta_2-\eta_3)(N_o^2\eta_2-\eta_4)S_2^2+(\eta_2+\eta_4)(\sin\varphi S_1-\eta_4 S_3)((N_o^2\eta_2-\eta_3)\sin\varphi S_1-(N_o^2\eta_2\eta_3-\eta_4^2)S_3)}{N_o^2(\eta_2+\eta_3)(N_o^2\eta_2+\eta_4)S_2^2+(\eta_2+\eta_4)(\sin\varphi S_1-\eta_4 S_3)((N_o^2\eta_2+\eta_3)\sin\varphi S_1-(N_o^2\eta_2\eta_3+\eta_4^2)S_3)},$$

$$\eta_1=(N_1^2-N_0^2\sin^2\varphi)^{1/2},$$

$$\eta_2=(N_2^2-N_0^2\sin^2\varphi)^{1/2},$$

$$\eta_3=\frac{-\sin\varphi q_2+(N_o^2(N_e^2 q_1-\sin^2\varphi(N_o^2+(N_e^2-N_o^2)(1-S_2^2))))^{1/2}}{q_1},$$

$$\eta_4=(N_o^2-N_0^2\sin^2\varphi)^{1/2},$$

$$\beta_1=2\pi h_1\lambda(N_1^2-N_0^2\sin^2\varphi)^{1/2},$$

$$\beta_2=2\pi h_2\lambda(N_2^2-N_0^2\sin^2\varphi)^{1/2},$$

$$q_1=N_o^2-(N_e^2-N_o^2)S_1^2,\quad q_2=(N_e^2-N_o^2)S_1S_2,$$

$$S_1=\cos\theta,\ S_2=\sin\theta\cos\gamma,\ S_3=\sin\theta\sin\gamma,\ \gamma=\frac{\pi}{2}.$$

Сначала были определены дисперсионные зависимости показателей преломления обыкновенных n_o и необыкновенных n_e лучей монокристалла сапфира. Для этого были получены спектры $tg\Psi_e(\lambda)$ и $\cos\Delta_e(\lambda)$ сапфировой подложки при угле падения излучения $\varphi = 65^o$. При этом находилось такое положение образца, при котором его оптическая ось лежит в плоскости падения излучения. Уравнение (1) для $h_1 = 0$ и $h_2 = 0$ содержит всего лишь две неизвестные функции $n_o(\lambda)$ и $n_e(\lambda)$ и решается методом наименьших квадратов. При этом дисперсионные зависимости $n_o(\lambda)$ и $n_e(\lambda)$ описываются формулами Коши

$$n_{o,e}(\lambda)=a_{o,e}+\frac{b_{o,e}}{\lambda^2}+\frac{c_{o,e}}{\lambda^4}.$$

Из всех возможных параметров $a_{o,e}$, $b_{o,e}$, $c_{o,e}$ выбирались такие, при которых функционал невязки

$$\sigma^2=\frac{1}{m}\sum_i\left(\Delta_{ei}-\Delta_i\right)^2+\left(\Psi_{ei}-\Psi_i\right)^2 \qquad (2)$$

был минимальным (Δ_{ei}, Ψ_{ei}, Δ_i, Ψ_i – измеренные и рассчитанные поляризационные углы соответственно, m – число экспериментальных точек в спектре). На рисунке 2 представлены полученные зависимости $n_o(\lambda)$ и $n_e(\lambda)$ монокристалла сапфира. Эти данные хорошо согласуются с известными.

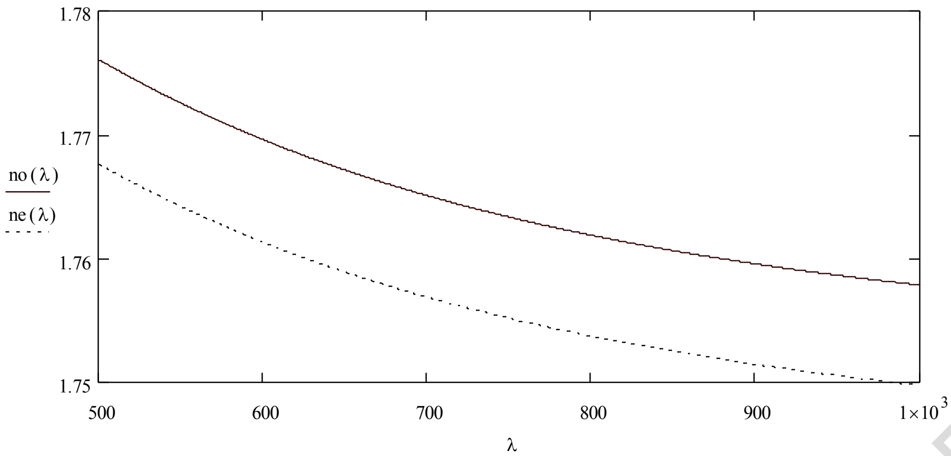


Рисунок 2 – Рассчитанные дисперсионные зависимости $n_o(\lambda)$ и $n_e(\lambda)$ монокристалла сапфира

Спектральные зависимости $tg\Psi_e(\lambda)$ и $\cos\Delta_e(\lambda)$ (рисунок 3) системы cSi – Al_2O_3 были измерены при угле падения излучения φ =70º. При этом образец располагался также, как и при исследовании чистого сапфира. Спектры показателя преломления монокристаллического кремния $N_2(\lambda)$ определены нами ранее при исследовании толстых (3 мм) пластин [5]. Они хорошо согласуются с известными. Параметры переходного слоя n_2, k_2, h_2 и толщину слоя cSi h_1 определяли методом наименьших квадратов. Из полученных решений, выбирались такие, при которых функционал невязки (2) был минимальным. Результаты расчетов двух образцов с разной толщиной слоя кремния на сапфировой подложке представлены в таблице. На рисунке 3 представлены экспериментальные и рассчитанные спектры $tg\Psi(\lambda)$ и $\cos\Delta(\lambda)$ для образца № 1.

Таблица 1

Параметры	Образец № 1	Образец № 2
n_2	3,722	3,752
k_2	0,0418	0,0385
h_2, нм	46	56
h_1, нм	250	543

Из данных таблицы 1 видно, что на границе раздела cSi – Al_2O_3 существует переходный слой толщиной ~ 50 нм, по оптическим свойствам отличный от монокристаллического кремния.

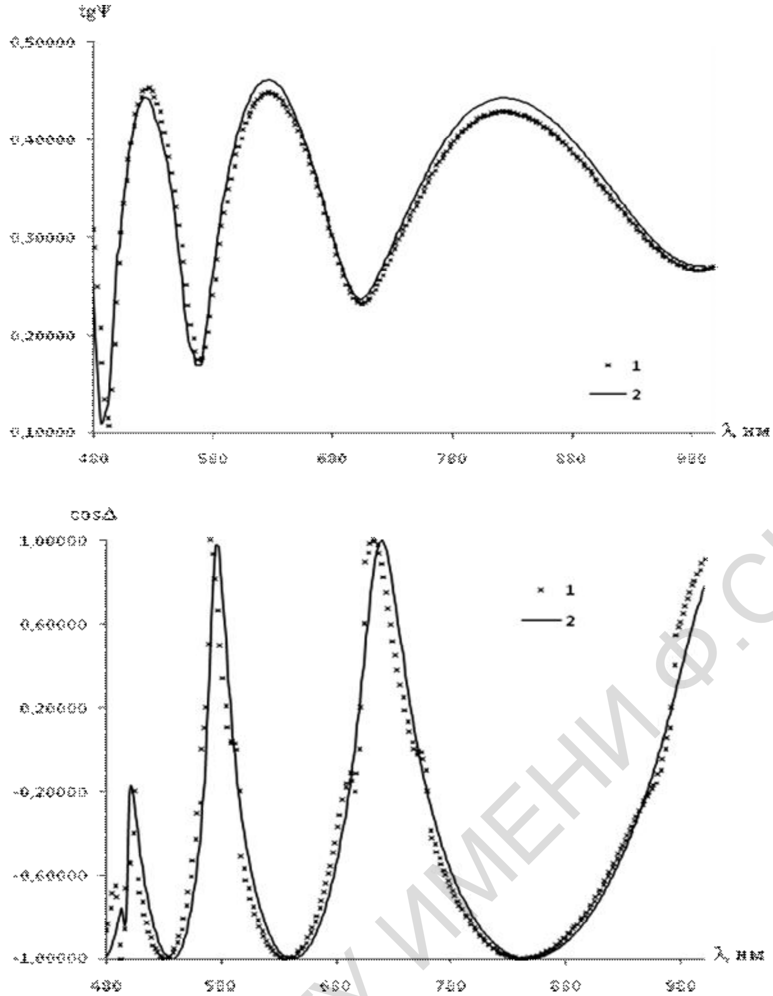


Рисунок 3 – Экспериментальные (кривые 1) и рассчитанные (кривые 2) спектры tgΨ(λ) и cosΔ(λ) для системы cSi – Al_2O_3.

Литература

1. Контроль ориентации оптической оси подложки при помощи эллипсометра с бинарной модуляцией состояния поляризации / И.В. Ивашкевич [и др.] // Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. – 2009. – Т. 33. – № 2–3. – С. 196–200.

2. Спектральная эллипсометрия многослойных гетероструктур ZnS/ZnSe / В.И. Ковалев [и др.] // Журнал прикладной спектроскопии. – 2002. – Т. 69. – № 2. – С. 258–263.

3. Воротынцев, В.М. Применение имплантации ионов кремния для формирования структурно-совершенных слоев кремния на сапфире / В.М.Воротынцев, Е.Л. Шолобов, В.А. Герасимов // Физика и техника полупроводников. – 2011. – Т. 45. – № 12. – С. 1662–1666.

4. Азам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Азам, Н. Башара. – Москва: Мир, 1981. – 583 с.

5. Ивашкевич, И.В. Определение параметров полупроводниковых подложек с учетом естественных поверхностных слоев методом спектральной эллипсометрии / И.В. Ивашкевич, Н.И. Стаськов,

А.Б. Сотский // Квантовая электроника: материалы 8-ой междунар. научн.-техн. конф., Минск, 2010 г. / Из-во БГУ– Минск, 2010. – С. 159.

Н.И. Стаськов[1], И.В. Ивашкевич[1], А.Б. Сотский[1], Л.И. Сотская[2]

[1]УО «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова», Могилев, Беларусь
[2]ГУ ВПО «Белорусско-российский университет», Могилев, Беларусь

О ПРОБЛЕМЕ ПЕРЕХОДНОГО СЛОЯ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ

Для решения обратных оптических задач необходима априорная информация о дисперсионных характеристиках материалов, входящих в исследуемую структуру. Эти характеристики могут быть определены средствами спектральной эллипсометрии в предварительных экспериментах. Основное уравнение эллипсометрии

$$tg\Psi e^{i\Delta} = \frac{R_p}{R_s}$$

содержит, с одной стороны, измеряемые поляризационные углы Ψ и Δ при заданных углах падения φ, а с другой – амплитудные коэффициенты отражения R_p и R_s p и s поляризованного излучения, рассчитанные на основании выбранной модели исследуемого образца. Однако в обычных условиях на поверхности материалов всегда присутствуют субволновые переходные слои с толщиной много меньше длины волны излучения ($d << \lambda$) и неизвестными оптическими характеристиками. Эти слои могут оказать существенное влияние на решение обратных эллипсометрических задач по спектроскопии подложек, а поэтому их необходимо учитывать в модели среды, закладываемой в прямую эллипсометрическую задачу в процессе минимизации целевой функции.

К настоящему времени в эллипсометрии используется несколько моделей переходного поверхностного слоя:

1) Однородный слой на подложке [1]:

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{R_{01p} + R_{12p}e^{-2i\delta}}{1 + R_{01p}R_{12p}e^{-2i\delta}} \cdot \frac{1 + R_{01s}R_{12s}e^{-2i\delta}}{R_{01s} + R_{12s}e^{-2i\delta}}. \quad (1)$$

2) Бесконечно тонкий слой ориентированных диполей с двумя параметрами γ_y и γ_x на подложке (ось y перпендикулярна границе раздела двух сред, xy – плоскость падения излучения) [2].

3) Бесконечно тонкий проводящий слой с поляризуемостью в вертикальном направлении α_y и высокочастотной проводимость в горизонтальном направлении $\beta_x = \beta_z$ на подложке [3].

4) Модель слоя с произвольной $\varepsilon(y)$, полученная методом интегральных уравнений:

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{(\sigma_+\varepsilon_- - \sigma_-\varepsilon_+)(\sigma_+ + \sigma_-)}{(\sigma_+\varepsilon_- + \sigma_-\varepsilon_+)(\sigma_+ - \sigma_-)} + i\frac{k_0 2\sigma_+(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)\beta^2\varepsilon_-}{(\sigma_+\varepsilon_- + \sigma_-\varepsilon_+)^2(\sigma_+ + \sigma_-)^2}J, \qquad (2)$$

где ε_-, ε_+ – диэлектрические проницаемости сред под и над слоем, $k_0 = 2\pi/\lambda$, $\sigma_-=N_2cos\varphi_2$ и $\sigma_+ =N_0cos\varphi_0$ – параметры, характеризующие преломление света на границах раздела, $\beta = \sin\varphi_0$ и

$$J = k_0\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\varepsilon(y)-\varepsilon_+)(\varepsilon(y)-\varepsilon_-)}{\varepsilon(y)}dy.$$

5) Бесконечно тонкий слой ориентированных диполей с поляризуемостью в вертикальном направлении α_y на подложке [4]. В этой модели считается, что при падении из среды с комплексным показателем преломления $N_0 = n_0 - ik_0$ под углом φ_0 на среду с показателем преломления $N_2 = n_2 - ik_2$ s- поляризованного излучения ($\vec{E}\|$z) диполи переходного слоя ориентируются в плоскости раздела сред xz, а их связанные заряды не разрывают поле E_z. В таком случае амплитудный коэффициент отражения имеет вид

$$R_S = \frac{N_0\cos\varphi_0 - N_2\cos\varphi_2}{N_0\cos\varphi_0 + N_2\cos\varphi_2}. \qquad (3)$$

В падающем на границу раздела p- поляризованном излучении ($\vec{E} \in xy$) можно выделить тангенциальную E_x и нормальную E_y составляющие поля $\vec{E}$. Поле E_y приводит к поляризации двух сред – появлению тонкого двойного слоя связанных зарядов на границе раздела (плоскости xz). В этом случае образовавшийся слой нельзя охарактеризовать макроскопическими параметрами n_1, k_1, d. Обозначим через α_y поляризуемость двойного слоя. Тогда амплитудный коэффициент отражения принимает вид [3]

$$R_p = \frac{N_2 \cos\varphi_0 - N_0 \cos\phi_2 + i\dfrac{2\pi}{\lambda}\alpha y N_0^3 N_2 \sin^2\varphi_0}{N_2 \cos\varphi_0 + N_0 \cos\varphi_2 - i\dfrac{2\pi}{\lambda}\alpha y N_0^3 N_2 \sin^2\varphi_0}. \qquad (3а)$$

При $\alpha_y << \lambda$ из (3а) и (3) получаем

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{\overline{R}_p}{\overline{R}_s} + 2i\alpha_y \frac{2\pi}{\lambda} N_0^3 N_2 \sin^2\varphi_0 \frac{N_2\cos\varphi_0(N_0\cos\varphi_0 + N_2\cos\varphi_2)}{(N_0\cos\varphi_0 - N_2\cos\varphi_2)(N_2\cos\varphi_0 + N_0\cos\varphi_2)^2}. \qquad (4)$$

Если $\varphi_0 = 0$, то $R_p/R_s = -1$. При $\varphi_0 = 90^0$ $R_p/R_s = 1$. Первое слагаемое в (4) (как и в (2)) это отношение $\dfrac{R_p}{R_s}$ для подложки без переходного поверхностного слоя. Выражение (4) переходит в соответствующее выражение из [2], если $\gamma_x = 0$. В отличии от пятипараметрического выражения (1) выражения (4) и (2) содержат лишь три неизвестных параметра α_y (или J) $,n_2,\ k_2$. Поскольку успех решения обратной задачи эллипсометрии напрямую связан с числом параметров модели $\varepsilon(y)$ исследуемой среды, для переходного слоя необходима универсальная модель с минимальным числом параметров. В этом плане модель (4) более предпочтительна. При заданных $\varphi_0, N_0, \lambda, \psi_e, \Delta_e$ параметр α_y явно выражается через N_2. По физическому смыслу $\alpha_y < 0$ и является действительным числом, имеющим размерность длины. Так как отношение R_p/R_s комплексно, то в общем случае $\alpha_y = \alpha_{y1} + i\alpha_{y2}$. Параметр N_2 легко определяется по минимальному значению α_{y2}.

Различное влияние неоднородных поверхностных слоев на интенсивности отраженного света R_s (3) и R_p (3а) полимерных пленок было экспериментально доказано в работе [5] при проверке известного соотношения $R_p = R_S^2$, когда $\varphi_0 = 45^0$.

В данной работе на примере полупроводниковых подложек рассматривается эффективность фильтрации возмущающего влияния естественных поверхностных слоев при определении спектров показателей преломления $n_2(\lambda)$ и поглощения $k_2(\lambda)$ методом спектральной эллипсометрии.

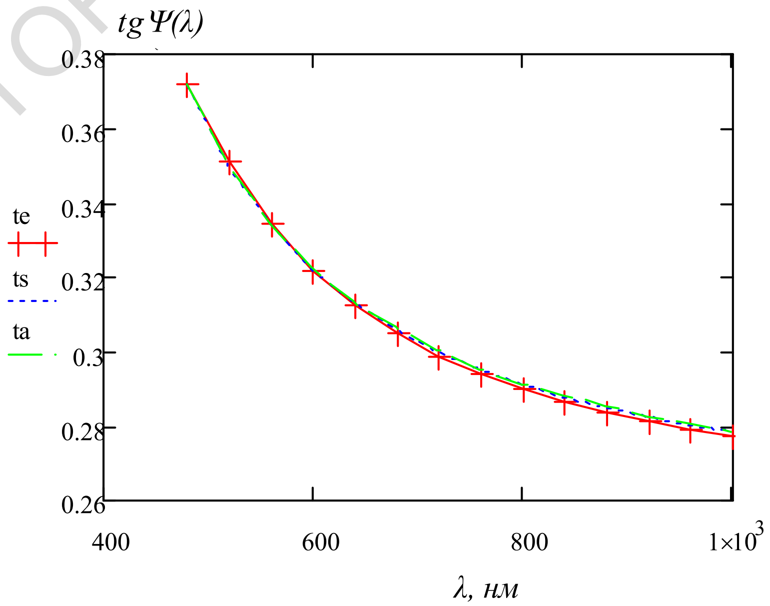
Кремниевые (Si) пластины КДБ-12 обрабатывались в буферном травителе после шлифовки и полировки. Измерения спектров поляризационных углов $tg\Psi_e(\varphi_0, \lambda)$ и $cos\Delta_e(\varphi_0, \lambda)$ при углах падения 65^o и 70^o (380 нм $\le \lambda \le 1000$ нм) этих пластин осуществляли на спектральном эллипсометре ES-2 с бинарной модуляцией состояния поляризации [6].

Наиболее распространенным и универсальным способом решения обратной задачи эллипсометрии является метод наименьших квадратов. В нем строится функционал или целевая функция невязки экспериментальных $tg\,\Psi_e(\lambda)$, $\cos\Delta_e(\lambda)$ и теоретических $tg\,\Psi_t(\lambda,x_j)$, $\cos\Delta_t(\lambda,x_j)$ спектральных зависимостей. Этот метод использован в настоящей работе.

Ранее методом многоугловой эллипсометрии ($\lambda = 632{,}8$ нм) было установлено [4], что при определения оптических характеристик пластин КДБ12 поверхностный можно учесть в рамках моделей (1) с параметрами $n_1 = 1{,}456$; $k_1 = 0$; d = 3,88 нм и (4) с параметром $\alpha_y = (-1{,}756 - i5{,}2 \cdot 10^{-5})$ нм.

Для сравнения эффективности рассматриваемых моделей при исключении влияния переходных слоев на параметры подложек мы выполнили следующие расчеты. В измеренных спектрах $tg\,\Psi_e(\varphi_0,\ \lambda)$ и $\cos\Delta_e(\varphi_0,\ \lambda)$ при угле падения 70° на основании модели (2) был учтен неоднородный поверхностный слой на пластинах КДБ12 и рассчитаны их оптические функции $n_2(\lambda)$ и $k_2(\lambda)$.

На рисунке 1 представлены измеренные (точки *te* или *ce*) и рассчитанные по выражениям (1) (кривые *ts* или *cs*) и (4) (кривые *ta* или *ca*) спектры поляризационных углов ($\varphi_0 = 65°$) кремниевой пластины. Спектры поляризационных углов, рассчитанные по (2), практически не отличаются от экспериментальных и на рисунке не приведены. Оптические функции $n_2(\lambda)$ и $k_2(\lambda)$ подложек для всех обсуждаемых моделей были одинаковыми, а соответствующие параметры слоев указаны выше.



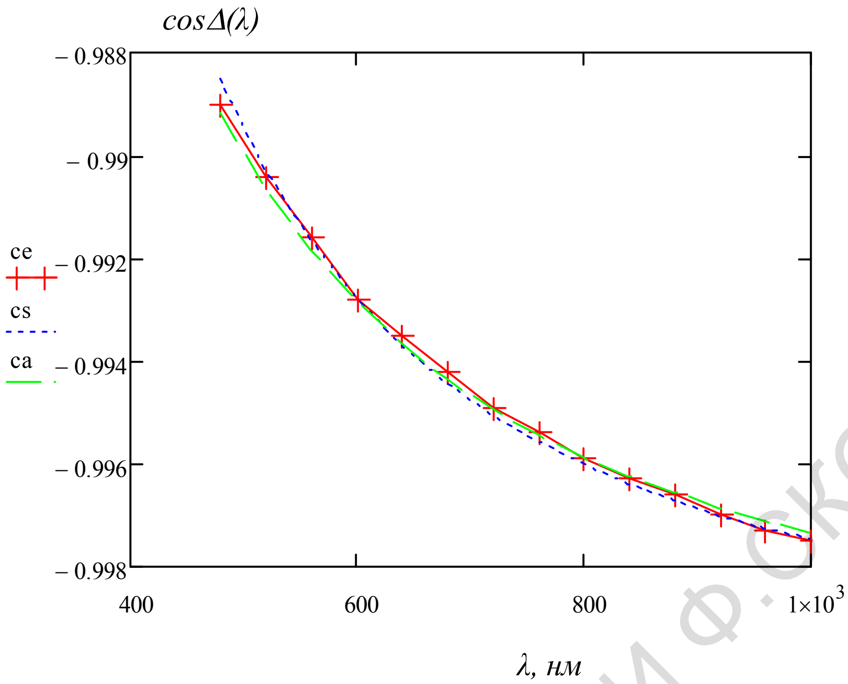


Рисунок 1 – Спектры поляризационных углов $tg\,\Psi(\lambda)$
и $cos\Delta(\lambda)$ КДБ12 ($\varphi_0 = 65^o$)

Как видим, три различных модели (1, 2, 4) тонкого поверхностного слоя на подложке приводят к практически одинаковым спектрам $tg\,\Psi(\lambda)$ и $\cos\Delta(\lambda)$, которые характерны для кремниевой пластины КДБ12.

Таким образом, техника интегральных уравнений позволила получить эллипсометрическую функцию (2), в которой переходной слой произвольного профиля диэлектрической проницаемости, как и в (4), учитывается всего одним комплексным параметром, имеющим порядок $O(d/\lambda)$. Никакие эллипсометрические измерения не могут дать больше информации о переходном слое, чем та, которая содержится в его интегральных характеристиках J или α_y. Это, в частности, означает, что при решении обратных эллипсометрических задач всегда можно использовать простейшую модель переходного слоя с одним параметром, который зависит от толщины и показателя преломления. Эти две характеристики обеспечивают любое значение комплексного интеграла J, какому бы реальному переходному слою толщины $d << \lambda$ он не соответствовал. Для спектральной эллипсометрии существенно также то, что ввиду малости интегральных характеристик J и α_y, их дисперсией можно пренебречь, иначе, показатель преломления в указанной выше простейшей модели переходного слоя (1) можно считать постоянным. Следует выделить характерную особенность модели (1). Она не является приближенной в отличии от моделей (4) и (2), а поэтому может быть использована при исследовании подложек с толстыми однородными слоями.

Литература

1. Азам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Азам, Н. Башара. – Москва: Мир, 1981. – 583 с.
2. Сивухин, Д.В. Обший курс физики. Оптика / Д.В. Сивухин. – Москва, 1980. – 752 с.
3. Пшеницын, В.И. Эллипсометрия в физико-химических исследованиях / В.И. Пшеницын, М.И. Абаев, Н.Ю. Лызлов. – Ленинград: Химия, 1986. – 152 с.
4. Стаськов, Н.И. Моделирование переходного слоя слоем диполей при эллипсометрическом исследовании диэлектриков и полупроводников / Н.И.Стаськов, В.В. Филиппов, Н.А. Крекотень // Оптика неоднородных структур: материалы междунар. науч.-практ. конф., Могилев, 14–16 октября 2011 г. / МГУ им. А.А. Кулешова; редкол.: В.И. Лебедев [и др.]. – Могилев, 2011. – С. 107–111.
5. Определение оптических постоянных пленок полистирола методом НПВО / Н.И.Стаськов [и др.] // ЖПС. 1980. – Т. 32. – № 2. – С. 343–347.
6. Ковалев В.И., Кузнецов П.И., Житов В.А., Захаров Л.Ю., Руковишников А.И., Хомич А.В., Якушева Г.Г., Гапоненко С.В. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2002. – Т. 69. – № 2. – С. 258–263.

Е.В. Тимощенко[1], В.А. Юревич[2], Ю.В. Юревич[2]

[1]УО «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова», Могилев, Беларусь
[2]УО «Могилевский государственный университет продовольствия», Могилев, Беларусь

РЕЗОНАНСНОЕ ОТРАЖЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫМ СЛОЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Проблемам взаимодействия лазерного излучения с планарной поверхностью полупроводниковых слоистых структур в последнее время уделено большое внимание. Во многом это определено перспективой создания активных отражателей и оптических фильтров в тонкопленочном исполнении для применения при разработке и совершенствовании компактных устройств управления потоками когерентного излучения. Использование полупроводниковых наноструктур, образованных квантовыми точками, открывает особые возможности [1]. Технологии формирования таких наноструктур позволяют достичь высокой степени концентрации активных центров, таким образом, подобные материалы при взаимодействии с когерентным излучением можно рассматривать как плотные резонансные среды. Кроме того, для элементов таких наноструктур характерны большие дипольные моменты, связанные с экситонными переходами – их величина составляет несколько десятков Дебай [2]. Будучи скомпонованными в десяток и более страт такие структуры способны образовать субмикронную планарную пленку с выраженным нелинейным откликом [3]. При их взаимодействии с когерентным излучением в выражении, описывающем отраженные (прошедшие) пучки света, оказывается существенной дополнительная к френелевскому отражению (преломлению) компонента, которая обусловлена резонансной поверхностной поляризацией.

В исследовании, результаты которого положены в основу настоящего сообщения, ставилась задача провести оценку влияния поверхностной поляризованности на нелинейную зависимость отражения света граничным тонким слоем плотной резонансной среды, образованной полупроводниковой наноструктурой на квантовых точках. Оригинальность исследования состоит в одновременном учете нескольких дополнительных факторов, определяющих нелинейную реакцию слоя на излучение, – квазирезонансной поляризуемости активных центров и диполь-дипольного взаимодействия в условиях неоднородного уширения резонанса поглощения, которое достаточно типично для ряда квантово-размерных структур [1].

Считается, что тонкий поверхностный слой на основе полупроводниковых структур разделяет оптические среды с линейными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Расстояние между резонансными частицами в тонком слое предполагается достаточно большим во избежание перекрытия их электронных орбиталей, тогда можно сохранить традиционное описание взаимодействия атомарных диполей в квантоворазмерной структуре [4]. Нормально падающее на граничный слой поле с амплитудой E_i предполагаем плосковолновым и квазистационарным, т.е., относительно медленно меняющимся за промежутки времени, сравнимые с периодом светового колебания. Взаимодействие вещества границы с полем лазерного излучения (с несущей частотой $\omega = 2\pi c/\lambda$) описывается аналогично модифицированной системой уравнений Максвелла-Блоха для квазистационарных комплексных амплитуд проходящей (E) и отраженной волн (E_r) и вероятностных переменных резонансного отклика среды – поляризованности $\rho(t,\omega)$ и разности заселённости $n(t,\omega)$ уровней экситонного перехода, отнесённых к одному атому:

$$E = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1}+\sqrt{\varepsilon_2}} E_i(t) - \frac{\omega N l}{(\sqrt{\varepsilon_1}+\sqrt{\varepsilon_2})\, c}\left[\frac{\mu}{\varepsilon_0}\langle\rho\rangle + i\, 2\pi\, \Delta\alpha \left(n_0 - \langle n\rangle\right) E'\right],$$

$$\dot{\rho} + \frac{1}{T_2}(1 + i\,\Delta)\,\rho = \frac{\mu}{\hbar} n\, E', \quad \dot{n} + \frac{1}{T_1}(n - n_0) = -\frac{\mu}{2\hbar}\left(\rho^* E' + \rho\, E'^*\right), \qquad (1)$$

$$E' = \frac{1}{1 - 2\pi\, \Delta\alpha\, N\left(n_0 - \langle n\rangle\right)/3}\left(E + i\frac{\mu N}{3\varepsilon_0}\langle\rho\rangle\right), \quad E_r = E - E_i\,, \quad \Delta = (\omega - \omega_{12})\, T_2.$$

Здесь μ – средний дипольный момент активных частиц, – их объёмная плотность, n_0 – начальное значение разности населённости, T_1 и T_2 – времена продольной и поперечной релаксации (соответствующие времени межзонной релаксации и однородной ширине линии, обратной T_2), Δ – нормированная отстройка частоты зондирующего поля относительно центра ω_{12} резонансной спектральной линии поглощения (или, при учёте неоднородного уширения, относительно центров спиновых пакетов, имеющих разброс по частотам шириной $1/T^*_2$). Толщина слоя l считалась значительно меньшей длины волны λ, поэтому уравнения связи полей E, E_r и E_i в (1) записаны в приближении особо тонкого слоя на основе используемых при решении уравнений Максвелла граничных условий. Использование в уравнениях связи переменной поляризованности означает учёт компоненты нелинейного отклика вещества граничного слоя, связанной с сверхизлучением ансамбля активных частиц, образующих его среду. Угловые скобки в обозначении материальных переменных означают усреднение по разбросу частот, вызванное неоднородным уширением. Выражение для поляризованности содержит составляющую, которой обычно учитывается квазирезонансная компонента поляризуемости, существенная при наличии возбуждаемых внешним полем частоты ω переходов, близких к резонансному. При этом оказывается значимым параметр $\Delta\alpha$ – разность поляризуемостей в основном и возбуждённом состоянии атома. Поскольку рассматриваются плотные резонансные среды система (1) преобразована с учетом влияния локальных полей, создаваемых дипольными атомами, т.о. действующее на атомы пленки световое поле $E'(t)$ содержит поправку Лоренца, которая рассчитана в приближении среднего поля и содержит только динамичную резонансную составляющую.

Отличительной закономерностью реакции особо тонкого слоя на воздействие резонансного излучения, традиционно рассматриваемой в рамках подобных моделей, является оптическая бистабильность. Её анализируют для стационарной задачи, когда интенсивность излучения, зондирующего граничный слой, изменяется крайне медленно по сравнению с временами релаксации двухуровневой системы и поэтому её можно считать непрерывной во времени. Это означает, что при данном значении амплитуды приложенного поля $E_i(t) = E_0$ в среде слоя устанавливается равновесие, характеризуемое определенными значениями материальных переменных. Интенсивности приложенного (Y) и прошед-шего полей (X) удобно нормировать по мощности поля, насыщающего поглощение: $Y = \mu\sqrt{T_1T_2}E_0^2/\hbar$, $X = \mu\sqrt{T_1T_2}|E_S|^2/\hbar$, здесь E_S – равновесная амплитуда прошедшего в слой поля. В стационарном приближении системы (1) связь этих интенсивностей и поля с интенсивностью Y выразится следующими соотношениями:

$$\frac{4\eta Y}{(1+\eta)^2} = X'\left[1+\kappa_0\left(\frac{K}{1+\eta}-\gamma F\right)\right]^2 + \kappa_0^2 X'\left(\frac{R}{1+\eta}+\gamma\right)^2,$$

$$X = \left[(1-\kappa_0\gamma F)^2 + (\kappa_0\gamma K)^2\right]X', \quad \kappa_0 = \frac{\mu^2\omega_0 Nl}{\varepsilon_0 c\hbar}T_2, \tag{2}$$

$$K = \int\frac{g(\omega'_{12}-\omega_0)}{1+\Delta^2+X'}d\omega'_{12}, \quad F = \int\frac{\Delta-\beta X'}{1+\Delta^2+X'}g(\omega'_{12}-\omega_0)d\omega'_{12}.$$

Здесь гауссова функция $g(\omega_0-\omega'_{12})$ описывает разброс частот спиновых пакетов ω'_{12} вблизи центральной частоты резонанса поглощения ω_0, $\beta = 2\pi\Delta\alpha\varepsilon_0\hbar/\mu^2T_2$ – параметр резонансной нелинейности рефракции, $\gamma = c/3\omega_0(1+\eta)l$ – нормированный коэффициент в локальной лоренцевской поправке, κ_0 – ненасыщенный показатель поглощения, $\eta = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$ – относительный коэффициент преломления.

Из соотношений (2) можно непосредственно выразить пропускательную способность слоя $X(Y)$, а также его эффективное отражение $R(Y)$, в зависимости от интенсивности, основываясь на выражении:

$$R = \frac{[r+\kappa_0(K-r\gamma F)]^2 + \kappa_0^2[F/(\eta+1)+r\gamma K]^2}{\{1+\kappa_0[K/(\eta+1)-\gamma R]\}^2 + \kappa_0^2[F/(\eta+1)+\gamma K]^2}, \tag{3}$$

где $r = (\eta - 1)/(\eta + 1)$ – френелевский амплитудный коэффициент отражения. Закономерности хода указанных зависимостей удобно оценить, используя параметрический расчёт (2), (3), то есть, полагая одну из переменных величин (X') линейно нарастающим параметром. Приведенные ниже результаты вычислений получены для коэффициентов используемой модели, значения которых перекрывались с диапазоном параметров квантоворазмерных структур, в основном, известных из данных, приведенных в [1, 2]. Судя по зависимостям на рисунке, величины резонансного коэффициента отражения выше френелевского значения, однако, по мере насыщения поглощения в слое их значения снижаются, приближаясь к френелевской величине. В определенной области значений Y, где фазовые вклады ближнего дипольного взаимодействия и фактора спектрального уширения линии сравнимы, нелинейной характеристике отражения при показателе поглощения выше порогового значения ($\kappa_0 \sim 1{,}5$) свойственна бистабильность. Тогда при циклическом изменении интенсивности внешнего сигнала стационарный отклик структуры должен демонстрировать гистерезис. Расстояние между точками поворота кривых, где возможны гистерезисные изменения отражения, зависит от величины частотной отстройки (рисунок 1,а,б) и параметра нелинейной рефракции β (рисунок 1,в,г). Отметим далее, что в случае неоднородного уширения (рисунок 1,а,в) гистерезис должен наблюдаться при бóльших значениях мощности внешнего сигнала. Для насыщение поглощения в подобных средах обычно необходимо бóльшее значение мощности, чем при однородном уширении (последнему соответствуют фрагменты б,г). Тогда зависимость размеров петли гистерезиса от отстройки Δ и параметра β оказывается более выраженной.

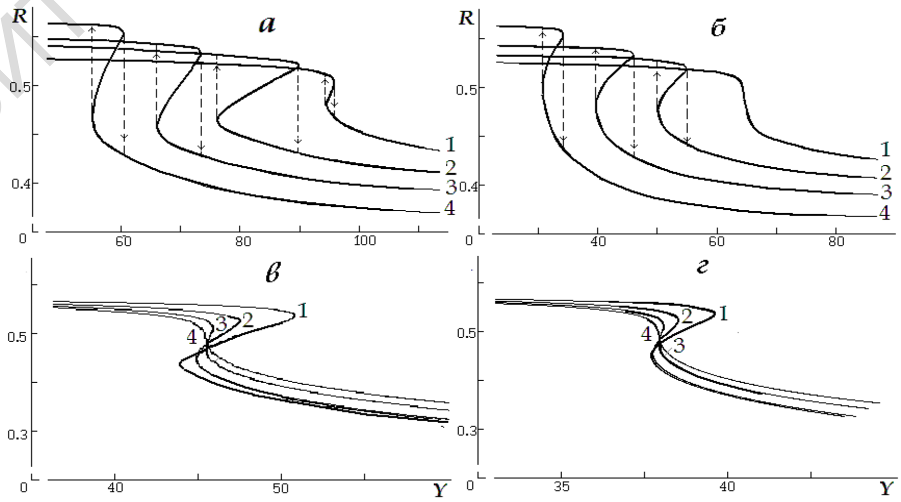


Рисунок 1 – Зависимость резонансного отражения от уровня нормированной интенсивности приложенного поля

(на фрагментах *а,б* пунктиром указаны направления гистерезисных скачков)
$\kappa_0 = 2{,}2$, $\beta = 0{,}1$, $\Delta = 0{,}1$ (кривая 1), 0,5 (2), 1,0 (3), 2,0 (4), (*а,б*);
$\kappa_0 = 1{,}8$, $\beta = 0$ (1), 0,05 (2), 0,08 (3), 0,10 (4), $\Delta = 0{,}5$ (*в,г*); $\gamma = 0{,}15$,
$\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-6}$м, $\eta = 3{,}6$, $T_1 = 1 \cdot 10^{-9}$с, $T_2 = 1 \cdot 10^{-12}$с, $T_2 / T^*_2 = 3$ (*а,в*)

Расчет соотношения (2) совместно с (3) для фиксированных значений Y как алгебраического уравнения относительно X' для ряда значений отстройки Δ дает дисперсионную зависимость $R(\Delta, Y)$. Результаты анализа эффекта резонансного отражения света планарными квантово-размерными структурами найдут применение при разработке нелинейных отражателей, активных покрытий и безынерционных частотных фильтров в пассивных устройствах управления когерентным излучением.

Литература

1. Алфёров, Ж.И. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры / Ж.И. Алфёров и др. // ФТП. – 1998. – Т. 32. – № 4. – С. 385–410.

2. Panzarini, G. Self-induced transparency in semiconductor quantum dots / G.Panzarini, U. Hohenester, E. Molinari // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 65. – № 16. – P.165322-1–165322-6.

3. Khomchenko, A.V. Waveguide spectroscopy of thin films / A.V.Khomchenko // NY: Academic Press, 2005. – 220 p.

4. Каплан, А.Е. Поведение локальных полей в нанорешётках из сильно взаимодействующих атомов: нанострады, гигантские резонансы, «магические» числа и оптическая бистабильность / А.Е. Каплан, С.Н. Волков // УФН. – 2009. – Т. 179. – № 5. – С. 539–547.

Л.А. Фомичева[1], Е.Б. Дунина[2], А.А. Корниенко[2]

[1]УО «Государственная гимназия №2 г. Витебска», Витебск, Беларусь
[2]УО «Витебский государственный технологический университет», Витебск, Беларусь

ОПИСАНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ МУЛЬТИПЛЕТОВ ИОНА U^{4+} В Cs_2UCl_6 С УЧЕТОМ АНОМАЛЬНО СИЛЬНОГО КОНФИГУРАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Выполнено описание кристаллического расщепления мультиплетов иона U^{4+} в Cs_2UCl_6 [1] с помощью модифицированного гамильтониана кристаллического поля [2], полученного в приближении аномально сильного конфигурационного взаимодействия. На основе выполненных расчетов впервые определены параметры ковалентности для U^{4+}–Cl^{-}.

Для описания штарковской структуры мультиплетов обычно используют гамильтониан кристаллического поля, полученный в приближении слабого конфигурационного взаимодействия [3]:

$$H_{cf} = \sum_{k,q} B_q^k C_q^k , \tag{1}$$

где B_q^k – параметры кристаллического поля; $C_q^k = \sum_{i=1}^{N} c_q^k(\vartheta_i, \varphi_i)$ – сферический тензор ранга k, действующий на угловые переменные f-электронов.

Более детально влияние возбужденных конфигураций можно учесть в приближении промежуточного конфигурационного взаимодействия. В этом приближении гамильтониан кристаллического поля имеет вид [4]:

$$H_{cf} = \sum_{k,q} \underbrace{\left[B_q^k + \left(E_J + E_{J'} - 2E_f^0\right) G_q^k\right]}_{\widetilde{B}_q^k} C_q^k , \tag{2}$$

где E_J, $E_{J'}$ – энергия мультиплетов; E_f^0 – центр тяжести энергии $5f^N$ конфигурации; G_q^k – параметры, обусловленные межконфигурационным взаимодействием.

Появление линейной зависимости параметров $\widetilde{B}_q^k$ от энергии мультиплетов объясняется разной степенью смешивания возбужденных конфигураций с высоко и низко лежащими мультиплетами.

Иногда влияние возбужденных конфигураций настолько сильное, что для адекватного описания штарковской структуры необходимо использовать гамильтониан кристаллического поля в приближении сильного конфигурационного взаимодействия [4]:

$$H_{cf} = \sum_{k,q} \underbrace{\left[B_q^k + \left(\frac{\Delta^2}{\Delta - E_J} + \frac{\Delta^2}{\Delta - E_{J'}} \right) \widetilde{G}_q^k \right]}_{\overline{B}_q^k} C_q^k , \tag{3}$$

где Δ – энергия возбуждённой конфигурации.

Следует заметить, что формула (3) справедлива, если определяющий вклад в параметры межконфигурационного взаимодействия $\widetilde{G}_q^k$ дает лишь одна возбужденная конфигурация или несколько возбужденных конфигураций с близкими значениями энергии Δ. Если же возбужденные конфигурации имеют существенно разные энергии, то эффективный гамильтониан имеет более сложный вид [2]:

$$H_{cf} = \sum_{k,q}\left\{B_q^k + \left(\frac{\Delta_d^2}{\Delta_d - E_J} + \frac{\Delta_d^2}{\Delta_d - E_{J'}}\right)\widetilde{G}_q^k(d) + \right. \\ \left. + \sum_i \left(\frac{\Delta_{ci}^2}{\Delta_{ci} - E_J} + \frac{\Delta_{ci}^2}{\Delta_{ci} - E_{J'}}\right)\widetilde{G}_q^k(c)\right\}C_q^k . \quad (4)$$

Отметим, что запись гамильтониана в форме (4) является самой общей: гамильтониан кристаллического поля в приближении слабого конфигурационного взаимодействия (1) получается из (4) при $\widetilde{G}_q^k(d) = 0$ и $\widetilde{G}_q^k(c) = 0$; гамильтониан (3) получается из (4) при одинаковых значениях энергии $\Delta_d = \Delta_{ci}$; гамильтониан кристаллического поля в форме (2) получается из (3) при условии $E_J << \Delta$.

Обычно определяющий вклад в параметры $\widetilde{G}_q^k$ дают конфигурации противоположной четности $5f^{N-1}6d$ и конфигурации с переносом заряда. Но поскольку Cs_2UCl_6 обладает кубической симметрией, то слагаемое $\left(\frac{\Delta_d^2}{\Delta_d - E_J} + \frac{\Delta_d^2}{\Delta_d - E_{J'}}\right)\widetilde{G}_q^k(d)$, соответствующее конфигурации противоположной четности, равно нулю и в этом случае необходимо учитывать только вклад от процессов с переносом заряда [4]:

$$\widetilde{G}_q^k(c) = \sum_b \widetilde{J}^k(b) C_q^{k^*}(\Theta_b, \Phi_b), \quad (5)$$

где

$$\widetilde{J}^2(b) \approx \frac{5}{28}\left[2\gamma_{\sigma f}^2 + 3\gamma_{\pi f}^2\right];$$

$$\widetilde{J}^4(b) \approx \frac{3}{14}\left[3\gamma_{\sigma f}^2 + \gamma_{\pi f}^2\right]; \quad (6)$$

$$\widetilde{J}^6(b) \approx \frac{13}{28}\left[2\gamma_{\sigma f}^2 - 3\gamma_{\pi f}^2\right].$$

Здесь γ_{if} $(i = \sigma, \pi)$ – параметры ковалентности.

Ранее гамильтониан (4) был успешно применен к описанию штарковской структуры различных кристаллических систем, активированных ионами Pr^{3+} и Tm^{3+} [5–8]. Для иона U^{4+} новая теория тестировалось только для системы $ZrSiO_4{:}U^{4+}$ [9]. Представляет интерес поверить целесообразность применения новой теории, для других систем, активированных ионом-актиноидом U^{4+}. Для систем с кубической симметрией количество варьируемых параметров минимально, поэтому кристаллы типа эльпасолитов наиболее благоприятны для тестирования микроскопических моделей.

В приближении слабого конфигурационного взаимодействия (1) в качестве варьируемых выступают следующие параметры кристаллического поля: B_0^4=8484 см$^{-1}$ и B_0^6=1164 см$^{-1}$. Среднеквадратичное отклонение теоретических значений энергии от экспериментальных в этом случае составляет 132.5 см$^{-1}$.

Для улучшения точности описания были выполнены расчеты в приближении промежуточного (2) и сильного (3) конфигурационного взаимодействия, но существенно улучшить описание экспериментальных данных не удалось, поэтому расчеты были выполнены с помощью гамильтониана (4), полученного в приближении аномально сильного конфигурационного взаимодействия. Применение гамильтониана (4) позволило значительно улучшить описание штарковской структуры мультиплетов иона U^{4+} в Cs_2UCl_6. Среднеквадратичное отклонение уменьшилось на 81 % по сравнению с приближением слабого конфигу-рационного взаимодействия и составило 25.1 см$^{-1}$. Наилучшее описание достигается при следующих значениях варьируемых параметров: B_0^4= 6983 см$^{-1}$ и B_0^6= 10591 см$^{-1}$, $\gamma_{\sigma f}$ = -0,0535, $\gamma_{\pi f}$ = 0,0269, Δ_{c1}= 8516 см$^{-1}$, Δ_{c2}= 14796 см$^{-1}$ и Δ_{c3}= 21693 см$^{-1}$. Полученные таким образом пара-метры ковалентности удовлетворительно согласуются с параметрами $\gamma_{\sigma f}$ = -0,0447 и $\gamma_{\pi f}$ = 0,0213, полученными для кристаллической системы $ZrSiO_4$:U^{4+} [9]. Таким образом, по экспериментальным данным оптической спектроскопии можно определять параметры ковалентности, которые обычно получают в экспериментах по двойному электронно-ядерному резонансу или рассчитывают с помощью микроскопических моделей.

Выполненные расчеты позволяют утверждать, что с помощью гамильтониана (4) можно получить корректное описание штарковской структуры кристаллических систем, активированных ионами U^{4+}. В пользу применения гамильтониана (4) свидетельствует заметное уменьшение среднеквадратичного отклонения теоретических значений энергии уровней от экспериментальных при описании штарковской структуры мультиплетов и хорошее согласие определенных при таком описании параметров ковалентности с параметрами ковалентности, полученными для других систем, активированных ионом U^{4+}.

Литература

1. Flint, C.D. Vibronic spectra of U^4 in octahedral crystal fields. IV. Absorption spectra and crystal field calculations / C.D. Flint, P.A. Tanner // Mol. Phys. – 1987. – Vol. 61. – № 2. – P. 389–407.

2. Dunina, E.B. Modified theory of f-f transition intensities and crystal field for systems with anomalously strong configuration interaction / E.B. Dunina, A.A. Kornienko, L.A. Fomicheva // Cent. Eur. J. Phys. – 2008. – Vol. 6. – № 3.– P. 407–414.

3. Wybourne, B.G. Spectroscopic Properties of Rare Earths / B.G. Wybourne. – New York : J. Wiley and Sons Inc, 1965. – 236 p.

4. Корниенко, А.А. Теория спектров редкоземельных ионов в кристаллах. Курс лекций / А.А. Корниенко. – Витебск: Издательство УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2003. – 128 с.

5. Фомичева, Л.А. Влияние возбужденных конфигураций на расщепление мультиплетов иона Pr^{3+} в GaN / Л.А. Фомичева, А.А. Корниенко, Е.Б. Дунина // Молодежь в науке – 2007: Приложение к журналу "Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі". Серия физико-математических наук; серия физико-технических наук; серия химических наук. В 4 Ч. – Минск: "Белорусская наука", 2008. – Ч. 3. – С. 60–65.

6. Фомичева, Л.А. Взаимосогласованное описание штарковской структуры мультиплетов и интенсивностей абсорбционных переходов иона Pr^{3+} в $Y_3Al_5O_{12}$ / Л.А. Фомичева, А.А. Корниенко, Е.Б. Дунина // Оптика и спектроскопия. – 2008. – Т. 105. – № 3. – С. 364–369.

7. Фомичева, Л.А. / Л.А. Фомичева, А.А. Корниенко, Е.Б. Дунина // ЖПС. – 2010. – Т. 77. – № 2. – С. 173.

8. Фомичева, Л.А. Описание штарковского расщепления мультиплетов иона Pr^{3+} в кристаллах La_2O_3 и Pr_2O_3 / Л.А. Фомичева, А.А. Корниенко, Е.Б.Дунина // Веснік Віцебскага дзяржаўнага універсітэта. – 2010. – № 5 (30). – С. 134–141.

9. Фомичева, Л.А. Моделирование оптических свойств иона U^{4+} в кристалле $ZrSiO_4$ / Л.А. Фомичева, А.А. Корниенко, Е.Б. Дунина // ЖТФ. – 2007. – Т. 77. – № 10. – С. 6–10.

П.А. Хило, П.С. Шаповалов

УО «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

БЕЗАББЕРАЦИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ БЕССЕЛЬ-ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Введение

Квазибездифракционные световые пучки имеют оптимальную пространственную форму для практического применения для многих задач нелинейной оптики, и в частности при нелинейно-оптическом преобразовании частот [1, 2]. Для их описания используются бесселевы пучки, которые являются бездифракционные по всей своей длине. Реальные пучки можно считать бездифракционными только на небольшой длине. Поэтому, более точное преставление таких пучков − Бессель-Гауссовы пучки, являющимися решение параболического уравнения.

При распространении светового пучка в кубически нелинейной среде возникает нелинейная добавка к показателю преломления среды, которая приводит к возникновению нелинейного явления, которое называется самовоздействием. Для описания самовоздействия Бессель-Гауссовых в настоящее время используют численные методы, которые налагают определенные ограничения на описания явлений и не обладают общностью [3].

При распространении мощного лазерного пучка в самофокусирующей среде приводит к изменению показателя преломления среды. Нелинейная добавка к показателю преломления пропорциональна квадрату амплитуды пучка. Поэтому при мощности пучка, не намного больше критической мощности самофокусировки, основное влияние на показатель преломления среды будет оказывать центральный горб Бессель-Гауссового пучка. Поэтому на длине бездифракционного распространения пучка, где он сохраняет бесселеву форму, можно с хорошим приближением использовать безабберационное приближения. Т.е. разлагаем нелинейную добавку в ряд Тейлора до квадратичных членов разложения [4].

1. Решение уравнения

Для описания самовоздействия световых пучков, в среде с кубической нелинейностью, используем нелинейное параболическое уравнение для амплитуды светового вектора U в цилиндрической системе (r, φ, z) следующего вида [4]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} - 2ik_0 \frac{\partial U}{\partial z} + k_0^2 \beta \left|U\right|^2 U = 0. \qquad (1)$$

Здесь β − коэффициент нелинейности среды. Предположим, что на границе нелинейной среды $z = 0$ имеется пучок вида:

$$U(z=0) = J_0(\delta r)\exp\left\{-\frac{r^2}{w_0^2}\right\}, \qquad (2)$$

где $\delta \approx 2{,}4/r_0$, r_0 – радиус центрального максимума бесселева пучка, w_0^2 – радиус светового пятна гауссового пучка. Решение нелинейного уравнения (1) ищем в форме Бессель-Гауссового пучка.

$$U = J_0\big((a(z)+ib(z))r\big)\exp\left\{-p(z)-iq(z)-\frac{r^2}{w^2(z)}-\frac{ik_0r^2}{2R(z)}\right\}, \tag{3}$$

где J_0 – Бессель-Гауссовая функция нулевого порядка, $w(z)$ – радиус гаус-сового пучка, $R(z)$ – радиус кривизны фазового фронта гауссового пучка.

Используя свойство бесселевых функций [5] $J_0^*(x+iy)=J_0(x-iy)$, получим, что при разложении в ряд Тейлора модуля квадрата амплитуды светового вектора $|U|^2$ до квадратичных членов разложения, включительно, имеет вид:

$$|U|^2 = \left[1-\frac{a^2-b^2}{2}-\frac{2}{w^2}\right]e^{-2p}. \tag{4}$$

Подставляя (2–4) в исходное уравнения (1) получим систему шести обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров пучка

$$\frac{da}{dz}=-\frac{a}{R}-\frac{2b}{k_0w^2}, \qquad \frac{db}{dz}=\frac{2a}{k_0w^2}-\frac{b}{R}, \qquad \frac{dp}{dz}=\frac{1}{R}-\frac{ab}{k_0},$$

$$\frac{dq}{dz}=-\frac{2}{k_0w^2}-a^2+b^2-\frac{k_0\beta}{2}e^{-2p}, \qquad \frac{dw}{dz}=\frac{w}{R}, \tag{5}$$

$$\frac{dR}{R^2dz}=-\frac{4}{k_0^2w^4}+\frac{1}{R^2}+\frac{\beta(a^2-b^2)}{2}e^{-2p}+\frac{2\beta}{w^2}e^{-2p}.$$

2. Анализ результатов решений

Численный счет системы (5) показывает, что критическая мощность самофокусировки ($P_{кр}$) Бессель-Гауссового пучка больше чем у кругового гауссового. Например при размерах пучка $w_0 = r_0 = 1$ мм и плоском начальном фазовом фронте критическая мощность самофокусировки почти в 2,4 раза больше, чем для чисто гауссового пучка. При мощности пучка меньше критической мощности $P_{кр}$ поперечный размер светового пятна лазерного пучка (w) сначала уменьшается, а потом пучок расходится и его форма становится кольцевой (см. рисунок 1,а). Данное поведение пучка связана с тем, что при распространении бесселева пучка в среде наблюдается постоянная перекачка световой энергии из центрального максимума пучка в хвостовые максимумы. Так как гауссова функция быстро спадаете к нулю на краях пучка, обратная перекачка световой энергии к центральному максимуму не компенсирует перекачки от центра, и пучок превращается в кольцевой.

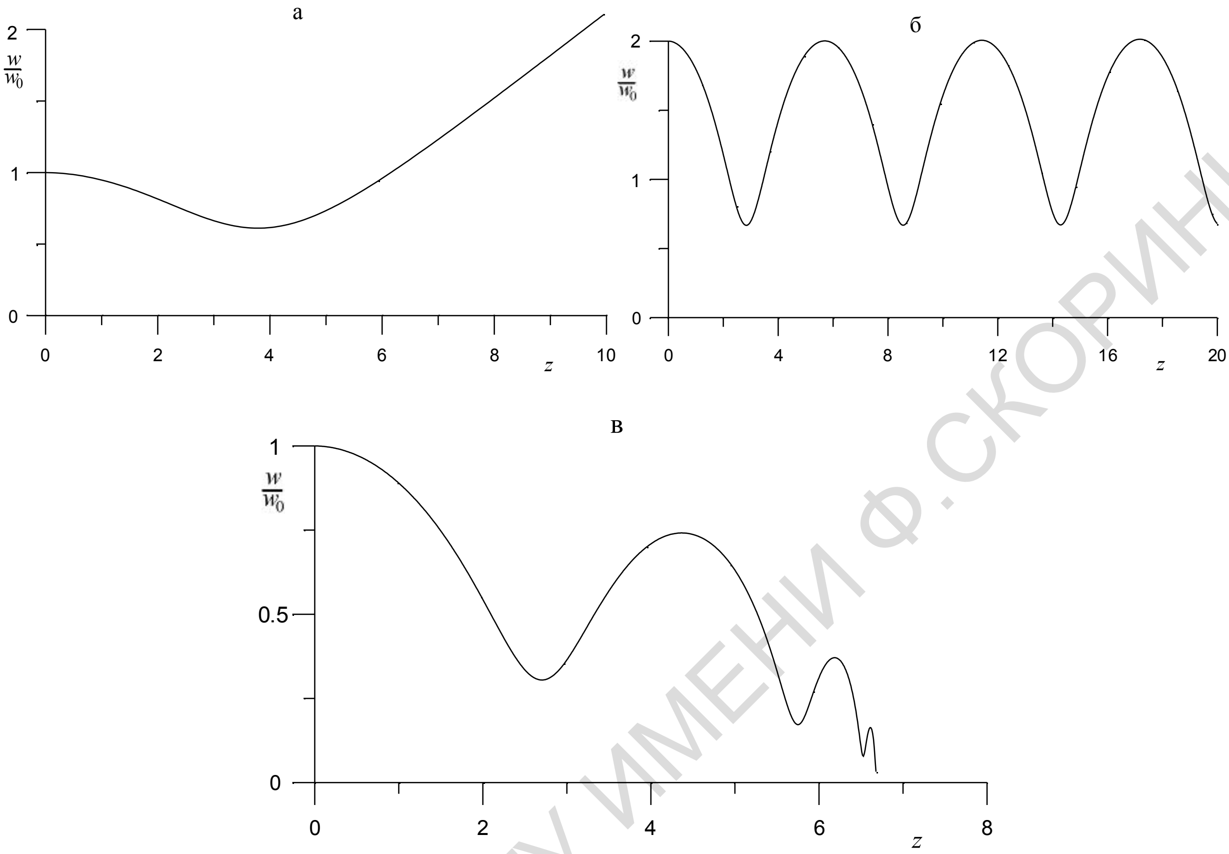


Рисунок 1 – Изменение поперечного размера w гауссовой моды Бессель-Гауссового пучка в нелинейной среде
а) мощность пучка меньше $P_{кр}$,
б) мощность пучка равна $P_{кр}$, в) мощность пучка больше $P_{кр}$.
Начальный размер $w_0 = 1$ мм

При мощности пучка равной $P_{кр}$ наблюдается квазиволноводный режим распространения. Поперечный размер гауссовой составляющей w испытывае периодические колебания (см. рисунок 1,б). При мощностях равной и больше $P_{кр}$ наличия самофокусировки препятствует перекачки энергии из центрального максимума в хвостовые максимумы и пучок при распространении в нелинейной среде сохраняет центральный максимум. Перекачка энергии от хвостовых максимов к центральному приводит к их быстрому исчезновению.

Если мощность пучка больше критической $P_{кр}$ наблюдается самосжатия пучка. Поперечные размеры w гауссовой функций осциллируя уменьшаются до нуля (см. рисунок 1,в), при этом интенсивность в центре пучка стремится к бесконечности.

Заключение

Анализ распространения Бессель-Гауссова пучка в кубически нелинейной среде в безабберационном приближении показал, что самофокусировка приводит к увеличению длинны бездифракционного распространения бесселева пучка. А при мощности пучка равной критической, центральный максимум сохраняется на всей длине и пучок не превращается в кольцевой.

Литература

1. Белый, В.Н. Преобразование частоты бесселевых световых пучков нелинейными кристаллами / В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.А. Хило // Квантовая электроника. − 2000. − Т. 30. − № 9. − С. 753−766.

2. Хило, П.А. Генерация второй гармоники эллиптическими бесселевыми световыми пучками в периодически поляризованных нелинейных кристаллах / П.А. Хило, Е.С. Петрова // ЖПС − 2005. − Т. 72. − № 6. − С. 752−755.

3. Севрук, Б.Б. Самомодуляция Бессель-Гауссовых волновых пучков в среде с кубической нелинейностью / Б.Б. Севрук // ЖПС. − 2006. − Т. 73. − № 5. − С. 626−630.

4. Гончаренко, А.М. Распространение световых пучков в неоднородных нелинейных средах / А.М. Гончаренко, В.Г. Кукушкин, П.С. Шаповалов // Квантовая электроника. − 1986. − Т. 14. − № 2. − С. 375−376.

5. Хохштрасе, У. Ортогональные многочлены / У. Хохштрасе // Справочник по специальным функциям. − М. : Наука, 1979. − С. 578−606.

Р.В. Чулков[1], В. Лисинецкий[2], О. Люкс[3], Х. Ри[3], С. Шрадер[2], Г.Й. Эйхлер[3], В.А. Орлович[1]

[1]ГНУ«Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь
[2]University of Applied Sciences Wildau, Engineering Physics, Wildau, Germany
[3]TU Berlin – Institut für Optik und Atomare Physik, Berlin, Germany

ТЕРМООПТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ В КВАЗИНЕПРЕРЫВНОМ ТВЕРДОТЕЛЬНОМ ВКР-ЛАЗЕРЕ

Исследовано с акцентированием на тепловые эффекты внутри комбинационно-активной среды преобразование частоты излучения импульсного Nd:АИГ лазера высокой средней мощности в спектральный диапазон 1,2–1,6 мкм в ВКР-лазере на нитрате бария. На основе экспериментально измеренных зависимостей выходной мощности от мощности накачки и критерия устойчивости резонатора лазера произведена оценка эффективного фокусного расстояние термолинзы, возникающей вследствие диссипации энергии комбинационной колебательной моды в тепло при генерации первой, второй и третьей стоксовых компонент. Установлено, что оптическая сила термолинзы превышает 6 $м^{-1}$ при средней мощности накачки 40 Вт. Методика пробного пучка совместно с процедурой численной реконструкции, выполненной посредством интегрирования нестационарного уравнения теплопроводности и параксиального волнового уравнения, выявила динамику индуцированных искажений, характерной особенностью которых является наличие оптических аберраций высокого порядка. Посредством разложения реконструированного фазового профиля пробного пучка в ряд по полиномам Цернике и применения специальной геометрии фокусировки пучка накачки реализована частичная компенсация искажений в устойчивой конфигурации ВКР-резонатора. Сообщается о генерации излучения первой, второй и третьей стоксовых компонент с выходной мощностью 17, 9,5 и 5,5 Вт, что соответствует квантовой эффективности преобразования 32, 21 и 13 %.

В.А. Юревич[1], Е.В. Тимощенко[2], Ю.В. Юревич[1]

[1]УО «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова», Могилев, Беларусь
[2]УО «Могилевский государственный университет продовольствия», Могилев, Беларусь

ДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ В СТРУКТУРАХ ИЗ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК ПРИ УЧЕТЕ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Квантоворазмерные полупроводниковые образования, которые укладываются в несколько страт нанометрового масштаба, благодаря формированию экситонных энергетических зон можно рассматривать в качестве плотных резонансных сред [1]. Структурные элементы таких тонких слоев, используемых в лазерной оптике в качестве генерирующих когерентное излучение объектов, характеризуются большими значениями дипольных моментов, обусловленных экситонными переходами [2]. Субмикронные и нанометровые слои на основе подобных сред с выраженной резонансной реакцией на поле когерентного излучения в определенных условиях обладают сильной резонансной нелинейностью, при этом возможно наблюдение когерентных оптических эффектов. В высокой степени значимым представляется вклад в действующее внутри квантоворазмерной структуры световое поле локального поля атомарных диполей и его воздействие на динамику излучения в системе.

При условии относительно большой величины дипольных моментов фактором, способным сыграть значимую роль, выступает различие поляризуемостей частиц в основном и возбуждённом состояниях [3]. Фазовый эффект, обусловленный резонансной составляющей локального поля, при этом возрастает. Поэтому в качестве одной из задач представленного в сообщении исследования ставился анализ его влияния на устойчивость энергообмена внутри полупроводниковых структур в ходе генерации излучения. Учёт неоднородного уширения спектральных линий усиления, характерного для полупроводниковых структур из квантовых точек [4], представляет вторую сторону оригинальности подхода к изучению резонансной динамики излучения.

Динамическая модель полупроводникового лазера, в рамках которой изучался энергообмен между излучаемым световым полем $E(t)$ несущей частоты ω и средой, основывалась на традиционно используемой сосредоточенной балансной схеме. Среда, однако, представляет структуру из нескольких страт, образованных квантовыми точками. В этой схеме действующая на активные центры и определяющая нелинейный отклик амплитуда плосковолнового поля $E'(t)$ включает характерную при учёте влияния диполь-дипольного взаимодействия локальную поправку:

$$E'(t) = E(t) + \frac{i}{3\varepsilon_0} P(t). \qquad (1)$$

Величины амплитуд полей и резонансной поверхностной поляризованности $P(t)$ усреднены по длине усиливающего элемента и квазистационарны (то есть относительно изменяются медленно за время, сравнимое с периодом светового колебания). Представление резонансной поляризованности в выражении (1) помимо прямой резонансной компоненты содержит также квазирезонансную составляющую:

$$P(t)=|\mu_{12}|N\langle\rho(t,\omega)\rangle+i\,2\pi\varepsilon_0\Delta\alpha\,N(\langle n(t,\omega)\rangle-n_0)E'(t). \qquad (2)$$

Её присутствием учтено характеризуемое величиной $\Delta\alpha$ различие поляризуемости на уровнях перехода, что даёт возможность рассматривать резонансную нелинейную рефракцию. В выражение (2) входят вероятностные переменные спектральных составляющих поляризованности $\rho(t,\omega)$ и разности населённостей уровней резонансного перехода $n(t,\omega)$ (инверсной заселённости). Их динамика определяется квантовомеханическими уравнениями матрицы плотности, $|\mu_{12}|$ – модуль матричного элемента дипольного момента, N – объёмная плотность резонансных частиц, n_0 – начальное значение инверсной заселённости. Угловые скобки в обозначении материальных переменных означают усреднение по разбросу частот, вызванное неоднородным уширением. В результате адиабатического исключения частотных компонент поляризованности ρ формулируются скоростные уравнения, записанные для переменных нормированной комплексной амплитуды действующего поля $A(\tau)$ и спектральных компонент инверсной заселённости $n(\tau,\delta)$ (последняя в нашей постановке задачи рассматривается как концентрация экситонов):

$$\frac{dA}{d\tau}=\frac{1}{\tau_\phi}\left\{\langle n\rangle+\frac{R}{3\sigma}\langle\delta n\rangle-1+i\left[\langle\delta n\rangle+\beta(\langle n\rangle-n_0)\right]\right\}A-\frac{\beta R}{3\sigma}\frac{d\langle n\rangle}{d\tau}A,$$

$$\frac{dn}{d\tau}=\alpha-n-\frac{n\,|A|^2}{1+(\delta+\Delta)^2},\quad \langle n\rangle=\int\frac{g(\Delta)n}{1+(\delta+\Delta)^2}d\Delta, \qquad (3)$$

$$\langle\delta n\rangle=\int\frac{(\delta+\Delta)g(\Delta)n}{1+(\delta+\Delta)^2}d\Delta,\ \ \delta=(\omega-\omega_0)/\gamma,\quad \Delta=(\omega_0-\omega_{12})/\gamma.$$

В системе (3) амплитуда $A(\tau)$ нормирована по амплитуде действующего поля, соответствующей насыщению: $A=|\mu_{12}|E'\sqrt{\tau_э/\gamma}/\hbar$, время τ – по времени жизни экситонов: $\tau=t/\tau_э$; соответственно нормированы остальные временные параметры, величина одного из основных таких параметров – время жизни фотона в резонаторе, содержащем генерирующую структуру, $\tau_ф$ – помимо потерь на излучение и поглощения предусматривает учёт значений коэффициента заполнения резонатора и параметра оптического ограничения σ, $g(\Delta)$ – функция гауссова распределения по разбросу частот ω_{12} с дисперсией $1/\tau'$, характеризующей неоднородное уширение вблизи центра резонанса ω_0. Система (3) содержит также параметры: однородная ширина резонансной линии поглощения γ, параметр амплитудно-фазовой связи $\beta = 2\pi\Delta\omega\hbar\gamma\varepsilon_0 / |\mu_{12}|^2$, нормирующий коэффициент $R = \lambda/2\pi l$ (l – длина усиливающего элемента, λ – длина волны излучения), определяемый током накачки скоростной параметр α, его величина характеризует превышение тока накачки над пороговым уровнем (пороговый уровень усиления определяется равенством показателя усиления в центре линии $\kappa = |\mu_{12}|^2 \omega_0 N l / \gamma\hbar\varepsilon_0 c$ суммарным потерям излучения в лазерной схеме).

Мнимая часть уравнения для амплитуды содержит две компоненты, также описывающие нелинейные фазовые эффекты. Присутствует, во-первых, дисперсионная компонента, которая пропорциональна $\langle \delta n \rangle$ и означает возможность затягивания частоты генерации к центру линии по мере нарастания интенсивности, во-вторых, нелинейно-рефрактивная компонента, пропорциональная резонансной вариации инверсии и означающая, в сущности, учёт известного явления спектрального уширения линии, эффективность которого в системах квантовых точек оценивается, например, в [5]. Параметр амплитудно-фазовой связи тогда пропорционален известному фактору Хенри. В условиях значимости спектрального уширения линии усиление в квантоворазмерной структуре приобретает динамичную модуляционную составляющую, которая линейно зависит от скорости изменения концентрации экситонов с коэффициентом, пропорциональным параметру β.

Расчетный анализ процессов излучения основывался на численном интегрировании кинетической системы (3) методом Рунге-Кутта, были определены зависимости интенсивности действующего поля $S = |A(\tau)|^2$. Начальные условия соответствовали выполнению амплитудного условия генерации – предполагалось, что $\langle n(\tau = 0) \rangle = 1$; при этом начальная вели-чина $S(\tau = 0)$ на несколько порядков меньше равновесного значения – то есть для начального этапа, в сущности, решалась задача усиления слабого сигнала. Ход кривых, иллюстрирующих решения (3) для интенсивности в этом диапазоне начальных значений S, не зависел от их выбора. Непосредственно рассчитывалась величина интенсивности излучаемого поля $S_0(\tau) = S[(1 - \kappa R{<}\delta n{>})^2 + (\kappa R{<}n{>})^2]$. На рисунке проиллюстрированы два основных варианта возможных решений нелинейной системы (3): переходный к установившемуся режиму с непрерывной мощностью (рисунок 1,а) и автоколебательный (регулярный) в виде периодической последовательности незатухающих импульсов (рисунок 1,б,в).

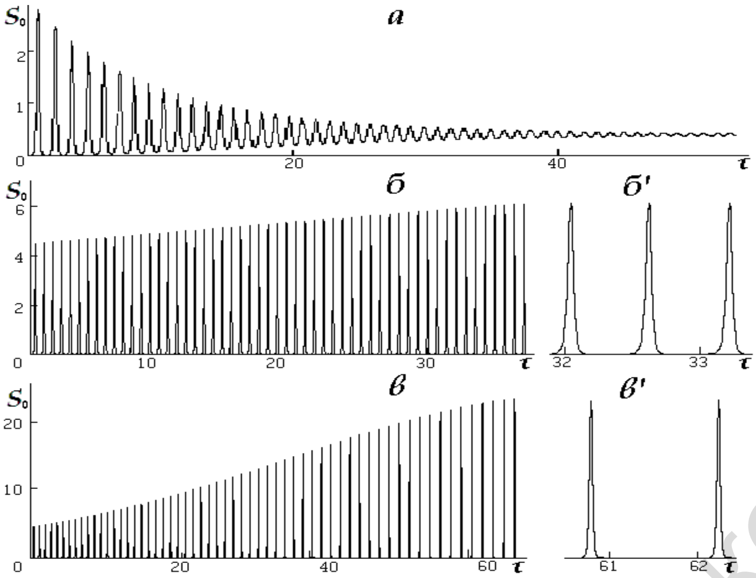


Рисунок 1 – Временна́я развёртка интенсивности излучаемого поля (на фрагментах *б′* и *в′* зависимости приведены с бо́льшим разрешением, временна́я шкала соответствует наносекундам)
$\alpha = 1{,}6$, $\delta = 0{,}5$ (*а*), $\alpha = 1{,}72$, $\delta = 0{,}4$ (*б*), $\alpha = 1{,}7$, $\delta = 0{,}33$ (*в*); $\beta = 2$,
$\tau_ф = 5$ пс, $\tau_э = 1$ нс, $\gamma = 1 \cdot 10^{12} с^{-1}$, $\kappa = 0{,}13$, $\sigma = 0{,}04$, $\gamma\tau' = 0{,}3$, $\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-6}$м

Основным фактором развития автоколебательного режима следует считать различие времён релаксации в каналах накачки и генерации в условиях действия дополнительных нелинейных эффектов, характерных для резонансного взаимодействия и изменяющих условия устойчивости энергообмена в лазерных системах. Частота следования, длительность и скважность импульсов в релаксационных автоколебательных сериях, в целом, зависела от соотношения параметров, определяющих коэффициенты в уравнениях (3). Масштаб явлений соответствовал характеристикам реальных лазеров, известных, например, по данным [4, 5], на основе которых и рассчитаны коэффициенты (3). Отметим, что длительность образующих серию импульсов может достигать долей пикосекунды, период следования импульсов соответствует субнаносекундному диапазону. Фактор неоднородного уширения линии генерации существенно сказывается в увеличении скважности и уменьшении длительности импульсов по отношению к случаю однородного уширения.

Качественно устойчивость регулярного режима можно оценить на основе линейного анализа системы (3). В пренебрежении неоднородным уширением этот анализ относительно несложен и представляет самостоятельную задачу. Представляется важным, что режим излучения, который обычно достигается за счёт синхронизированных с системой накачки модулирующих устройств, усложняющих схему прибора, можно в определённых условиях реализовать при постоянном токе накачки.

Литература

1. Каплан, А.Е. Поведение локальных полей в нанорешётках из сильно взаимодействующих атомов: наностраты, гигантские резонансы, «магические» числа и оптическая бистабильность / А.Е. Каплан, С.Н. Волков // УФН. – 2009. – Т. 179. – № 5. – С. 539–547.
2. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots / P. Borri [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – № 8. – P. 081306-1–081306-4.
3. Local-field effects in a dense ensemble of resonant atoms: Model of a generalized two-level system / A.A. Afanas'ev [et al.] // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60. – № 2. – P. 1523–1529.
4. Жуков, А.Е. Полупроводниковые лазеры на основе квантовых точек для систем оптической связи / А.Е. Жуков, А.Р. Ковш // Квантовая электроника. – 2008. – Т. 38. – № 5. – С. 409–422.
5. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры / Ж.И. Алфёров и др. // ФТП. – 1998. – Т. 32. – № 4. – С. 385–410.

СЕКЦИЯ «ТЕОРИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ»

Председатель – Тимошин С.И., Максименко Н.В.

В.В. Андреев, В.Ю. Гавриш

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ВЫЧИСЛЕНИЕ ШИРИН РАСПАД ВЕКТОРНЫХ БОЗОНОВ МЕТОДОМ БАЗИСНЫХ СПИНОРОВ

Введение

Цель данной статьи – продемонстрировать, как с помощью метода базисных спиноров без вычисления шпуров матриц Дирака можно вычислять наблюдаемые величины процессов взаимодействия с участием фермионов. В качестве примера, рассмотрим процессы распада векторных бозонов в лептонную пару. Изучение этих процессов представляет интерес с точки зрения извлечения таких параметров Стандартной Модели (СМ), как угол Вайнберга–Салама, константы взаимодействия и др.

1. Кинематика распада $1 \to 2$

Для расчетов наблюдаемых рассмотрим процесс распада векторного бозона массы M в пару лептонов $B(p,\sigma) \to l\left(k_1,\lambda_{k_1}\right) + \bar{l}\left(k_2,\lambda_{k_2}\right)$ в системе покоя мезона. Тогда 4-импульсы бозонов и лептонов запишутся в виде:

$$p^{\mu} = (M,0,0,0),$$
$$k_1^{\mu} = (E_1,|\vec{k}|\sin\theta,0,|\vec{k}|\cos\theta), \quad k_2^{\mu} = (E_2,-|\vec{k}|\sin\theta,0,-|\vec{k}|\cos\theta), \tag{1}$$

а вектора поляризации $\varepsilon_{\sigma}^{\mu}\left(p\right)$ бозона равны

$$\varepsilon_0 = (0,0,0,1), \quad \varepsilon_{\pm} = (0, 1/\sqrt{2}, \pm i/\sqrt{2}, 0) \tag{2}$$

для продольной поляризации $\left(\sigma = 0\right)$ и поперечной поляризации $\sigma = \pm 1$ векторного бозона соответственно. Из законов сохранения следует, что

$$|\vec{k}|^2 = \frac{\left(M^2 + m_2^2 - m_1^2\right)^2}{4M^2} - m_2^2, \quad E_{1,2} = \frac{M^2 + m_{1,2}^2 - m_{2,1}^2}{2M}. \tag{3}$$

Наблюдаемая величина – дифференциальная ширина распада бозона $d\Gamma$ имеет вид [1]:

$$d\Gamma^{\sigma}_{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}} = \frac{1}{32\pi^2}\frac{|\vec{k}\,|}{M^2}|T^{\sigma}_{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}|^2 \sin\theta d\theta d\varphi, \tag{4}$$

где $T^{\sigma}_{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}$ – матричный элемент, явный вид которого найдем по правилам Фейнмана для СМ.

2. Расчет матричного элемента $B(p,\sigma) \to l\left(k_1,\lambda_{k_1}\right) + \bar{l}\left(k_2,\lambda_{k_2}\right)$

В низшем порядке теории возмущений диаграмма Фейнмана распада векторного бозона изображена на рисунке 1.

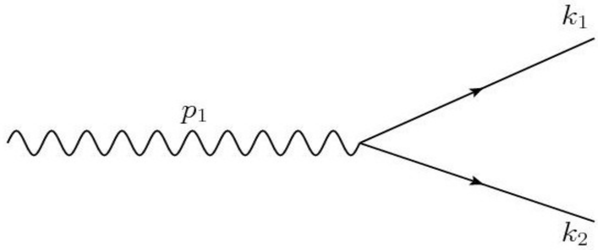


Рисунок 1 – Диаграмма Фейнмана для распада векторного бозона

Исходя из правил Фейнмана [2], запишем общее выражение для амплитуды распада $B(p,\sigma) \to l\left(k_1,\lambda_{k_1}\right) + \bar{l}\left(k_2,\lambda_{k_2}\right)$

$$T^{\sigma}_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}} = -\sqrt{4\pi\alpha}\cdot \bar{u}_{\lambda_{k1}}(k_1,m_1)\hat{\varepsilon}_{\sigma}\left[\sum_{\rho=-1}^{1} g_{\rho}\omega_{\rho}\right]\upsilon_{\lambda_{k2}}(k_2,m_2). \tag{5}$$

Константы взаимодействия в (5) зависят от сорта бозона (Z^0, $W^{\pm}$) и конечного состояния, $\omega_{\pm} = \frac{1\pm\gamma_5}{2}$ – проекционный оператор. Вычисление $T^{\sigma}_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}}$ проведем с помощью метода базисных спиноров (МБС) [3]. Изложим кратко основные соотношения МБС.

Спинор Дирака $W^{A}_{\lambda_p}(p,s_p)$ [4] для массивного фермиона (А = 1) и антифермиона (А = – 1) с 4-импульсом p и произвольным вектором поляризации s_p может быть записан в виде [1]:

$$W^{A}_{\lambda_p}(p,s_p) = \frac{\left(\not{p} + Am_p\right)\left(1+\lambda_p\gamma_5\hat{s}_p\right)}{2\sqrt{b_{-1}(p+m_p s_p)}}u_{-A\lambda_p}(b_{-1}), \tag{6}$$

где $u_{\lambda}(b_{-1})$– базисный спинор. Для безмассового базисного спинора справедливы соотношения:

$$\hat{b}_{-1}u_{\lambda}(b_{-1}) = 0, \qquad \hat{b}_1 u_{-\lambda}(b_{-1}) = u_{\lambda}(b_1), \tag{7}$$
$$\hat{n}_{\lambda}u_{-\rho}(b_{-1}) = \delta_{\lambda,\rho}u_{\rho}(b_{-1}), \quad \omega_{\lambda}u_{\rho}(b_A) = \delta_{\lambda,\rho}u_{\rho}(b_A),$$

где $\tilde{b}_A = 2b_A = (1,0,0,A)$ и $\tilde{n}_{\lambda} = 2n_{\lambda} = (0,\lambda,i,0)$ – вектора изотропной тетрады. Для BDKS–поляризационных состояний конечных фермионов (антифермионов) соотношение (6) примет вид [1]:

$$W^{A}_{\lambda_p}(p) = \frac{\hat{p} + Am_p}{\sqrt{(p \cdot \tilde{b}_{-1})}} u_{-A\lambda_p}(b_{-1}) . \tag{8}$$

С помощью уравнений (7) определим действие матрицы Дирака на безмассовый базисный спинор:

$$\gamma^{\mu} u_{\lambda}(b_A) = \tilde{b}^{\mu}_{A} u_{-\lambda}(b_{-A}) - A \cdot \tilde{n}^{\mu}_{-A\times\lambda} u_{-\lambda}(b_A) . \tag{9}$$

Используя соотношение (9), нетрудно получить действие и двух матриц Дирака на безмассовый базисный спинор:

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} u_{\lambda}(b_A) = (\tilde{b}^{\mu}_{A} \cdot \tilde{n}^{\nu}_{-A\times\lambda} + \tilde{n}^{\mu}_{A\times\lambda} \cdot \tilde{n}^{\nu}_{-A\times\lambda}) u_{\lambda}(b_A) - A(\tilde{b}^{\mu}_{A} \cdot \tilde{n}^{\nu}_{-A\times\lambda} - \tilde{n}^{\mu}_{-A\times\lambda} \cdot \tilde{b}^{\nu}_{A}) u_{\lambda}(b_{-A}) . \tag{10}$$

Важным свойством безмассовых базисных спиноров является соотношение полноты:

$$\sum_{\lambda, A=-1}^{1} u_{\lambda}(b_A) \bar{u}_{-\lambda}(b_{-A}) = 1 . \tag{11}$$

Спинорные произведения базисных спиноров задаются соотношениями:

$$\bar{u}_{\lambda}(b_C) u_{\rho}(b_A) = \delta_{\lambda,-\rho} \delta_{C,-A} . \tag{12}$$

Соотношения (6), (9) и (12) и составляют основу МБС.

С помощью МБС рассчитаем $T^{\sigma}_{\lambda_{k2},\lambda_{k1}}$ (см. (5)) в терминах скалярных произведений физических и изотропной тетрады векторов, используя соотношения (8)-(12):

$$\begin{aligned} T^{\sigma}_{\lambda_{k2},\lambda_{k1}} = &\frac{-\sqrt{4\pi\alpha}}{\sqrt{(k_2 \cdot \tilde{b}_{-1})}\sqrt{(k_1 \cdot \tilde{b}_{-1})}} \Big[\Big\{ ((k_2 \cdot \tilde{b}_{-1})(\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{b}_{+1}) + (k_2 \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}})(\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{n}_{-\lambda_{k2}}))(k_1 \cdot \tilde{b}_{-1}) - \\ &- \Big\{ (k_1 \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}})(\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{b}_{-1}) - (\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}})(k_2 \cdot \tilde{b}_{-1}) \Big\} (k_1 \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}}) \Big\} g_{-\lambda_{k2}} \delta_{\lambda_{k1},-\lambda_{k2}} + \\ &+ \Big\{ (\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{b}_{-1})(k_1 \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}}) - (\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}})(k_1 \cdot \tilde{b}_{-1}) \Big\} m_2 g_{\lambda_{k2}} \delta_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}} + \Big\{ (k_2 \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}})(\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{b}_{-1}) - \\ &- (k_2 \cdot \tilde{b}_{-1})(\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{n}_{\lambda_{k2}}) \Big\} m_1 g_{-\lambda_{k2}} \delta_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}} - (\varepsilon_{\sigma} \cdot \tilde{b}_{-1}) m_1 m_2 g_{\lambda_{k2}} \delta_{\lambda_{k1},-\lambda_{k2}} \Big]. \end{aligned} \tag{13}$$

Для продольной поляризации выражение (13) с учетом соотношений (2) получим

$$\begin{aligned} T^{0}_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}} = &\frac{-\sqrt{4\pi\alpha}}{\sqrt{E_1E_2 + k(E_2 - E_1)\cos\theta - k^2\cos^2\theta}} \Big[\delta_{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}} \lambda_{k_2} (m_1 g_{-\lambda k_2} - m_2 g_{\lambda k_2}) k \sin\theta - \\ &- \delta_{\lambda_{k_1},-\lambda_{k_2}} (g_{-\lambda_{k_2}} (k(E_2 - E_1)\cos\theta + E_1E_2 - k^2\cos 2\theta) + m_1 m_2 g_{\lambda_{k_2}}) \Big] \end{aligned} . \tag{14}$$

Подобным же образом для поперечных поляризаций:

$$T^{\sigma}_{\lambda_{k1},\lambda_{k2}} = \frac{-\sqrt{2\pi\alpha}\;\sigma}{\sqrt{E_1E_2 + k(E_2 - E_1)\cos\theta - k^2\cos^2\theta}}$$
$$\Big[\delta_{\lambda_{k_1},-\lambda_{k_2}} k\left\{(E_1+E_2)\lambda_{k_2} + \sigma(E_1 - E_2 - 2k\cos\theta)\right\} g_{-\lambda_{k_2}} \sin\theta - \qquad . \qquad (15)$$
$$-2\delta_{\lambda_{k_1},-\lambda_{k_2}}\delta_{\sigma,-\lambda_{k_2}}(m_1(E_2 + k\cos\theta)g_{-\lambda_{k_2}} + m_2(E_1 - k\cos\theta)g_{\lambda_{k_2}}))\Big]$$

3. Расчет наблюдаемых процесса $B(p,\sigma) \to l\left(k_1,\lambda_{k_1}\right) + \bar{l}\left(k_2,\lambda_{k_2}\right)$

Используя метод базисных спиноров, рассчитаем наблюдаемые величины для процесса $Z^0 \to l\,\bar{l}$. В этом случае константы связи даются выражениями:

$$g_- = \frac{-\frac{1}{2} + s_W^2}{s_W c_W},\; g_+ = \frac{s_W}{c_W}. \qquad (16)$$

С учетом соотношения (3) и того, что $m_1 = m_2 = m_l$ имеем

$$E_1 = E_2 = \frac{M_{z^0}}{2}. \qquad (17)$$

Используя (4), (14) и (15), усредняя по спиновым состояниям Z^0-бозона и суммируя по конечным спиновым состояниям фермионов получим общее выражение для ширины распада:

$$d\Gamma = G_F\,\frac{[g_{V,l}^2 + g_{A,l}^2]M_{Z^0}^2 + 2\left[g_{V,l}^2 - 2g_{A,l}^2\right]m_l^2}{24\sqrt{2}\,\pi^2}\sqrt{-4m^2 + M^2}\,\sin\theta\, d\theta\, d\varphi\,, \qquad (18)$$

где векторная и аксиальная константы связи определены посредством

$$g_{V,l} = s_W c_W (g_- + g_+), \qquad g_{A,l} = s_W c_W (g_- - g_+), \qquad (19)$$

а G_F – константа Ферми, которая связанна с постоянной тонкой структуры α соотношением

$$\alpha = G_F\,\frac{2M_{w^\pm}^2 s_W^2}{\sqrt{2}\pi} = G_F\,\frac{2M_{z^0}^2 s_W^2 c_W^2}{\sqrt{2}\pi}. \qquad (20)$$

Для распада Z^0-бозона в пару кварк–антикварк вычисления аналогичны:

$$d\Gamma = G_F\,\frac{[g_{V,q}^2 + g_{A,q}^2]M_{Z^0}^2 - \left[4g_{A,q}^2 - 2g_{V,q}^2\right]m_q^2}{4\sqrt{2}\,\pi^2}\,|\vec{k}|\sin\theta\, d\theta\, d\varphi\,, \qquad (21)$$

где константы взаимодействия задаются соотношениями

$$g_{V,q} = s_W c_W(-\tfrac{3}{2} + 2\,s_W^2), \quad g_{A,q} = -\tfrac{1}{2} s_W c_W \qquad (22)$$

для кварков с зарядом $\left|\frac{1}{3}\right|$;

$$g_{V,q} = s_W c_W \left(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{4}{3}\, s_W^2\right), \quad g_{A,q} = -\tfrac{1}{2} s_W c_W \tag{23}$$

для кварков с зарядом $\left|\tfrac{2}{3}\right|$ [2].

Для процесса $W^{\pm} \to l^{\pm}\nu_{l^{\pm}}$ константы связи даются выражениями:

$$g_{+} = 0, \quad g_{-} = \frac{1}{\sqrt{2}s_W}\ . \tag{24}$$

С учётом того, что масса нейтрино равна нулю, усредняя по спиновым состояниям $W^{\pm}$-бозона и суммируя по конечным спиновым состояниям фермионов, получим общее выражение для ширины распада:

$$d\Gamma = G_F \frac{\left(2M_{W^{\pm}}^2 + m_l^2\right)\left(m^2 - M_{W^{\pm}}^2\right)^2}{48\sqrt{2}M_{W^{\pm}}^3\pi^2} \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\ . \tag{25}$$

В случае распада бозонов, когда все лептоны безмассовые, имеем

$$|\vec{k}| = \frac{M_{Z^0,W^{\pm}}}{2}, \ \ m_1 = m_2 = 0 \tag{26}$$

и выражения (18) и (25) сводится к

$$d\Gamma = G_F \frac{[g_{V,l}^2 + g_{A,l}^2]}{24\sqrt{2}\,\pi^2} M_{Z^0}^3 \sin\theta d\theta d\varphi, \tag{27}$$

$$d\Gamma = G_F \frac{[g_{V,q}^2 + g_{A,q}^2]}{8\sqrt{2}\,\pi^2} M_{Z^0}^3 \sin\theta d\theta d\varphi \tag{28}$$

и

$$d\Gamma = G_F \frac{M_{W^{\pm}}^3}{24\sqrt{2}\,\pi^2} \sin\theta\, d\theta\, d\varphi \tag{29}$$

для Z^0 и $W^{\pm}$-бозонов соответственно. Интегрируя данные выражение по телесному углу, получим полную ширину распада Z^0 и $W^{\pm}$-бозонов соответственно:

$$\Gamma = G_F \frac{M_{Z^0}^3}{6\sqrt{2}\pi}\left[g_{V,l}^2 + g_{A,l}^2\right], \tag{29}$$

$$\Gamma = G_F \frac{M_{Z^0}^3}{3\sqrt{2}\pi}\left[g_{V,q}^2 + g_{A,q}^2\right], \tag{30}$$

$$\Gamma = G_F \frac{M_{W^{\pm}}^3}{6\sqrt{2}\pi}\ . \tag{31}$$

Полученные выражения (29), (30) совпадают с соответствующими ответами, приведенными в работе [2], что подтверждает правильность методики расчета матричных элементов с помощью МБС.

Литература

1. Hahn, T. Generating Feynman diagrams and amplitudes with Feyn-Arts 3 / T. Hahn // Comput. Phys. Commun. 2001. – V. 140. – P. 418–431.

2. Borodulin, V.I. CORE: COmpendium of RElations: Version 2.1 / V.I. Borodulin, R.N. Rogalyov, S.R. Slabospitsky // CORE. [Electronic resource]. Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep–ph/9507456v1 – Date of access: 04.01.2011.

3. Андреев, В.В. Аналитическое вычисление фейнмановских амплитуд / В.В. Андреев // Ядерная физика. – 2003. – Т. 66.– № 2. – С. 410–420.

4. Биленький, С.М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия / С.М. Биленький. – Москва: Энергоатомиздат, 1990. – 327 с.

Е.А. Дей

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА НУМЕРОВА И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Введение

Изучение связанных состояний в задачах квантовой механики во многих случаях требует численного решения одномерного уравнения Шредингера [1]

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \qquad (1)$$

или радиального уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\chi}{dr^2}+V(r)\chi(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\chi(r)=E\chi(r), \qquad \chi(r)=rR(r). \qquad (2)$$

Оба варианта уравнения будем в дальнейшем описывать общей формой

$$\psi''=f(x)=g(x)\psi(x)-\varepsilon\psi(x) \qquad (3)$$

с граничными условиями

$$\psi(x\min)=0;\;\; \psi(x\max)=0. \qquad (4)$$

Для численного решения задачи на собственные значения (3)–(4) область изменения аргумента $[x\min;\ x\max]$ разделим на N отрезков с шагом $h=(x\max-x\min)/N$, так что $x_i = x\min + ih,\ i=0..N$, $\psi_i=\psi(x_i)$, $g_i=g(x_i)$. В граничных точках $\psi_0=\psi(x_0)=0$; $\psi_N=\psi(x_N)=0$. Используя ряд Тейлора в окрестности x_i, для второй производной можно получить выражение

$$\psi''(x_i)=\frac{1}{h^2}\left(\psi_{i-1}-2\psi_i+\psi_{i+1}\right)+\frac{h^2}{12}\psi^{(4)}(x_i)+\frac{h^4}{360}\psi^{(6)}(x_i)+\dots\ . \qquad (5)$$

При численном решении учитывается только первое слагаемое (5), что приводит к погрешности порядка $O(h^2)$.

Процедура Нумерова [2–4] заключается в учете второго слагаемого в (5) путем выражения его через ψ'' на основе исходного уравнения. Из (3) для четвертой производной получаем

$$\psi^{(4)}(x_i)=\left(g\psi-\varepsilon\psi\right)^{(2)}_{x=x_i}=f^{(2)}(x_i)=\frac{1}{h^2}\left(f_{i-1}-f_i+f_{i+1}\right)+\frac{h^2}{12}f^{(4)}(x_i)+\dots. \qquad (6)$$

Подстановка (6) в (5) дает численную аппроксимацию второй производной с локальной погрешностью порядка $O(h^4)$.

На практике метод Нумерова используется в двух различных формах:

а) для реализации поочередного вычисления собственных значений методом пристрелки; б) для получения матричной задачи на собственные значения и приближенного расчета сразу большого числа энергетических уровней.

В данной работе предложено обобщение матричного варианта метода Нумерова, использующее конечно-разностную аппроксимацию второй производной с произвольным четным порядком точности. Получены общие расчетные формулы для произвольного четного порядка P, выполнено численное исследование эффективности метода на примере вычисления спектра одномерного гармонического осциллятора и потенциала Вудса-Саксона, показано, что практический порядок точности соответствует теоретической оценке.

1. Обобщенные соотношения Нумерова для решения одномерного уравнения Шредингера

Для численного решения будем использовать центральные конечно-разностные аппроксимации второй производной волновой функции, имеющие общий вид [5]

$$\psi''(x_i)=\frac{1}{h^2}\sum_{k=-p/2}^{p/2}C_k\psi_{i+k}+O(h^p), \qquad (7)$$

где $C_{-p/2}$, $C_{-p/2+1},\dots C_{-1}$, C_0, $C_1,\dots C_{p/2-1}$, $C_{p/2}$ – неопределенные коэффициенты. Вследствие симметрии центральных конечно-разностных выражений справедливы равенства $C_{-p/2} = C_{p/2}$, $\dots C_{-1} = C_1$.

Для получения численных значений коэффициентов используем разложение сеточных значений волновой функции, входящих в (7), в ряд Тейлора в форме Лагранжа для узлов x_{i+k}, $k = -p/2..p/2$

$$\psi_{i+k} = \psi(x_i + kh) = \psi_i + kh\psi_i' + \frac{(kh)^2}{2!}\psi_i'' + \frac{(kh)^3}{3!}\psi_i^{(3)} + \frac{(kh)^4}{4!}\psi_i^{(4)} + \dots$$
$$+ \frac{(kh)^p}{p!}\psi_i^{(p)} + \frac{(kh)^{p+1}}{p+1!}\psi_i^{(p+1)} + \frac{(kh)^{p+2}}{p+2!}\psi^{p+2}(\xi_k); \qquad \zeta_k \in [x_i; x_{i+k}]. \tag{8}$$

После суммирования всех уравнений (8), умноженных на коэффициенты C_k, получаем

$$\frac{1}{h^2}\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k\psi_{i+k} = \frac{1}{h^2}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k\right)\psi_i + \frac{1}{h}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k\right)\psi_i' + \frac{1}{2!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^2\right)\psi_i'' +$$
$$+ \frac{h}{3!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^3\right)\psi_i^{(3)} + \frac{h^2}{3!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^4\right)\psi_i^{(4)} + \dots + \frac{h^{p-2}}{p!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^p\right)\psi_i^{(p)} +$$
$$+ \frac{h^{p-1}}{(p+1)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^{p+1}\right)\psi_i^{(p+1)} + \frac{h^p}{(p+2)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^{p+2}\right)\psi_i^{(p+2)} + \tag{9}$$
$$+ \frac{h^{p+2}}{(p+4)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^{p+4}\psi^{(p+4)}(\xi_k)\right).$$

Обозначив полученные суммы

$$\sigma_s = \sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^s, \tag{10}$$

получаем систему (p + 1) линейных уравнений для расчета коэффициентов C_k

$$\sigma_0 = 0;\ \ \sigma_1 = 0;\ \ \sigma_2 = 2;\ \ \sigma_3 = 0;\ \ \sigma_4 = 0;\ \dots\ \sigma_p = 0. \tag{11}$$

Вычисленные значения коэффициентов приведены в таблице 1.

Таблица 1 − Значения коэффициентов для центральных конечно-разностных аппроксимаций второй производной четных порядков Р = 2..12

Р	C_0	$C_{-1} = C_1$	$C_{-2} = C_2$	$C_{-3} = C_3$	$C_{-4} = C_4$	$C_{-5} = C_5$	$C_{-6} = C_6$
2	-2	1					
4	-5/2	4/3	-1/12				

6	-49/18	3/2	-3/20	1/90			
8	-205/72	8/5	-1/5	8/315	-1/560		
10	-5269/1800	5/3	-5/21	5/126	-5/1008	1/3150	
12	-5369/1800	12/7	-15/56	10/189	-1/112	2/1925	-1/16632

С учетом (9) и вычисленных коэффициентов выражение (7) для конечно-разностной аппроксимации второй производной от волновой функции в i-м узле сетки с точностью $O(h^p)$ принимает вид

$$\psi_i^{(2)} = \frac{1}{h^2}\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k \psi_{i+k} - \frac{h^p}{(p+2)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^{p+2}\right)\psi_i^{(p+2)} - \frac{h^{p+2}}{(p+4)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} C_k k^{p+4} \psi^{(p+4)}(\xi_k)\right). \quad (12)$$

В предлагаемом методе процедура Нумерова обобщается путем учета слагаемого, содержащего производную (p + 2)-го порядка $\psi_i^{(p+2)} = f(x)_i^{(p)}$, с помощью конечно-разностной аппроксимации

$$f^{(p)}(x_i) = \frac{1}{h^p}\sum_{k=-p/2}^{p/2} D_k f_{i+k} + O(h^p), \quad (13)$$

использующей те же узлы сетки, что и (4). Для нахождения неопределенных коэффициентов D_k аналогичным образом получаем систему линейных уравнений

$$\tilde{\sigma}_0 = 0;\ \ \tilde{\sigma}_1 = 0;\ \ \tilde{\sigma}_2 = 0;\ \ \tilde{\sigma}_3 = 0;\ \ \ldots\ \ \tilde{\sigma}_p = p!, \quad (14)$$

где $\tilde{\sigma}_k$ обозначены такие же суммы, что и в (10), но с коэффициентами D_k. Вычисленные значения коэффициентов приведены в таблице 2.

Таблица 2 − Значения коэффициентов для центральных конечно-разностных аппроксимаций Р-й производной

Р	D_0	$D_{-1} = D_1$	$D_{-2} = D_2$	$D_{-3} = D_3$	$D_{-4} = D_4$	$D_{-5} = D_5$	$D_{-6} = D_6$
2	-2	1					
4	6	-4	1				
6	-20	15	-6	1			
8	70	-56	28	-8	1		
10	-252	210	-120	45	-10	1	
12	924	-792	495	-220	66	-12	1

В результате для (p + 2)-й производной в правой части (12) получаем

$$\psi_i^{(p+2)} = f(x)_i^{(p)} = \frac{1}{h^p}\sum_{k=-p/2}^{p/2} D_k f_{i+k} - \frac{h^2}{(p+2)!}\left(\sum_{k=-p/2}^{p/2} D_k k^{p+2}\right) f_i^{(p+2)}(\xi). \quad (15)$$

Подставляя (15) в (12) и рассматривая далее все внутренние узлы $i = 1..N-1$, приходим к системе линейных уравнений относительно неизвестных значений $\psi_1, \psi_2, .., \psi_{N-1}$, представляющей собой конечно-разностную аппроксимацию уравнения Шредингера по обобщенному методу Нумерова с порядком точности (p + 2):

$$\sum_{k=-p/2}^{p/2} \left\{ -\frac{C_k}{h^2} + \frac{\sigma_{p+2}}{(p+2)!} D_k g_{i+k} + \delta_{k,0} g_i \right\} \psi_{i+k} =$$

$$= \varepsilon \sum_{k=-p/2}^{p/2} \left\{ \frac{\sigma_{p+2}}{(p+2)!} D_k + \delta_{k,0} \right\} \psi_{i+k} + O\left(h^{p+2}\right). \qquad (16)$$

Система однородных уравнений (16) образует обобщенную матричную задачу на собственные значения

$$A\psi = \varepsilon B\psi, \qquad (17)$$

которая может быть решена стандартными методами вычислительной линейной алгебры [6].

Для случая P = 2 (стандартный метод Нумерова) значения коэффициентов $C_{-1} = 1,\ C_0 = -2,\ C_1 = 1,\ D_{-1} = 1,\ \mathrm{D}_0 = -2,\ \mathrm{D}_1 = 1$ и система (16) принимает вид, совпадающий с известным в литературе [2, 3]

$$\left(-\frac{1}{h^2} + \frac{g_{i-1}}{12}\right)\psi_{i-1} + \left(\frac{2}{h^2} + \frac{10}{12} g_i\right)\psi_i + \left(-\frac{1}{h^2} + \frac{g_{i+1}}{12}\right)\psi_{i+1} = \varepsilon\left(\frac{1}{12}\psi_{i-1} + \frac{10}{12}\psi_i + \frac{1}{12}\psi_{i+1}\right),$$

$$i = 1..N-1. \qquad (18)$$

Погрешность аппроксимации в данном случае имеет порядок $O\left(h^4\right)$.

Рассмотрим далее случай P = 4. При этом на основании (11) и (14) получаем значения коэффициентов $D_{-2} = 1,\ \mathrm{D}_{-1} = -4,\ \mathrm{D}_0 = 6,\ \mathrm{D}_1 = -4,$ $\mathrm{D}_2 = 1,\ \ C_{-2} = -1/12,\ C_{-1} = 16/12,\ C_0 = -30/12,\ C_1 = 16/12,\ C_2 = -1/12$, и система сеточных уравнений (16) имеет вид

$$\left(\frac{1}{12h^2} - \frac{g_{i-2}}{90}\right)\psi_{i-2} + \left(-\frac{16}{12h^2} + \frac{4g_{i-1}}{90}\right)\psi_{i-1} + \left(\frac{30}{12h^2} + \frac{84}{90} g_i\right)\psi_i +$$

$$+\left(-\frac{16}{12h^2} + \frac{4g_{i+1}}{90}\right)\psi_{i+1} + \left(\frac{1}{12h^2} - \frac{g_{i+2}}{90}\right)\psi_{i+2} = \qquad (19)$$

$$= \varepsilon\left(-\frac{1}{90}\psi_{i-2} + \frac{4}{90}\psi_{i-1} + \frac{84}{90}\psi_i + \frac{4}{90}\psi_{i+1} - \frac{1}{90}\psi_{i+2}\right).$$

Погрешность аппроксимации в этом случае имеет порядок $O\left(h^6\right)$.

2. Результаты численных расчетов по обобщенному методу Нумерова

Программная реализация обобщенного метода Нумерова для P = 2..12 выполнена в системе Matlab. В качестве тестовой задачи рассмотрено численное решение одномерного уравнения Шредингера с потенциалом гармонического осциллятора. В системе единиц $\hbar = 1$, m = 0,5 потенциал имеет вид $V(x, y) = x^2 / 2$, а точные собственные значения энергии $\varepsilon_k = k + 1/2$, $k = 0,1\ldots$ Значения погрешности численного решения для первых 50 уровней приведены в таблице 3 для классического метода Нумерова (P=2) и обобщенного метода с порядком P = 4..12 (xmin = -20, xmax = 20, h = 0,05, N = 800).

Таблица 3 − Погрешность расчета уровней энергии одномерного гармонического осциллятора для классического метода Нумерова (P = 2) и обобщенного метода с порядком P = 4..12

k	P = 2	P = 4	P = 6	P = 8	P = 10	P = 12
0	-7.8e-005	-6.5e-008	-9.1e-011	4.7e-013	-7.7e-012	1.7e-010
5	-4.8e-003	-1.5e-005	-6.2e-008	-3.1e-010	-9.5e-012	1.7e-010
10	-1.7e-002	-1.0e-004	-7.6e-007	-6.6e-009	-7.1e-011	1.7e-010
15	-3.8e-002	-3.2e-004	-3.5e-006	-4.4e-008	-6.2e-010	1.7e-010
20	-6.6e-002	-7.4e-004	-1.1e-005	-1.8e-007	-3.2e-009	1.2e-010
25	-1.0e-001	-1.4e-003	-2.5e-005	-5.2e-007	-1.1e-008	-9.3e-011
30	-1.5e-001	-2.4e-003	-5.2e-005	-1.3e-006	-3.3e-008	-7.5e-010
35	-2.0e-001	-3.8e-003	-9.5e-005	-2.7e-006	-8.2e-008	-2.5e-009
40	-2.6e-001	-5.7e-003	-1.6e-004	-5.1e-006	-1.8e-007	-6.4e-009
45	-3.3e-001	-8.0e-003	-2.5e-004	-9.1e-006	-3.6e-007	-1.4e-008
50	-4.0e-001	-1.1e-002	-3.8e-004	-1.5e-005	-6.6e-007	-3.0e-008

По результатам трех последовательных расчетов для количества шагов N, 2N, 4N (то есть, для величины шага h, h/2, h/4) можно определить практический порядок сходимости численного метода $\widetilde{P}$. Предполагая, что при достаточно большом количестве N погрешность в вычислении собственного значения пропорциональна N–P, получаем

$$\widetilde{P} = \log_2\left(\frac{\varepsilon^{(N)} - \varepsilon^{(2N)}}{\varepsilon^{(2N)} - \varepsilon^{(4N)}}\right). \qquad (20)$$

Применяя эту формулу для оценки энергетических уровней гармонического осциллятора, получаем значения практического порядка сходимости $\widetilde{P}$ для различных значений порядка аппроксимации P второй производной в уравнении Шредингера (таблица 4).

Таблица 4 – Практический порядок сходимости обобщенного метода Нумерова при численном решении одномерного уравнения Шредингера с потенциалом гармонического осциллятора

K	P = 2	P = 4	P = 6	P = 8	P = 10	P = 12
1	2	3	4	5	6	7
0	2,01	3,95	5,88	7,79	9,67	11,53

5	2,03	3,94	5,86	7,75	9,62	11,46
10	2,04	3,93	5,83	7,71	9,56	11,39
15	2,05	3,91	5,79	7,66	9,50	11,31

Окончание таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7
20	2,07	3,90	5,76	7,60	9,43	11,23
25	2,09	3,89	5,72	7,55	9,35	11,14
30	2,11	3,88	5,69	7,49	9,28	11,04
35	2,13	3,88	5,66	7,44	9,20	10,94
40	2,15	3,87	5,63	7,38	9,12	10,84
45	2,18	3,87	5,60	7,33	9,04	10,74
50	2,20	3,88	5,58	7,28	8,97	10,64

Таким образом, практический порядок сходимости различных вариантов обобщенного метода Нумерова соответствует теоретическому значению.

Обобщенный метод Нумерова использован также для численного решения радиального уравнения Шредингера (2) с потенциалом Вудса-Саксона при $l = 0$

$$V(r) = \frac{a}{1+D} - \frac{acD}{(1+D)^2}; \quad D = e^{c(r-b)}; \quad a = -50, \quad b = 7, \quad c = \frac{5}{3}. \qquad (21)$$

В таблице 5 приведены значения уровней энергии, вычисленные при h = 0,02, rmin = 0, rmax = 16, а также точные значения из работы [7].

Таблица 5 – Результаты численного решения радиального уравнения Шредингера с потенциалом Вудса-Саксона обобщенным методом Нумерова

k	$E_{k,точн}$ [7]	P = 4	P = 8	P = 12
0 1	- 49.457788728083	- 49.457788728498	- 49.457788728080	- 49.457788728089
2 3	- 48.148430420006	- 48.148430429375	- 48.148430420003	- 48.148430420012
4 5	- 46.290753954466	- 46.290754022469	- 46.290753954461	- 46.290753954471
6 7	- 43.968318431814	- 43.968318715399	- 43.968318431808	- 43.968318431818
8 9	- 41.232607772180	- 41.232608632046	- 41.232607772172	- 41.232607772183
10 11	- 38.122785096728	- 38.122787218323	- 38.122785096719	- 38.122785096730
12 13	- 34.672313205700 -	- 34.672317735643 -	- 34.672313205691 -	- 34.672313205700 -

	30.912247487909 - 26.873448916060 - 22.588602257693 - 18.094688282124 - 13.436869040250 -8.676081670737 -3.908232481206	30.912256172372 - 26.873464221039 - 22.588627440000 - 18.094727358668 - 13.436926555547 -8.676162029944 -3.908338092841	30.912247487908 - 26.873448916078 - 22.588602257756 - 18.094688282276 - 13.436869040560 -8.676081671305 -3.908232482150	30.912247487909 - 26.873448916058 - 22.588602257691 - 18.094688282121 - 13.436869040246 -8.676081670731 -3.908232481201

Заключение

В работе предложен новый эффективный метод численного решения уравнения Шредингера для связанных состояний, основанный на обобщении метода Нумерова с использованием конечно-разностных производных высших порядков точности. Получены расчетные формулы для произвольного четного порядка P, вычислены коэффициенты для P = 2..12. Выполнено практическое исследование вычислительной эффективности метода на примере одномерного гармонического осциллятора и потенциала Вудса-Саксона.

Приведенные результаты подтверждают существенное уменьшение погрешности численного решения стационарного уравнения Шредингера при использовании обобщенного метода Нумерова.

Литература

1. Давыдов, А.С. Квантовая механика / А.С. Давыдов. – 2-е изд. – М. : Наука, 1973. – 704 с.
2. González, J.L.M. Getting started with Numerov’s method / J.L.M. González, D. Thompson // Computers in Physics – 1997. – Vol. 11. – P. 514–515.
3. Vigo-Aguiar, J. A variable-step Numerov method for numerical solution of the Schrödinger equation / J. Vigo-Aguiar, H.A. Ramos // J.Math.Chem. – 2005. – Vol. 37. – P. 255–262.
4. Bougouffa, S. The study of atomic transitions by use of Numerov technique in schematic model / S. Bougouffa // Fizika A. – 2006. – Vol. 15. – P. 193–208.
5. Турчак, Л.И. Основы численных методов / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2003. – 304 с.
6. Парлетт, Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы / Б. Парлетт – М. : Мир, 1983. – 384 с.
7. Ledoux, V. Solution of the Schrödinger equation by a high order perturbation method based on a linear reference potential / V. Ledoux, M. Rizea, L. Ixaru, G.Vanden Berghe, M. Van Daele // Comput. Phys.

Commun. – 2006. – Vol. 175. – P. 424–439.

Т.П. Желонкина, С.А. Лукашевич, В.Ф. Шолох

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТРАКТОВКА ПОНЯТИЯ ЭНЕРГИИ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Понятие энергии является одним из наиболее фундаментальных поня-тий в физике, а закон сохранения – одним из основных законов природы.

Естественно, что трактовке данного понятия в курсе общей физике должно быть уделено особое внимание. Исходя из этого, мы считаем, что наиболее глубокие и четкие представления об энергии можно создать на базе релятивистских представлений [1].

На основе анализа результатов эксперимента (движение частиц в ускорителях и т.д.) вводится понятие о релятивистской массе

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1)$$

и релятивистском импульсе

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2)$$

Полная энергия тела вводится по определению

$$E = mc^2. \quad (3)$$

Энергия покоя (иначе внутренняя энергия) представляет собой энергию тела в соответствующей системе отсчета, относительно которой тело покоится:

$$E_0 = m_0c^2. \quad (4)$$

Тогда кинетическая энергия

$$K = E - E_0 = mc^2\left(1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}\right) = \frac{mv^2}{1 + \sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (5)$$

В нерелятивистском приближении (v << c) кинетическая энергия

$$K = \frac{mv^2}{2}. \quad (6)$$

Заметим, что под «телом» мы понимаем не элементарную частицу, а совокупность частиц, каждая из которых, в свою очередь, может иметь произвольную сложную структуру. Внутренняя энергия системы невзаимодействующих частиц (идеальный газ) равна сумме их полных энергий:

$$E_0^{сист} = \Sigma E_i = \Sigma E_{0i} + \Sigma K_i = \Sigma E_{0i} + K_{внутр}, \tag{7}$$

где под $K_{внутр}$ понимается суммарная кинетическая энергия хаотического движения частиц, из которых состоит тело.

По аналогии можно записать выражение для внутренней энергии системы взаимодействующих частиц:

$$E_0^{сист} = \Sigma E_{0i} + K_{внутр} + U_{внутр}, \tag{8}$$

где под $U_{внутр}$ понимается суммарная энергия взаимодействия частиц между собой. Разбиение энергии системы на три слагаемые не является однозначной операцией и зависит от характера задачи. Так, при низких температурах, когда не возбуждаются колебательные степени свободы молекул газа, энергия движения и взаимодействия атомов молекул входит в ΣE_{0i}, а при повышении температуры эти степени свободы мы уже включили в $K_{внутр}$ и $U_{внутр}$. То же относится и к внутриатомным и внутриядерным степеням свободы. Поэтому, кстати, невозможно выделить из всей энергии слагаемое, которое можно было бы назвать «тепловой» энергией.

Из (4) и (8) следует, что масса покоя системы частиц

$$m_0^{сист} = \Sigma m_{0i} + \Delta m, \tag{9}$$

где Δm – дефект массы

$$\Delta m = \frac{K_{внутр} + U_{внутр}}{c^2}. \tag{10}$$

В зависимости от знака энергии взаимодействия дефект массы может быть положительным или отрицательным.

Путем элементарного преобразования выражения (1) получаем соотношение между энергией и импульсом тела:

$$E^2 = E_0^2 + \vec{p}^{\,2} c^2. \tag{11}$$

Дифференцируя это выражение, получим после сокращений:

$$dE = dE_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} + \vec{v} d\vec{p}. \tag{12}$$

В случае, когда внутренняя энергия тела не меняется, имеем:

$$dE = dK = \vec{v} d\vec{p} = \frac{d\vec{p}}{dt} \vec{v} dt = \vec{\Im} d\vec{l}. \tag{13}$$

По определению величина $\delta A = \vec{\Im} d\vec{l}$ представляет собой элементарную работу. Итак, при $E_0 = const$ работа сила равна изменению кинетической энергии:

$$\delta A = dK. \tag{14}$$

В приближении ньютоновской механики существуют консервативные силы, работа которых не зависит от формы траектории, т.е.

$$\oint \vec{\Im} d\vec{l} = 0.$$

Элементарная работа консервативных сил есть полный дифференциал некоторой функции состояния, которая называется потенциальной энергией взаимодействия между частями системы:

$$\delta A_{конс} = -dU. \tag{15}$$

Из выражений (14) и (15) следует

$$W = K + U = const, \tag{16}$$

т.е. полная механическая энергия замкнутой консервативной системы сохраняется.

Особо следует обратить внимание на тот факт, что закон сохранения энергии в виде (16) справедлив лишь в приближении ньютоновской механики. В теории относительности в общем случае невозможно из энергии системы однозначным образом выделить слагаемое, которое можно было бы назвать потенциальной энергией.

Изменение полной энергии тела (системы частиц) проходит как за счет изменения энергии покоя, так и за счет изменения импульса. Не будет лишним заметить, что импульс меняется не только при изменении скорости тела, но и при изменении его массы покоя и тем самым – его внутренней энергии.

Внутренняя энергия тела меняется при его деформации – при этом совершается работа. Но работа совершается и при изменении импульса тела за счет изменения его скорости. С другой стороны, внутреннюю энергию тела можно измерить путем теплообмена; переданная при этом процессе энергия называется количеством теплоты δQ. Но как уже говорилось выше, при этом изменяется и импульс тела.

Итак, мы не можем однозначно решить вопрос о том, какое из слагаемых в правой части равенства (12) характеризует теплообмен, а какое работу. Точнее, и то, и другое в равной мере относится к обеим слагаемым. Следовательно, вполне однозначный смысл имеет лишь изменение полной энергии. Что касается понятий работы и количества теплоты, то разделение dE на слагаемые δA и δQ может быть выполнено, вообще говоря, разными способами. Таким образом мы вновь убеждаемся в бессодержательности термина «тепловая энергия», который еще нередко используется в литературе.

Если сохранить, согласно выражению (13), за величиной $\vec{v}d\vec{p}$ смысл элементарной работы и в том случае, когда импульс меняется не только за счет изменения скорости, но и за счет изменения массы покоя, и по определению назвать величину

$$\delta Q = dE_0\sqrt{1-v^2/c^2} = \delta Q_0\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{17}$$

элементарным количеством теплоты, то выражение (12) примет вид:

$$\delta Q + \delta A = dE\,. \tag{18}$$

Это и есть наиболее общая форма первого начала термодинамики. Из него следует общая формулировка закона сохранения энергии: в замкнутой ($\delta A = 0$) и адиабатически изолированной ($\delta Q = 0$) системе полная энергия сохраняется ($E = const$).

Закон преобразования выражения для количества теплоты (17) был предложен Планком. В таком виде им пользовались Эйнштейн [2] и де Бройль [3]. В последнее время Отт и Мёллер [4] выдвинули идею, что нужно пользоваться другим законом:

$$Q = \frac{Q_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,.$$

Учитывая рассмотренную выше неоднозначность самого определения понятия количества теплоты, можно было бы и не возражать против предлагаемой трактовки. Но никак нельзя согласиться с мнением Мёллера, что выражение (17) «ошибочно».

Рассмотрим тепловую машину, работающую по циклу Карно. Полезная работа в соответствующей системе отсчета

$$A^0 = Q_1^0\left(1-\frac{T^0{}_2}{T^0{}_1}\right), \tag{19}$$

где T_1 и T_2 температуры нагревателя и холодильника. В системе отсчета, движущейся вдоль оси абсцисс со скоростью v, имеем соответственно:

$$A = Q_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right). \tag{20}$$

Из выражений (16) и (17) видно, что работа и количество теплоты преобразуются одинаково.

Положим, что поршень перемещается вдоль оси ординат. Учитывая, что поперечная сила $\Im_y = \Im_y^0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$, а поперечная координата $y = y_0$, имеем:

$$A = \int\limits_{y_1}^{y_2} \Im_y dy = \int\limits_{y_1^0}^{y_2^0} \Im_y^0 dy^0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = A^0 \sqrt{1 - v^2/c^2}, \tag{21}$$

что совпадает с законом преобразования (17).

Литература

1. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: в 5 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1990. – 470 с.
2. Эйнштейн, А. Собрание научных трудов. Т.1 / А.Эйнштейн. – М. : Наука, 1965. – С. 103–104.
3. Де Бройль, Л. Эйнштейновский сборник. / Л. Де Бройль. – М. : Наука, 1970. – С. 7–10.
4. Мёллер, Х. Эйнштейновский сборник. / Х. Мёллер. – М. : Наука, 1970. – С. 11–39.

В.Н. Капшай, Ю.А. Гришечкин

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ФОРМ-ФАКТОРЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ ДВУХ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ С ПОТЕНЦИАЛОМ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА

В работе найдены численные решения релятивистских интегральных уравнений квантовой теории поля (КТП), описывающих связанные s-состояния двух скалярных частиц [1, 2], с потенциалом однобозонного обмена [2]. Полученные решения затем используются для нахождения значений упругих форм-факторов [3] и форм-факторов аннигиляции [4] системы двух частиц.

В импульсном представлении (ИП) двухчастичные уравнения КТП для волновых функций связанных s-состояний $\psi_{(j)}(w,\chi)$ имеют следующий вид [5]:

$$\psi_{(j)}(w,\chi) = \frac{2\lambda}{\pi m} G_{(j)}(w,\chi) \int\limits_0^\infty d\chi' V(\chi,\chi') \psi_{(j)}(w,\chi'), \tag{1}$$

где индекс $j=1,2,3,4$ соответствует четырем вариантам уравнений, полу-ченных в квазипотенциальном подходе КТП: $j=1$ ($j=3$) – уравнение Логунова-Тавхелидзе (модифицированное), $j=2$ ($j=4$) – уравнение Кадышевского (модифицированное). В уравнении (1) величина χ – быстрота, связанная с импульсом p частицы массы m соотношением $p=m\sinh\chi$, величина w связана с энергией системы двух частиц $2E$ соотношением $2E=2m\cos w$, $\lambda>0$ – константа связи, $V(\chi,\chi')$ – реляти-вистский потенциал, $G_{(j)}(w,\chi)$ – функции Грина (ФГ) j-го уравнения, имеющие вид [1, 2]:

$$G_{(1)}(w,\chi)=\left[\cosh^2\chi-\cos^2 w\right]^{-1};\; G_{(2)}(w,\chi)=\left[2\cosh\chi\left(\cosh\chi-\cos w\right)\right]^{-1};$$
$$G_{(3)}(w,\chi)=\cosh\chi\left[\cosh^2\chi-\cos^2 w\right]^{-1};\; G_{(4)}(w,\chi)=\left[2\left(\cosh\chi-\cos w\right)\right]^{-1}. \tag{2}$$

Парциальный потенциал однобозонного обмена $V(\chi,\chi')$ в сферически-симметричном случае имеет форму

$$V(\chi,\chi')=\frac{1}{4}\ln\left(\frac{\cosh(\chi+\chi')-\cos\alpha}{\cosh(\chi-\chi')-\cos\alpha}\right), \tag{3}$$

где величина α связана с массой μ скалярного обменного бозона соотношением [2]

$$\cos\alpha=1-\mu^2/2m^2. \tag{4}$$

Для определения упругих форм-факторов необходимо знание волновых функций в релятивистском конфигурационном представлении (РКП). Соответствующие (1) уравнения для волновых функций в РКП имеют следующий вид [6]:

$$\psi_{(j)}(w,r)=-\lambda\int_0^\infty dr' G_{(j)}(w,r,r')V(r')\psi_{(j)}(w,r'), \tag{5}$$

где r – модуль радиус-вектора в РКП, а функции $\psi_{(j)}(w,r)$, $G_{(j)}(w,r,r')$, $V(r)$ связаны с соответствующими функциями в ИП следующими преобразованиями:

$$\psi_{(j)}(w,r)=\int_0^\infty dr\sin(\chi mr)\psi_{(j)}(w,\chi), \tag{6}$$

$$G_{(j)}(w,r,r')=\frac{-2}{\pi m}\int_0^\infty d\chi\sin(\chi mr)G_{(j)}(w,\chi)\sin(\chi mr'), \tag{7}$$

$$V(\chi,\chi')=\int_0^\infty dr\sin(\chi mr)V(r)\sin(\chi' mr). \tag{8}$$

Вычисление интегралов для ФГ (7) дает следующие выражения в РКП (мы ввели обозначения $K^{(1)} = K^{(2)} = m\sin 2w$, $K^{(3)} = K^{(4)} = 2m\sin w$) [6]:

$$G_{(j)}(w,r,r') = G_{(j)}(w,r-r') - G_{(j)}(w,r+r'), \tag{9}$$

где

$$G_{(1)}(w,r) = \frac{-1}{K^{(1)}}\frac{\sinh(\pi/2-w)mr}{\sinh\pi mr/2}; \quad G_{(3)}(w,r) = \frac{-1}{K^{(3)}}\frac{\cosh(\pi/2-w)mr}{\cosh\pi mr/2};$$

$$G_{(2)}(w,r) = \frac{(4m\cos w)^{-1}}{\cosh\pi mr/2} - \frac{1}{K^{(2)}}\frac{\sinh(\pi-w)mr}{\sinh\pi mr}; \quad G_{(4)}(w,r) = \frac{-1}{K^{(4)}}\frac{\sinh(\pi-w)mr}{\sinh\pi mr}.$$

Преобразование, обратное (8), дает потенциал $V(r)$ в РКП [2]

$$V(r) = \frac{\cosh(\pi-\alpha)mr}{r\sinh\pi mr}. \tag{10}$$

Решения интегральных уравнений в РКП найдены методом составных квадратур Гаусса [7] после замены бесконечного предела интегрирования достаточно большой величиной, а решения уравнений в ИП – методом квадратур Чебышева [7, 8] после приведения полубесконечного интервала интегрирования к интервалу $[-1;1]$ заменой переменной $\chi = -\ln\left[(1-x)/2\right]$. Применение метода квадратур к интегральным уравнениям (1) и (5) даёт однородные системы линейных алгебраических уравнений, которые мы представим в следующей общей для ИП и РКП форме $M\psi = \lambda^{-1}\psi$, где ψ – вектор, составленный из значений волновой функции в узловых точках квадратурной формулы, M – матрица, полученная из ядра интегрального уравнения. Нахождение собственных значений линейной алгебраической системы [7, 8] дает значения константы связи λ для конкретного значения параметра w (или значения энергии $2E = 2m\cos w$). Параллельное решение уравнений в ИП и в РКП позволяет контролировать точность получаемых собственных значений. На рисунках 1, 2 приведен спектр собственных значений энергии при $\mu = m = 1$ и при $\mu = 0.1m = 0.1$. Результаты численных расчётов собственных значений для уравнений в РКП и в ИП совпадают с точностью до 10^{-8} и выше для наименьшего собственного значения λ, с точностью до 10^{-6} и выше для второго и третьего по величине собственного значения. По аналогии с квантовой механикой будем называть состояние соответствующее минимальному собственному значению константы связи **основным состоянием** ($n = 0$), а следующим по величине значениям – **n-ыми возбужденными состояниями**, (начиная с $n = 1$). Результаты численных расчётов для волновых функций для $\mu = m = 1$, $2E = 1$ приведены на рисунке 3. На рисунке видно, что число нулей волновой функции при $r \neq 0$ равно порядковому номеру возбуждённого состояния (для основного состояния нулей нет).

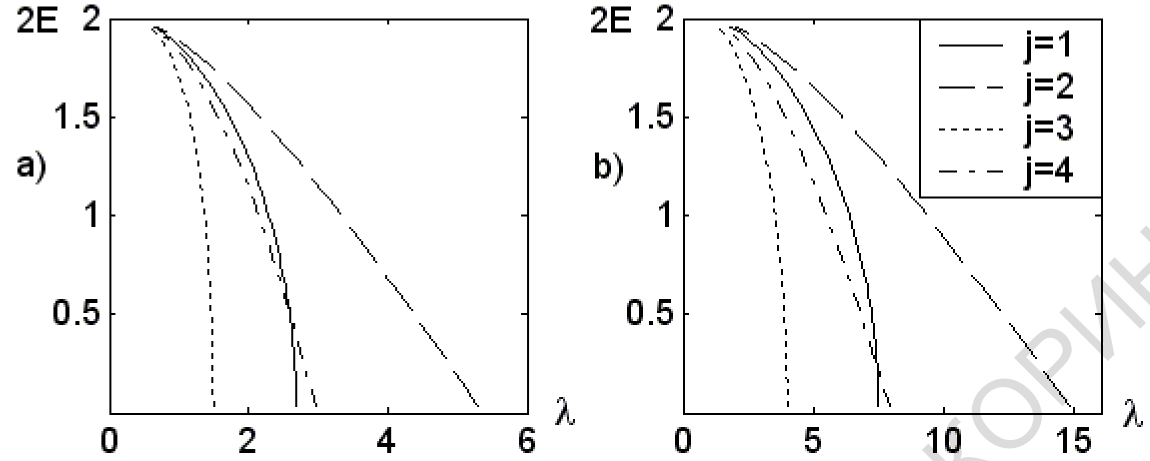


Рисунок 1 – Спектр энергии связанных состояний для $\mu = 0.1m = 0.1$:
a) основные состояния, b) первые возбужденные состояния

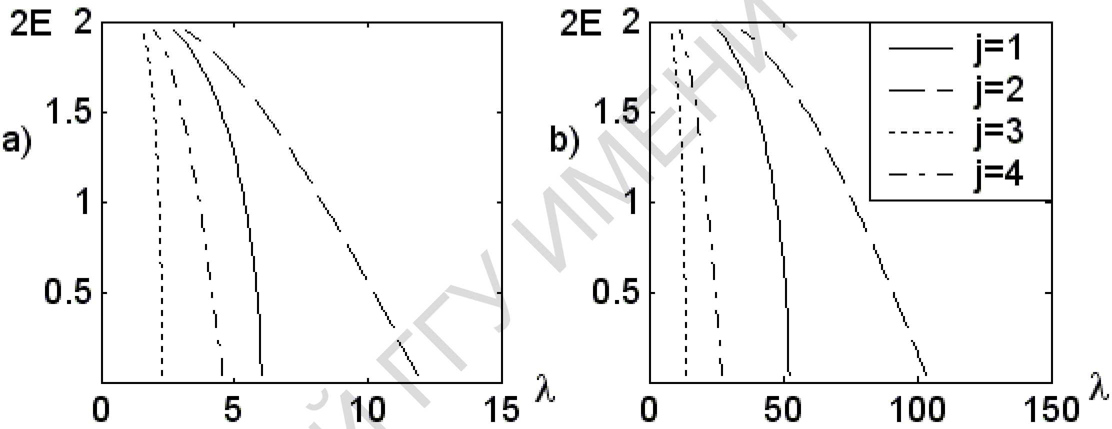


Рисунок 2 – Спектр энергии связанных состояний для $\mu = m = 1$:
a) основные состояния, b) первые возбужденные состояния

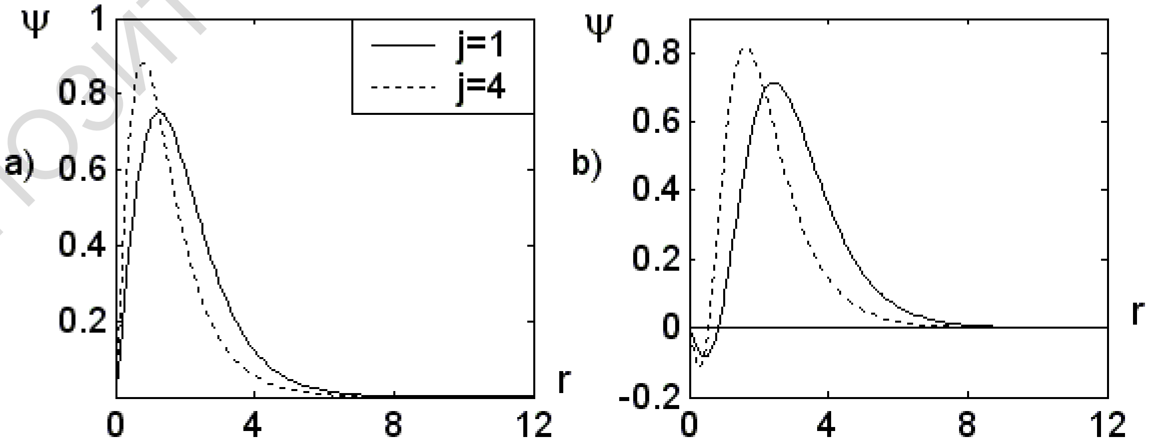


Рисунок 3 – Волновые функции для $\mu = m = 1$, $2E = 1$:
a) основные состояния, b) первые возбужденные состояния

Знание волновых функций в РКП и в ИП и спектра собственных значений энергии позволяет определить такие характеристики связанной системы как форм-факторы упругого рассеяния и аннигиляции.

Релятивистский упругий форм-фактор системы двух скалярных частиц был получен в работе [3] на основании гамильтониана

$$H(x) = -z_1\varphi_1^{+}(x)\varphi_1(x)A(x) - z_2\varphi_2^{+}(x)\varphi_2(x)A(x), \qquad (11)$$

где $\varphi_{1,2}(x)$, $A(x)$ – бесспиновые поля, $z_{1,2}$ – константы связи. В случае s-волн выражение для упругого форм-фактора $F_{(j)}(\chi_q)$ имеет вид [3]:

$$F_{(j)}(\chi_q) = \frac{4\pi(z_1+z_2)}{m\sinh\chi_q}\int_0^{\infty} dr\,\frac{\sin\chi_q mr}{r}\,|\psi_{(j)}(w,r)|^2, \qquad (12)$$

где χ_q – быстрота относительного движения частиц, находящихся в состо-янии рассеяния. Результаты численных расчетов для форм-факторов (12) при значениях параметров $z_1+z_2=1$, $\mu=m=1$, $2E=1$ приведены на рисунках 4 и 5. На рисунках видно, что форм-факторы, как и волновые функции для первого возбужденного состояния имеют один ноль (при $r\neq 0$), для второго возбужденного состояния – два нуля. Численные расчеты показывают, что для всех рассматриваемых здесь j число нулей форм-фактора как и волновой функции равно порядковому номеру возбуждённого состояния (для основного состояния нулей нет).

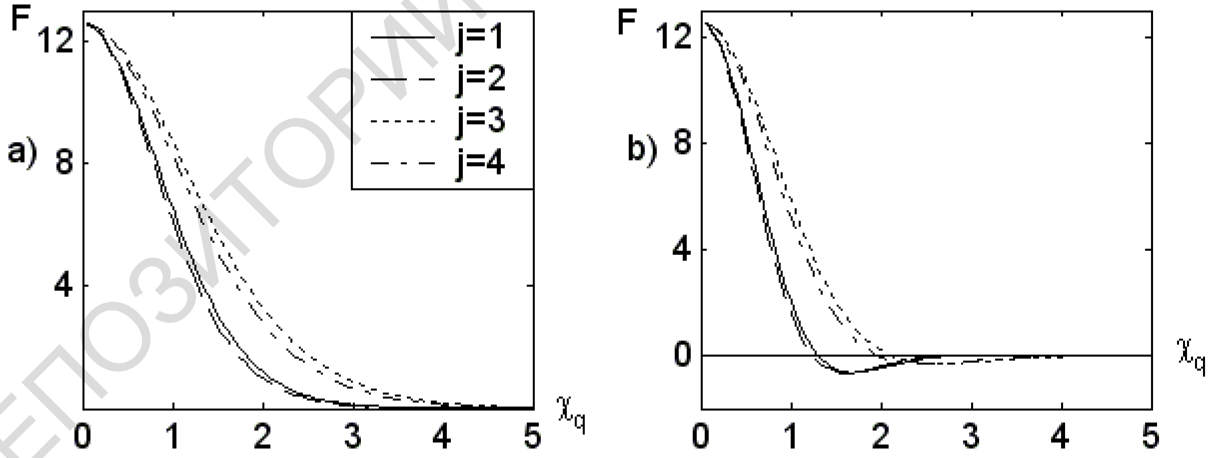


Рисунок 4 – Упругие форм-факторы при $\mu=m=1$:
а) основные состояния, b) первые возбуждённые состояния

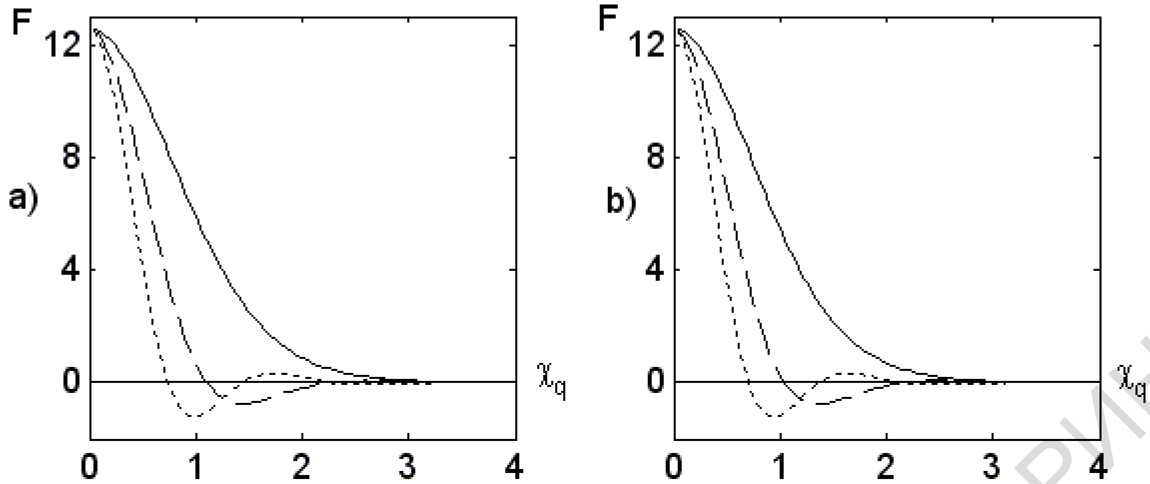


Рисунок 5 – Упругие форм-факторы для $j=1$ (a), $j=2$ (b) при $\mu=0.5m=0.5$: сплошная линия – основные состояния, штриховая линия – первые возбуждённые состояния, пунктирная линия – вторые возбуждённые состояния

Выражение для форм-факторов аннигиляции связанной системы двух скалярных частиц $f_{(j)}(2E)$ имеет вид [4]:

$$f_{(j)}(2E)=\frac{-4\sqrt{2\pi}\lambda S}{2E}\int_0^\infty d\chi\,\chi\psi_{(j)}(w,\chi)\,, \tag{13}$$

где величина S зависит от вида системы частиц [4] (будем полагать $S=1$). На рисунках 6 и 7 приведены результаты численных расчетов для выражений (13) при $\mu=m=1$ и при $\mu=0.1m=0.1$.

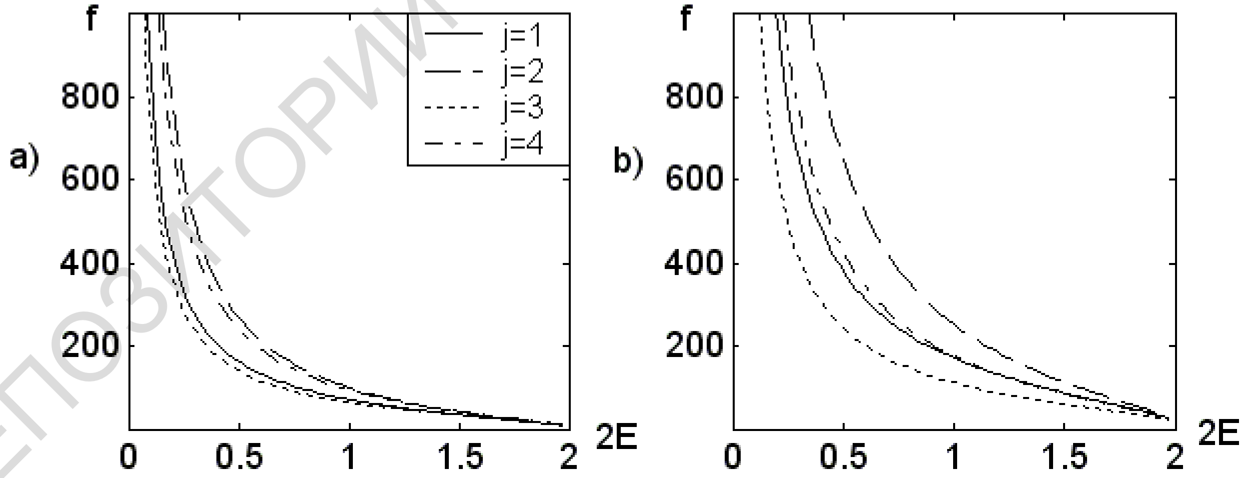


Рисунок 6 – Форм-факторы аннигиляции $\mu=m=1$:
a) основные состояния, b) первые возбуждённые состояния

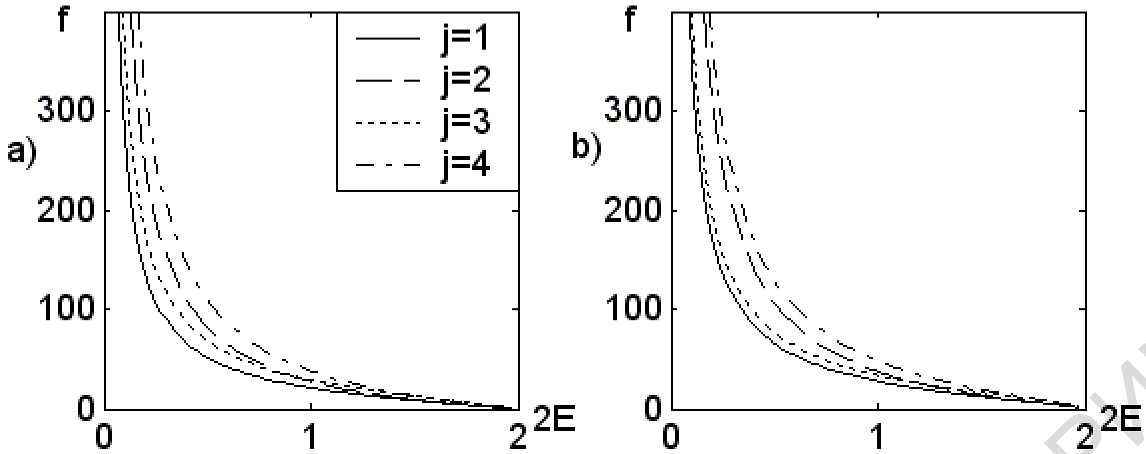


Рисунок 7 – Форм-факторы аннигиляции $\mu = 0.1m = 0.1$:
а) основные состояния, b) первые возбуждённые состояния

При вычислении интегралов в выражениях (12) и (13) были использованы те же квадратурные формулы, что и при решении интегральных уравнений (5) и (1) соответственно.

Таким образом, в работе получены численные решения релятивистских интегральных уравнений в импульсном представлении и в релятивистском конфигурационном представлении, описывающих связанные состояния системы двух скалярных частиц с потенциалом однобозонного обмена. Найден спектр энергии связанных состояний. На основании полученных решений вычислены форм-факторы упругого рассеяния и аннигиляции двухчастичной системы. Обнаружено, что число нулей упругих форм-факторов $F_{(j)}(\chi_q)$ совпадает с числом нулей волновых функций $\psi_{(j)}(w,r)$.

Литература

1. Logunov, A.A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A.A.Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29. – № 2. –P. 380–399.

2. Кадышевский, В.Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2. – № 3. – С. 635–690.

3. Скачков, Н.Б. Описание форм-фактора релятивистской двухчастичной системы в ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля / Н.Б.Скачков, И.Л. Соловцов // ТМФ. – 1980. – Т. 43. – № 3. – С. 330–342.

4. Savrin, V.I. Relativistic potential with QCD large Q^2 behaviour and the decay form factors of mesons / V.I. Savrin, N.B. Skachkov //CERN Preprint – 1980. – TH. 2913. – 11 p.

5. Капшай, В.Н. Об одном классе точных решений квазипотенциальных уравнений / В.Н. Капшай, С.П. Кулешов, Н.Б. Скачков // ТМФ. – 1983. – Т. 55. – № 3. – С. 349–360.

6. Alferova, T.A. Expansion in terms of matrix elements of the Lorentz group unitary irreducible representations and integral equations for scattering states relativistic wave functions / T.A. Alferova, V.N. Kapshai // Nonlinear phenomena in complex systems: Proced. of the Sixth Annual Seminar NPCS'97 / Academy of Sciences of Belarus. Inst. of Phys. – Minsk, 1998. – P. 78–85.

7. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 6-е изд.– М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.

8. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.

А.Л. Куиш

Республиканский институт высшей школы, Минск, Беларусь

ДВУХУРОВНЕВАЯ СТРУКТУРА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Научная теория – это внутренне непротиворечивая система знаний, в обобщённой форме раскрывающая сущностные свойства и закономерные связи определённой предметной области, и которая предоставляет нам описание, объяснение и предсказание имеющих место в этой области явлений. В структуру теории входят система понятий, отношений, утверждений, которые находят своё отражение в определённом математическом аппарате, [3].

Важность для нашего анализа представляет *область действительности* (или *домен,* [7]), которая описывается теорией. Это целостный, завершённый, выделенный фрагмент физической реальности, который органически вписан в целостную физическую реальность, имеет связи и отношения с другими её областями. Область действительности – это реальный описываемый нами объект, в то время как теория, – это созданная нами идеальная структура, отражающая явления, объекты, процессы, отношения, связи данной области действительности. Теория существует в нашем сознании.

Учитывая эти соображения, проанализируем современные теоретические представления о фундаментальных физических взаимодействиях. Возьмём в качестве первого примера *электромагнитное взаимодействие*. Анализируя его теоретическое описание, можно придти к выводу о том, что оно представлено двумя физическими теориями, *классической и квантовой электродинамиками*. Областями описания этих теорий являются, соответственно, электромагнитные процессы в макро- и микромире. В этих областях физической действительности, явления отличаются масштабами и имеют различный качественный характер. Так, например, в области микромира эти явления являются квантованными. Здесь речь идёт об ином понимании сил, способа физического движения, свойствах заряженных объектов и т.д.

Однако, вместе с тем, несмотря на, порой, значительные отличия явлений, объектов, процессов макро- и микромира, они относятся к одному классу, – классу электромагнитных явлений и, в целом, представляют собой более общую область действительности, обладающую общими для обоих уровней описания физических явлений свойствами, – электромагнитному взаимодействию. Таким образом, в области описания электромагнитного взаимодействия присутствуют физические две теории, которые описывают два уровня физической реальности, две связанные её области, принадлежащие к более общей области, представляющей электромагнитное взаимодействие.

Можно показать, что теории, описывающие указанные макро- и микроуровни электромагнитного взаимодействия, связаны отношением соответствия в том смысле, о котором говорил ещё Н. Бор, [1]. С точки зрения современных представлений сущность такой связи заключается в следующем: *две теории, связанные отношением соответствия, являются самостоятельными, обладающими собственными математическими аппаратами, языками, описательными моделями и теоретическими схемами, содержательными частями и доменами, структурами. Вместе с тем, эти теории имеют общую границу, на что указывает стыковка их доменов и асимптотическое соответствие математических аппаратов в пограничных областях действия. Язык, модели описываемых явлений, математический аппарат новой теории, при определённых граничных условиях, переходят к соответствующим элементам теории старой. Между теориями существует преемственная связь, что позволяет использовать понятия, математический аппарат, методологию старой теории в создании теории новой,* [3], [2], [4]. Применив эти представления к анализу связи указанных теорий, мы пришли к выводу о том, что данные теории находятся в отношении соответствия, [5].

Продолжая свой анализ в область *сильного взаимодействия*, мы обнаруживаем аналогичную картину. В этой области также имеют место два уровня физической реальности, низкоэнергетический и высокоэнергетический, которые описываются *квантовой мезодинамикой* и *квантовой хромодинамикой*. Первая теория оперирует ядерными силами, имеющими мезонный характер, а вторая представляет нам кварково-глюонную модель сильного взаимодействия. Удалось показать, что эти теории, подобно классической и квантовой электродинамикам, находятся в отношении соответствия, [6]. Правда, там есть свои нюансы в плане адекватности теоретического описания этих взаимодействия, на что указывается в работе [6], но наличие указанной связи между данными теория не подлежит сомнению. Итак, в области сильного взаимодействия мы наблюдаем также его двухуровневую структуру, причём как в физической реальности, так и в её теоретическом описании.

В области *слабого взаимодействия* также можно вести речь о высоко и низкоэнергетических областях физической реальности. Низкоэнергетическая область представлена четырёхфермионным взаимодействием, которое происходит, говоря с достаточной долей приближения для тех масштабов, в одной точке, с участием четырёх элементарных частиц (фермионов). Его описание представил Э. Ферми, что впоследствии привело к созданию обобщённой модели этих взаимодействий, получившей название *четырёхфермионной теории слабых взаимодействий*. Эта теория валидна до границы 100 ГэВ (10^{-16} см). В области более высоких энергий необходимо уже применять модель с промежуточными бозонами, поскольку взаимодействие в этой области носит уже обменный, а не точечный характер. Достаточно развитой теорией, описывающей слабое взаимодействие является унификационная *теория Вайнберга-Салама* (точнее её часть, описывающая слабое взаимодействие). Было показано, что четырёхфермионная теория и теория Вайнберга-Салама находятся в отношении соответствия, [5]. То есть и в области слабого взаимодействия мы имеем дело с его двухуровневой структурой и описанием, представленным двумя корреспондирующими теориями.

Итак, вырисовывается достаточно определённая тенденция. Все три фундаментальных взаимодействия: электромагнитное, сильное и слабое имеют двухуровневую структуру, как в области физической реальности, так и в области описания этих явлений. Какова же ситуация с гравитационным взаимодействием? В настоящее время известно, что в области гравитационного взаимодействия существует лишь одна валидная теория, – это *общая теория относительности*. Однако, сравнивая это взаимодействие с остальными по различным параметрам, мы имеем все основания утверждать, что и в этой области должна существовать подобного рода симметрия, то есть и это взаимодействие может иметь двухуровневую структуру и описываться двумя теориями, связанными принципом соответствия.

То есть методологический анализ теорий, описывающих фундаментальные физические взаимодействия, достаточно определённо указывает нам на существование в области каждого из взаимодействий двух корреспондирующих теорий. Надо сказать, что физики осуществляли подобные попытки создать такую вторую теорию, для гравитации, неоднократно. Это, в частности, многочисленные версии квантовых теорий гравитации. К сожалению, они пока не выдерживают проверку «на прочность», хотя многие требования принципа соответствия при создании этих теорий, по отношению к ОТО, выполняются.

Следует отметить, что физики, создавая указанную новую теорию гравитации, в целом, находятся на верном пути. Однако, представленный выше методологический анализ расширяет границы научного поиска. Он устанавливает более точные требования к новой теории, исходя из принципа соответствия. Кроме того, он расширяет область такого поиска. Ведь новая теория может находиться не только «снизу», в квантовой области физических явлений (или в микромире), – она может находиться и «сверху», в мегамире, который пока что очень слабо исследован. Конечно, нельзя полностью исключить возможности существования в области гравитационного взаимодействия и одной теории, исходя из специфики гравитации, или даже трёх (для микро-, макро- и мегамира). То есть для нас открываются разные возможности, с разной вероятностью их реализации. Наибольшая вероятность для настоящего времени, – это выход в область квантово-гравитационных явлений, с построением для них теории, находящейся в отношении соот-ветствия с общей теорией относительности, а значит отвечающей всем требованиям принципа соответствия в процессе создания новой теории.

Литература

1. Бор, Н. Квантовый постулат и новейшее развитие атомной теории. Избр. науч. труды. Т. 2 / Н. Бор. – М.: Наука, 1971.

2. Кедров, Б.М. Принцип соответствия / Под ред. Б.М. Кедрова, Н.Ф. Овчинникова. – М., 1979.

3. Кузнецов, И.В. Принцип соответствия в современной физике и его философское значение / И.В. Кузнецов. – М., 1948.

4. Куиш, А.Л. Принцип соответствия: история и современные интерпретации / А.Л. Куиш // Научные труды РИВШ. Философско-

гуманитарные науки: сборник научных статей под ред. В.Ф. Беркова. – Мн. : РИВШ, 2009. – Вып. 7(12). – С. 311–317.
5. Куиш, А.Л. Принцип соответствия в фундаментальной физике и его методологическое значение / А.Л. Куиш // Диссерт. на соиск. степени канд. философских наук. – Варшава: Институт философии и социологии Польской Академии наук, 1997. – 88 с.
6. Куиш, А.Л. Связь теорий в области сильного взаимодействия в аспекте принципа соответствия / А.Л. Куиш // Материалы «Гомельского научного семинара по теоретической физике, посвященного 100-летию со дня рождения Ф.И. Федорова», г. Гомель, 21–22 июня 2011 г., редкол.: А. В. Рогачев (гл. ред.) [и др.]. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – С. 147–152.
7. Krajewski, W. Correspondence Principle and Growth of Science / W.Krajewski. – Boston, USA, 1977.

С.М. Кучин[1], Н.В. Максименко[2]

[1]Филиал ГОУВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», Новозыбков, Россия
[2]УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Беларусь

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕЗОНОВ В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Введение

Поляризуемости элементарных частиц вводятся для феноменологического учета влияния структуры частиц на их двухфотонные взаимодействия при низких энергиях и являются источником дополнительной информации, получаемой из данных по упругому рассеянию этих частиц. Численная оценка электромагнитных поляризуемостей элементарных частиц косвенно позволяет судить о характере взаимодействия между частицами, образующими составную систему.

В настоящее время имеется достаточно большое число теоретических расчетов электрических поляризуемостей заряженных адронов, в том числе и мезонов. Среди них можно отметить расчеты с использованием эффективных лагранжианов [1–6], алгебры токов [7], также поля-ризуемости нуклонов и $\pi-$ мезонов вычислялись в нерелятивистской кварковой модели [8–15], но эти расчеты были не вполне последовательны или проводились не для КХД-мотивированных потенциалов.

Целью данной работы является вычисление статической и обобщенной электрической поляризуемости заряженных каонов, которые рассматриваются как нерелятивистская система двух точечных спинорных кварков с потенциалом, имеющим линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское поведение на малых расстояниях.

Методика оценки электрической поляризуемости

В этом разделе мы изложим общую методику оценки статической электрической поляризуемости связанной системы [16], которая включает получение нижней и верхней границы для данной величины.

Рассмотрим уравнение

$$\hat{H}|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle \tag{1.1}$$

с оператором Гамильтона, состоящим из суммы двух операторов:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Delta\hat{H}, \tag{1.2}$$

где $\hat{H}_0$ – оператор Гамильтона “невозмущенной” системы, а $\Delta\hat{H}$ – некоторая малая добавка (оператор возмущения). Будем предполагать также, что в отсутствие возмущений (1.1) имеет вид:

$$\hat{H}_0|\psi_n\rangle = \varepsilon_n|\psi_n\rangle, \quad n = 0, 1, 2... \tag{1.3}$$

Согласно стационарной теории возмущений, значение добавочной энергии к энергии основного состояния ε_0 ищем в виде ряда:

$$E = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon^{(1)} + \Delta\varepsilon^{(2)} + ... \tag{1.4}$$

Соответственно волновая функция также представляется в виде ряда по параметру малости, входящему в $\Delta\hat{H}$:

$$|\Phi\rangle = |\psi_0\rangle + |\Delta\psi\rangle + ... \tag{1.5}$$

В том случае, когда $\varepsilon_0 \le \varepsilon_1 ... \le \varepsilon_n$, находим, что значение добавочной энергии $\Delta\varepsilon^{(2)}$ находится в интервале [16]:

$$\frac{B}{\varepsilon_0 - \varepsilon_1} \le \Delta\varepsilon^{(2)} \le \frac{\left(C^2 - B\right)^2}{B\varepsilon_0 - A}, \tag{1.6}$$

где введены обозначения

$$A = \langle\psi_0|\Delta\hat{H}\hat{H}_0\Delta\hat{H}|\psi_0\rangle,$$

$$B = \langle\psi_0|\Delta\hat{H}^2|\psi_0\rangle,$$

$$C = \langle \psi_0 | \Delta \hat{H} | \psi_0 \rangle. \tag{1.7}$$

Следовательно, для нахождения границ интервала (1.6) необходимо определить волновую функцию основного состояния ψ_0, а также энергии основного и первого радиально-возбужденного состояний. В отличие от случая, когда необходимо нахождение точного значения $\Delta\varepsilon^{(2)}$, в нашем случае не требуется полного решения невозмущенной задачи.

Поправка $\Delta\varepsilon^{(2)}$ к энергии основного состояния связанной системы, когда роль возмущения играет внешнее стационарное поле напряженностью **E**, связана с электрической статической поляризуемостью системы α_0 соотношением:

$$\Delta\varepsilon^{(2)} = -\frac{\alpha_0}{2} E^2. \tag{1.8}$$

Отметим, что в случае, если основное состояние $|\psi_0\rangle$ является сферически-симметричным, значение $\Delta\varepsilon^{(1)}$ равно нулю, т.е.

$$\Delta\varepsilon^{(1)} = C = 0. \tag{1.9}$$

Используя (1.6) и (1.9), находим, что значение статической электрической поляризуемости α_0 находится в интервале:

$$\frac{2B^2 / E^2}{A - B\varepsilon_0} \le \alpha_0 \le \frac{B^2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}. \tag{1.10}$$

Статическая поляризуемость каонов

В качестве феноменологической волновой функции мы используем волновую функцию модели с линейным запиранием и кулоновским поведением на малых расстояниях [17]:

$$\psi(r) = N \exp[-\alpha \cdot r^{3/2} - \beta \cdot r], \alpha = \frac{2}{3}\sqrt{2 \cdot \mu \cdot \alpha}, \beta = \mu \cdot b, \tag{2.1}$$

где a, b – параметры линейной и кулоновской частей потенциала соответственно, μ – приведенная масса двухчастичной системы.

Уравнение Шредингера для радиальной части волновой функции имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR_{n\ell}(r)}{dr}\right) + \left[2\mu(E - U(r)) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right] R_{n\ell}(r) = 0,$$

где потенциал взаимодействия между кварками в данном случае выбирается в виде [17]:

$$U(r) = ar - \frac{b}{r} + \frac{1}{l+1}\sqrt{2\mu \cdot a}\, b r^{\frac{1}{2}} - (l + \frac{5}{4})\sqrt{\frac{2a}{\mu}} r^{-\frac{1}{2}} + c, \tag{2.2}$$

который учитывает асимптотическую свободу в КХД на малых расстояниях и линейный рост потенциала с увеличением расстояния между кварком и антикварком.

Для фиксации значений параметров потенциала мы используем экспериментальные значения масс, констант лептонных распадов и среднеквадратичного радиуса заряженных каонов. Для характеристик $K^{\pm}$ – мезонов мы используем следующие значения [18, 19]:

$$M_{\exp}^{K^{\pm}} = 493{,}677 \pm 0{,}016 МэВ,$$
$$f_{K^{\pm}} = 160{,}60 \pm 1{,}4 МэВ,$$
$$\left\langle r_{K^{\pm}}^2 \right\rangle_{\exp} = (0{,}34 \pm 0{,}05) фм^2.$$

Наиболее близкое описание этих данных наблюдается при следующих значениях параметров:

$$a = 0{,}2 ГэВ^2; b = 1{,}35; c = 0{,}37 ГэВ,$$
$$m_u = m_s = 0{,}05 ГэВ.$$

Массы u, d, s – кварков считаются одинаковыми, т.е. нарушение SU(3)-симметрии не учитывается.

Численные расчеты с использованием найденных параметров приводят нас к следующему интервалу для статической поляризуемости заряженных каонов:

$$0{,}013 \cdot 10^{-4} фм^3 \le \alpha_0^{K^{\pm}} \le 5{,}380 \cdot 10^{-4} фм^3$$

или

$$\alpha_0^{K^{\pm}} = (2{,}6965 \pm 2{,}6835) \cdot 10^{-4} фм^3.$$

Для оценки поляризуемости использовался нерелятивистский оператор электрического дипольного взаимодействия:

$$\vec{D}\vec{E} = \frac{1}{2}(e_1 - e_2)(\vec{r}\vec{E}),$$

где e_i – операторы заряда кварков, действующие на зависящую от унитарного спина часть волновой функции, которые для $K^{\pm}$-мезонов имеют вид [8]:

$$\Psi^{K^+}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left[\left|\bar{s} \uparrow u \downarrow\right\rangle - \left|\bar{s} \downarrow u \uparrow\right\rangle\right], \tag{2.3}$$

$$\Psi^{K^-}(\xi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left[\left|\bar{u} \uparrow s \downarrow\right\rangle - \left|\bar{u} \downarrow s \uparrow\right\rangle\right], \tag{2.4}$$

где $\bar{u}, \bar{s}$ – антикварки.

При расчетах также использовалось следующее соотношение:

$$\left\langle K^{\pm}\left|(e_1-e_2)^2\right|K^{\pm}\right\rangle=\frac{e^2}{9}\ . \qquad (2.5)$$

Экспериментально измеряемая комптоновская поляризуемость $K^{\pm}$-мезонов в рамках данной модели имеет следующее значение:

$$\overline{\alpha}_{K^{\pm}}=(6{,}0525\pm 2{,}6835)\cdot 10^{-4}\,фм^3.$$

Заключение

В данной работе в рамках нерелятивистской кварковой модели с потенциалом, имеющим линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское поведение на малых расстояниях, рассчитаны статическая и обобщенная электрические поляризуемости заряженных каонов как связанной системы двух точечных спинорных кварков. Полученное значение статической поляризуемости коррелирует с соответствующим значением, полученным в работе [8] в рамках нерелятивистской кварковой модели с осцилляторными силами. В то же время, этот результат превышает значения, полученные в работе [21] в рамках киральной пертурбативной теории, основанной на построении эффективного лагранжиана взаимодействия адронов, результат, полученный на основе алгебры токов [7], значение, полученное на основе кирального лагранжиана [5], а также результат, полученный в релятивистской гамильтоновой динамике [22], но оказывается меньше, чем результат, полученный в работе [23]. Таким образом, в настоящее время имеется расхождение в различных теоретических предсказаниях поляризуемости каонов. Поэтому, в связи с планированием в ближайшем будущем новых экспериментов по измерению поляризуемостей мезонов с более высокой степенью точности [25], задача по вычислению этих поляризуемостей приобретает новый интерес. И хотя основной упор в предстоящих экспериментальных исследованиях делается на изучение поляризуемостей π-мезонов, однако в этих экспериментах впервые планируется измерить также и поляризуемости каонов.

Литература

1. Weiner, R. Electromagnetic polarizability of the nucleon and chiral quark models / R. Weiner, W. Weise // Phys. Lett. B. – 1985. – Vol. 159. – P. 85–99.

2. Scoccol, N.N. Nonlinear meson theories and electromagnetic polarizability of the nucleon / N.N. Scoccola, W. Weise // Nucl. Phys. A. – 1990. – Vol. 517. – P. 495–508.

3. Donoghue, J.F. Pion transitions and models of chiral symmetry / J.F. Donoghue, B.R. Holstein // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 40. – P. 2378 –2409.

4. Holstein, B.R. Pion polarizability and chiral symmetry / B.R. Holstein // Comments Nucl. Part. Phys A. – 1990. – Vol. 19. – P. 221–238.

5. Pervushin,V.N. Pion polarizability in chiral quantum field theory / V.N. Pervushin, M.K. Volkov // Phys. Lett. B. – 1975. – Vol. 55. – P. 405–408.

6. Ivanov, M.A. Pion and kaon polarizabilities in the quark confinement model / M.A. Ivanov, T. Mizutani // Phys. Rev. D. – 1992. – Vol. 45. – P. 1580–1601.

7. Терентьев, М.В. Поляризуемость пиона, виртуальный комптон-эффект и $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ распад / М.В. Терентьев // ЯФ. – 1972. – Т. 16. – С. 162–173.

8. Петрунькин, В.А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12. – С. 692–753.

9. Dattoli, G. Hadron polarizabilities and quark models / G. Dattoli, G. Matone, D. Prosperi // Lett. Nuovo. Cim. – 1977. – Vol. 19. – P. 601–614.

10. Drechsel, D. Nucleon structure effects in photon scattering by nuclei / D. Drechsel, A. Russo // Phys. Lett. B. – 1984. – Vol. 137. – P. 294–298.

11. Schoberl, F. Quark core contribution to the electric polarizability of hadrons/ F. Schoberl, H. Leeb // Phys. Lett. B. – 1986. – Vol. 166. – P. 355–371.

12. De Sanctis, M. Nucleon polarizabilities in the constituent quark model / M. De Sanctis, D. Prosperi // Nuovo. Cim. A. – 1990. – Vol. 103. – P. 1301–1310.

13. Liebl, H. Electromagnetic polarizabilities and charge radii of the nucleons in the diquark model / H. Liebl, G.R. Goldstein // Phys. Lett. B. – 1995. – Vol. 343. – P. 363–368.

14. Кучин, С.М. Оценка вклада валентных кварков в электрическую поляризуемость мезонов в нерелятивистской кварковой модели / С.М. Кучин, Е.В. Вакулина // Тр. XII междунар. науч.-методич. конф. «Актуальные проблемы науки и образования». – Брянск: РИО БГУ. – 2009. – С. 62–73.

15. Максименко, Н.В. Статическая поляризуемость мезонов в кварковой модели / Н.В. Максименко, С.М. Кучин // Известия ВУЗов. Физика. – 2010. – Т. 53. – № 5. – С. 99–101.

16. Andreev, V.V. Static polarizability of relativistic two–particle bound system / V.V. Andreev, N.V. Maksimenko // Proc. of Int. School-seminar «Actual problems of particle physics», 2001. Gomel, Belarus; Edited by the Ed. Board. JINR, Dubna. – 2002. – Vol. 2. – P. 128–139.

17. Tezuka, H. Analytical solution of the Schr dinger equation with linear confinement potential / H. Tezuka // J. Phys. A. Math. Gen. – 1991. – Vol.

24. – P.5267–5272.
18. Review of Particle Physics / D.E. Groom [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2000. – Vol. 15. – P. 1–878.
19. A measurement of the kaon charge radius / S.R. Amendolia [et al.] // Phys. Lett. B. – 1986. – Vol. 178. – P. 435–440.
20. L'vov, A.I. Theoretical aspects of the polarizability of the nucleon / A.I.L'vov // Int. Journ. Mod. Phys. – 1993. – Vol. A8. – P. 52 – 67.
21. Holstein, B.R. Pion polarizability and chiral symmetry / B.R. Holstein // Comments Nucl. Part. Phys A. – 1990. – Vol. 19. – P. 221–238.
22. Андреев, В.В. Комптоновская поляризуемость каонов в релятивистской гамильтоновой динамике / В.В. Андреев, А.Ф. Крутов // Вестник Самарского Государственного Университета. Естественно – научная серия. Специальный выпуск. – 2004. – С. 111–127.
23. Ebert, D. Kaon polarizability in the Nambu-Jona-Lasinio model at zero and finite temperature / D. Ebert, M.K. Volkov // Phys. Atom. Nucl. – 1997. – Vol. 60. – P. 796 – 803.
24. Терентьев, М.В. О структуре волновых функций мезонов как связанных состояний релятивистских кварков / М.В. Терентьев // ЯФ. – 1976. – Т. 25. – №1. – С. 207–213.
25. Moinester, M. Pion and kaon polarizabilities at CERN COMPASS / M. Moinester // Czech. J. Phys. – 2003. – Vol. 53. – P. B169–B187.

Е.М. Овсиюк[1], О.В. Веко[1], В.М. Редьков[2]

[1]УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина», Мозырь, Беларусь
[2]ГНУ «Институт физики имени Б.И. Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ПОЛУГРУППЫ МЮЛЛЕРА РАНГА 1 И 2

1. О параметризации линейной группы $GL(4,C)$

Известно, что в поляризационной оптике важнейшую роль играют матрицы Мюллера [1]. Важное подмножество матриц Мюллера образуют групповую структуру, изоморфную группе Лоренца [2]–[8]. Также имеется важный класс вырожденных матриц Мюллера с нулевым определителем, для описания последних невозможно использовать теоретико-групповые методы. Основная задача настоящей работы – сформулировать общий подход к исследованию вырожденных матриц

Мюллера и детально остановиться на описании некоторых множеств таких матриц.

Поскольку матрицы Мюллера – это вещественные 4×4-матрицы, действующие на вещественный 4-мерный вектор Стокса, то для исследования множества всех возможных матриц Мюллера можно использовать параметризацию 4-мерных матриц, получаемую на основе применения базиса матриц Дирака и развитую в работах [9]–[12]. Будем использовать спинорный базис. При этом произвольная 4-мерная матрица (с комплексными элементами) задается согласно

$$\begin{vmatrix} k_0 + \mathbf{k}\,\vec{\sigma} & n_0 + \mathbf{n}\,\vec{\sigma} \\ l_0 + \mathbf{l}\,\vec{\sigma} & m_0 + \mathbf{m}\,\vec{\sigma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K & N \\ L & M \end{vmatrix}; \tag{1.1}$$

закон умножения представим в виде следующих соотношений:

$$k''_0 = k_0\,k_0 + \mathbf{k}'\,\mathbf{k} + n'_0\,l_0 + \mathbf{n}'\,\mathbf{l}, \qquad m''_0 = m_0\,m_0 + \mathbf{m}'\,\mathbf{m} + l'_0\,n_0 + \mathbf{l}'\,\mathbf{n},$$
$$n''_0 = k_0\,n_0 + \mathbf{k}'\,\mathbf{n} + n'_0\,m_0 + \mathbf{n}'\,\mathbf{m}, \qquad l''_0 = l_0\,k_0 + \mathbf{l}'\,\mathbf{k} + m'_0\,l_0 + \mathbf{m}'\,\mathbf{l},$$
$$\mathbf{k}'' = k'_0\,\mathbf{k} + \mathbf{k}'\,k_0 + i\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k} + n_0\,\mathbf{l} + \mathbf{n}'\,l_0 + i\,\mathbf{n}'\times\mathbf{l}\,,$$
$$\mathbf{m}'' = m'_0\,\mathbf{m} + \mathbf{m}'\,m_0 + i\,\mathbf{m}'\times\mathbf{m} + l_0\,\mathbf{n} + \mathbf{l}'\,n_0 + i\,\mathbf{l}'\times\mathbf{n},$$
$$\mathbf{n}'' = k'_0\,\mathbf{n} + \mathbf{k}'\,n_0 + i\,\mathbf{k}'\times\mathbf{n} + n_0\,\mathbf{m} + \mathbf{n}'\,m_0 + i\,\mathbf{n}'\times\mathbf{m},$$
$$\mathbf{l}'' = l'_0\,\mathbf{k} + \mathbf{l}'\,k_0 + i\,\mathbf{l}'\times\mathbf{k} + m_0\,\mathbf{l} + \mathbf{m}'\,l_0 + i\,\mathbf{m}'\times\mathbf{l}. \tag{1.2}$$

Чтобы получить множество вещественных матриц достаточно потребовать, чтобы компоненты параметров (k, m, l, n) с индексом 2 были чисто мнимыми, а все остальные компоненты были вещественными. Вырожденными матрицами Мюллера называют матрицы Мюллера с нулевым определителем; множества таких матрицам обладают структурой полугрупп (элементы множества можно перемножать, но обратные элементы не существуют). Среди вырожденных матриц Мюллера можно выделить подклассы, основываясь на понятии ранга матрицы: класс матриц с рангом 3, с рангом 2, с рангом 1. Ниже получим описание некоторых классов вырожденных матриц Мюллера с рангом 1 и 2.

2. Общий анализ возможных подмножеств в $GL(4.C)$

Предположим, что некоторые интересные подгруппы (или подмножества) матриц можно получить, накладывая на параметры матриц дополнительные условия линейной зависимости

$$A\,\mathbf{k} + B\,\mathbf{m} + C\,\mathbf{n} + D\,\mathbf{l} = 0, \qquad \alpha\,k_0 + \beta\,m_0 + s\,n_0 + t\,l_0 = 0. \tag{2.1}$$

В данной работе будут проанализированы некоторые возможности с одним независимым вектором (вариант **I(k)**):

$$\mathbf{n} = A\,\mathbf{k}, \qquad n_0 = \alpha\, k_0,$$
$$\mathbf{m} = B\,\mathbf{k}, \qquad m_0 = \beta\, k_0, \qquad (2.2)$$
$$\mathbf{l} = D\,\mathbf{k}, \qquad l_0 = t\, k_0.$$

Можно рассматривать варианты, основанные на других векторах: **m, n, l**.

3. Один независимый вектор: вариант I(k)

Пусть

$$\mathbf{n} = A\,\mathbf{k},\;\; \mathbf{m} = B\,\mathbf{k},\;\; \mathbf{l} = D\,\mathbf{k},\;\; n_0 = \alpha\, k_0,\;\; m_0 = \beta\, k_0,\;\; l_0 = t\, k_0. \qquad (3.1)$$

Формулы умножения параметров (1.2) принимают вид

$$k_0 = k_0\, k_0 + \mathbf{k}'\,\mathbf{k} + \alpha t\; k'_0 k_0 + AD\,\mathbf{k}'\mathbf{k},$$
$$m''_0 = \beta^2\; k_0 k_0 + B^2\;\mathbf{k}'\,\mathbf{k} + t\alpha\; k'_0\, k_0 + DA\,\mathbf{k}'\,\mathbf{k},$$
$$n_0 = \alpha\; k_0 k_0 + A\,\mathbf{k}'\mathbf{k} + \alpha\beta\; k'_0\, k_0 + AB\,\mathbf{k}'\,\mathbf{k},$$
$$l_0 = t\; k_0\; k_0 + D\,\mathbf{k}'\,\mathbf{k} + \beta t\; k'_0 k_0 + BD\,\mathbf{k}'\mathbf{k},$$
$$\mathbf{k}'' = k'_0\,\mathbf{k} + \mathbf{k}'\, k_0 + i\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k} + \alpha D\, k_0\,\mathbf{k} + A\alpha\,\mathbf{k}' k_0 + iAD\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k},$$
$$\mathbf{m}'' = \beta B\; k'_0\mathbf{k} + B\beta\,\mathbf{k}'\, k_0 + iB^2\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k} + tA\, k_0\mathbf{k} + D\alpha\,\mathbf{k}'\, k_0 + iDA\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k},$$
$$\mathbf{n}'' = A\; k'_0\,\mathbf{k} + \alpha\,\mathbf{k}'\, k_0 + iA\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k} + \alpha B\, k_0\mathbf{k} + A\beta\,\mathbf{k}'\, k_0 + iAB\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k},$$
$$\mathbf{l}'' = t\; k'_0\mathbf{k} + D\,\mathbf{k}' k_0 + iD\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k} + \beta D\, k_0\,\mathbf{k} + Bt\,\mathbf{k}'\, k_0 + iBD\,\mathbf{k}'\times\mathbf{k}.$$

Требуем выполнения соотношений (3.1) для штрихованных параметров, отсюда следует система уравнений

$$\alpha(1+\beta) = \alpha(1+\alpha t), \quad A(1+B) = \alpha(1+AD), \quad (\beta^2 + t\alpha) = \beta(1+\alpha t),$$
$$(B^2 + DA) = \beta(1+AD), \quad t(1+\beta) = t(1+\alpha t), \quad D(1+B) = t(1+AD),$$
$$(A+\alpha B) = A(1+\alpha D), \quad (\alpha + A\beta) = A(1+A\alpha), \quad A(1+B) = A(1+AD),$$
$$(\beta B + tA) = B(1+\alpha D), \quad (B\beta + D\alpha) = B(1+A\alpha), \quad (B^2 + AD) = B(1+AD),$$
$$(t+\beta D) = D(1+\alpha D), \quad (D+Bt) = D(1+A\alpha), \quad D(1+B) = D(1+AD). \qquad (3.2)$$

Система (3.2) имеет, прежде всего, тривиальное решение:

$$A = B = D = 0, \qquad \alpha = \beta = t = 0,$$

этому отвечает <u>решение 1</u>

$$n = 0, \qquad m = 0, \qquad l = 0, \qquad G = \begin{vmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \qquad (3.3a)$$

приводим выражение для вещественной матрицы Мюллера ранга 2 (учитываем $k_2 \Rightarrow ik_2$)

$$M = \begin{vmatrix} k_0 + k_3 & k_1 + k_2 & 0 & 0 \\ k_1 - k_2 & k_0 - k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \det M_{2\times 2} = k_0^2 - k_1^2 + k_2^2 - k_3^2 \,. \tag{3.3b}$$

Требуя выполнения равенства $\det M_{2\times 2} = 0$, приходим к 2-мерным матрицам Мюллера ранга 1.

Предположим теперь, что только четыре параметра равны нулю:

$$A = 0, \ \alpha = 0 \,, \ D = 0 \,, \ t = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad n = 0, \ l = 0 \,,$$

$$\beta^2 = \beta \,, \qquad B^2 = \beta, \qquad \beta B = B \,, \qquad B^2 = B,$$

откуда получаем $\beta = +1, \ B = +1$. Таким образом, имеем решение 2:

$$\mathbf{n} = 0, \ \mathbf{l} = 0, \ \mathbf{m} = +\,\mathbf{k}, \qquad n_0 = 0, \ l_0 = 0, \ m_0 = +\,k_0, \tag{3.4}$$

$$G = \begin{vmatrix} k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma} & \\ 0 & k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma} \end{vmatrix}.$$

Теперь предполагаем, что все параметры A, α, D, t отличны от нуля. При этом уравнения (3.2) принимают вид (оставляем только независимые уравнения):

$$\beta = +\alpha t \,, \qquad A(1+B) = \alpha(1+AD) \,,$$

$$(\beta^2 + t\alpha) = \beta(1+\alpha t) \,, \qquad (B^2 + DA) = \beta(1+AD) \,,$$

$$D(1+B) = t(1+AD) \,,$$

$$B = AD \,, \qquad (\alpha + A\beta) = A(1+A\alpha) \,, \qquad B = AD \,,$$

$$(\beta B + tA) = B(1+\alpha D) \,, \qquad (B\beta + D\alpha) = B(1+A\alpha) \,, \qquad (B^2 + AD) = B(1+AD) \,,$$

$$(t + \beta D) = D(1+\alpha D) \,, \quad (D + Bt) = D(1+A\alpha) \,, \quad B = AD \,. \tag{3.5}$$

Исключим из уравнений B и β ($B = AD, \ \beta = \alpha t$):

$$A(1+AD) = \alpha(1+AD) \,, \qquad AD(1+AD) = \alpha t\,(1+AD) \,, \qquad D(1+AD) = t(1+AD) \,,$$

$$\alpha(1+At) = A(1+A\alpha) \,, \qquad t(1+\alpha D) = D(1+\alpha D) \,, \qquad \alpha(1+At) = A(1+A\alpha) \,,$$

$$t(1+\alpha D) = D(1+\alpha D) \,, \qquad t = \alpha \,. \tag{3.6}$$

Исключим из этих равнений t ($B = AD, \ \beta = \alpha^2, \ \ t = \alpha$):

$$A(1+AD) = \alpha(1+AD) \,, \ AD(1+AD) = \alpha^2\,(1+AD) \,, \ D(1+AD) = \alpha(1+AD) \,,$$

$$\alpha(1+A\alpha) = A(1+A\alpha) \,, \qquad \alpha(1+\alpha D) = D(1+\alpha D) \,,$$

$$\alpha(1+A\alpha) = A(1+A\alpha) \,, \qquad \alpha(1+\alpha D) = D(1+\alpha D) \,. \tag{3.7}$$

Пусть $1+AD \neq 0$, тогда из (3.7) следует $\alpha = A,\ D = A,\ D = \alpha$. Таким образом, $\alpha = A,\ B = A^2,\ \beta = A^2,\ \ D = A,\ \ t = A$, и имеем решение 3

$$\mathbf{n} = A\,\mathbf{k}\,, \qquad \mathbf{m} = A^2\,\mathbf{k}\,, \qquad \mathbf{l} = A\,\mathbf{k}\,,$$

$$n_0 = A\,k_0,\ \ m_0 = A^2 k_0,\ \ l_0 = A\,k_0, \qquad G = \begin{vmatrix} K & AK \\ AK & A^2 K \end{vmatrix}. \tag{3.8}$$

Это решение не интересно с групповой точки зрения, поскольку представляет множество вырожденных 4-мерных матриц с рангом 2. Эта возможность может быть интересна в контексте описания простейших вырожденных матриц Мюллера с рангом 2. При равенстве нулю определителя 2-мерного блока K имеем вырожденные 4-мерные матрицы ранга 1.

Теперь, пусть $1+AD=0$, тогда из (3.7) следует

$$D = -\frac{1}{A}, \qquad (1-\frac{\alpha}{A})(1+A\alpha) = 0\,, \qquad (1+A\alpha)(1-\frac{\alpha}{A}) = 0\,,$$

$$(1-\frac{\alpha}{A})(1+A\alpha) = 0\,, \qquad (1+A\alpha)(1-\frac{\alpha}{A}) = 0\,.$$

Есть две возможности:

$$(1+A\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{A}\,, \qquad (1-\frac{\alpha}{A}) = 0 \Rightarrow \alpha = A\,.$$

Соответственно получаем два решения.

Решение 4:

$$\alpha = -\frac{1}{A},\ D = -\frac{1}{A},\ \ t = -\frac{1}{A},\ B = -1\,,\ \beta = \frac{1}{A^2}\,,$$

$$\mathbf{n} = A\,\mathbf{k}\,, \qquad n_0 = -\frac{1}{A}\,k_0\,, \qquad \mathbf{m} = -\,\mathbf{k}\,, \qquad m_0 = \frac{1}{A^2}\,k_0\,,$$

$$\mathbf{l} = -\frac{1}{A}\,\mathbf{k}\,, l_0 = -\frac{1}{A}\,k_0\,, \qquad G = \begin{vmatrix} k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma} & -A^{-1}k_0 + A\mathbf{k}\vec{\sigma} \\ -A^{-1}(k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma}) & A^{-2}k_0 - \mathbf{k}\vec{\sigma} \end{vmatrix}. \tag{3.9}$$

Это вырожденные матрицы, поскольку строки 3 и 4 получаются из строк 1 и 2 умножением на $-A^{-1}$. Эта возможность также может быть интересна в контексте описания вырожденных матриц Мюллера с рангом 2 ($k_2 \Rightarrow ik_2$).

Решение 5:

$$\alpha = A,\ D = -\frac{1}{A},\ \ \ t = A,\ \ B = -1,\ \ \beta = A^2,$$

$$\mathbf{n} = A\,\mathbf{k}\,, \qquad n_0 = A\,k_0\,, \qquad \mathbf{m} = -\,\mathbf{k}\,, \qquad m_0 = A^2\,k_0\,,$$

$$\mathbf{l} = -\frac{1}{A}\,\mathbf{k}\,, \quad l_0 = A\,k_0\,, \quad G = \begin{vmatrix} k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma} & A(k_0 + \mathbf{k}\vec{\sigma}) \\ Ak_0 - A^{-1}\mathbf{k}\vec{\sigma} & A^2k_0 - \mathbf{k}\vec{\sigma} \end{vmatrix}. \tag{3.10}$$

Это вырожденные матрицы, поскольку столбцы 3 и 4 получаются из столбцов 1 и 2 умножением на A. Эта возможность может быть интересна в контексте описания вырожденных матриц Мюллера с рангом 2 ($k_2 \Rightarrow ik_2$).

Осталось исследовать случай двух равных нулю параметров. Пусть $A=0$, $\alpha=0$:

$$\beta^2=\beta\,, \qquad B^2=\beta\,, \qquad t(1+\beta)=t\,, \qquad D(1+B)=t\,,$$
$$\beta B=B\,, \qquad B\beta=B\,, \qquad B^2=B\,,$$
$$t+\beta D=D\,, \qquad D+Bt=D\,, \qquad D(1+B)=D\,.$$

У этой системы есть два решения:

$$\{\,\beta=0\,, B=0\,, t=D\,\}\,; \qquad \{\,\beta=+1\,, B=+1\,, D=0\,, t=0\,\}\,.$$

Соответственно, получаем решение 6:

$$A=0,\ \alpha=0,\ \beta=0,\ B=0,\ t=D,\ \mathbf{n}=0,\ n_0=0,$$
$$\mathbf{m}=0\,, \qquad m_0=0\,, \qquad \mathbf{l}=D\,\mathbf{k}\,, \qquad l_0=D\,k_0\,,$$
$$G=\begin{vmatrix} K & 0 \\ DK & 0 \end{vmatrix}, \qquad G'G=\begin{vmatrix} K' & 0 \\ DK' & 0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} K & 0 \\ DK & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} K'K & 0 \\ DK'K & 0 \end{vmatrix}.$$

Это вырожденные матрицы, поскольку столбцы 3 и 4 нулевые. Эта возможность также может быть интересна в контексте описания простейших вырожденных матриц Мюллера с рангом 2. Второй вариант приводит к уже найденному решению 1. Теперь пусть $D=0$, $t=0$:

$$\alpha\beta=0\,, \qquad A(1+B)=\alpha\,, \qquad \beta^2=\beta\,, \qquad B^2=\beta\,,$$
$$\alpha B=0\,, \qquad \alpha+A\beta=A(1+A\alpha)\,, \qquad AB=0\,,$$
$$\beta B=B\,, \qquad B\beta=B(1+A\alpha)\,, \qquad B^2=B\,.$$

Эта система приводит к уже найденным решениям (3.3) и (3.4).

4. О структуре полугруппы матриц Мюллера с рангом 1

Рассмотрим детально случай вырожденных матриц Мюллера с рангом 1. Исходим из явного выражения для вырожденной вещественной матрицы Мюллера ранга 2 (учитываем $k_2 \Rightarrow ik_2$)

$$M=\begin{vmatrix} k_0+k_3 & k_1+k_2 & 0 & 0 \\ k_1-k_2 & k_0-k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (4.1)$$

Если определитель 2-мерной матрицы равен нулю, то получаем вырожденную матрицу Мюллера ранга 1:

$$k_1-k_2=\mu(k_0+k_3)\,, \qquad k_0-k_3=\mu(k_1+k_2), \qquad (4.2)$$

отсюда следуют равенства

$$k_1 = \frac{1+\mu^2}{2\mu} k_0 - \frac{1-\mu^2}{2\mu} k_3 , \qquad k_2 = \frac{1-\mu^2}{2\mu} k_0 - \frac{1+\mu^2}{2\mu} k_3 . \tag{4.3}$$

Введем обозначения

$$k_0 + k_3 = A, \qquad k_0 - k_3 = B, \tag{4.4}$$

тогда матрица Мюллера примет вид (следим за блоком 2×2)

$$M = \begin{vmatrix} k_0 + k_3 & \mu^{-1}(k_0 - k_3) \\ \mu(k_0 + k_3) & k_0 - k_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & \mu^{-1} B \\ \mu A & B \end{vmatrix} . \tag{4.5}$$

Общая матрица Мюллера из этого класса действует на 4-вектор Стокса согласно

$$S'_0 = A S_0 + \frac{B}{\mu} S_1, \qquad S'_1 = \mu A S_0 + B S_1,$$

$$(S'_0)^2 - (S'_1)^2 = A^2 (1-\mu^2)\, S_0^2 + 2AB(\frac{1}{\mu} - \mu)\, S_0 S_1 + B^2 (\frac{1}{\mu^2} - 1) S_1^2 . \tag{4.6}$$

Заметим, что при этом выполняется равенство (свойство частично поляризованного света)

$$(S'_0)^2 - (S'_1)^2 = \left(A\sqrt{1-\mu^2}\; S_0 + B \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} S_1 \right)^2 \geq 0 . \tag{4.7}$$

Очевидно, что необходимо накладывать ограничение

$$\mu^2 \leq +1 . \tag{4.8}$$

При $\mu = \pm 1$ получаем выполненным условие полной поляризации $(S'_0)^2 - (S'_1)^2 = 0$. Отметим, что из общих формул, в частности, следуют матрицы Мюллера для однородных идеальных линейных поляризаторов (см. [1, с. 318]):

$$A = \frac{1}{2}, \; B = \frac{1}{2}, \; \mu = \pm 1, \quad M = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \pm 1 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} . \tag{4.9}$$

Найдем закон умножения матриц вида (4.5):

$$\begin{vmatrix} A' & \mu'^{-1} B' \\ \mu' A' & B' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A & \mu^{-1} B \\ \mu A & B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (A'A + \mu'^{-1} B' \mu A) & (A' \mu^{-1} B + \mu'^{-1} B' B) \\ (\mu' A' A + B' \mu A) & (\mu' A' \mu^{-1} B + B' B) \end{vmatrix} , \tag{4.10}$$

т. е. $$A'' = A'A + \mu'^{-1} \mu\, B'A, \qquad B'' = \mu' \mu^{-1}\, A'B + B'B \tag{4.11}$$

и

$$\mu'' = \frac{\mu' A' A + B' \mu A}{A' A + \mu'^{-1} \mu\, B' A} = \frac{\mu'^2\, A' A + \mu' \mu\, B' A}{\mu' A' A + \mu\, B' A} = \mu',$$

$$\mu''^{-1} = \frac{A' \mu^{-1} B + \mu'^{\ -1} B' B}{\mu' \mu^{-1}\ A' B + B' B} = \frac{\mu' A' B + \mu B' B}{\mu'^2\ A' B + \mu' \mu\ B' B} = \frac{\mu' A' A + \mu B' A}{\mu'^2\ A' A + \mu' \mu\ B' A} = \frac{1}{\mu'}. \quad (4.12)$$

Есть еще одно необходимое требование, которому должны удовлетворять матрицы Мюллера: знак нулевой компоненты 4-вектора Стокса не может быть отрицательным. Согласно (4.6) имеем

$$S'_0 = AS_0 + \frac{B}{\mu} S_1 \geq 0, \qquad S'_1 = \mu A S_0 + B S_1.$$

Очевидно, что это условие существенно зависит от свойств начального пучка. Например, если у начального пучка $S_1 > 0$, то выбирая положительными все три параметра

$$A > 0, \qquad B > 0, \qquad \mu > 0, \qquad (4.13)$$

мы не будем в результате последовательного комбинирования таких элементов выходить за пределы этого множества мюллеровских матриц, при этом всегда $S'_1 \geq 0$. В свою очередь, если у начального пучка $S_1 < 0$, то имеем два положительных параметра

$$A > 0, \qquad B > 0, \qquad \mu < 0, \qquad (4.14)$$

в результате последовательного комбинирования таких элементов мы не будем выходить за пределы этого множества мюллеровских матриц; при этом всегда $S'_1 \leq 0$. Т. е. есть два класса оптических элементов с плавно меняющими характеристиками A, B, μ. Матрицы Мюллера идеальных поляризаторов (4.9) являются представителями этих двух классов.

Понятно, что возможны два аналогичных варианта вырожденных матриц Мюллера с рангом 1, эффективно действующих на компонентах 4-векторов Стокса (S_0, S_2) и (S_0, S_3). Аналогичный дополнительный анализ необходим и для всех других множеств матриц Мюллера (вырожденных или нет). Например, симметричный рассмотренному вариант **I(m)** не представляет интереса в контексте формализма Мюллера, поскольку после действия таких матриц 4-вектор Стокса получался бы времени-подобным.

5. О структуре полугруппы матриц Мюллера с рангом 2.

Обратимся к

$$M = \begin{vmatrix} k_0 + k_3 & k_1 + k_2 & 0 & 0 \\ k_1 - k_2 & k_0 - k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad k_0^2 - k_1^2 + k_2^2 - k_3^2 \neq 0 . \tag{5.1}$$

Эта матрица действует на компоненты 4-вектора Стокса согласно

$$S'_0 = (k_0 + k_3) S_0 + (k_1 + k_2) S_1 , \quad S'_1 = (k_1 - k_2) S_0 + (k_0 - k_3) S_1 , \tag{5.2}$$

$$S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = (S_0^2 - S_1^2)\,(k_0^2 + k_3^2 - k_1^2 - k_2^2) +$$

$$+ 2 S_0 S_1\,(k_1 k_2 + k_0 k_3) + 4 (S_0^2 + S_1^2)\,(k_0 k_2 + k_1 k_3) . \tag{5.3}$$

С использованием обозначений

$$A = k_0^2 + k_3^2 - k_1^2 - k_2^2 \,,\ B = 4 (k_0 k_2 + k_1 k_3) \,,\ C = (k_1 k_2 + k_0 k_3)$$

предыдущее равенство принимает вид

$$S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = (A + B) S_0^2 + 2 C S_0 S_1 + (B - A) S_1^2 . \tag{5.4}$$

Полученное соотношение указывает на то, что не все матрицы этого множества могут рассматриваться как пригодные в качестве мюллеровских. Можно испробовать другой путь: в группе преобразований (5.2) есть три нетривиальные подгруппы, и довольно легко решить вопрос о пригодности этих подгрупп в качестве (2-мерных) мюллеровских.

<u>Первая подгруппа:</u>

$$(k_2 = 0, k_3 = 0) \qquad k_0 = D \operatorname{ch} \beta, \qquad k_1 = D \operatorname{sh} \beta ,$$

$$S'_0 = D \operatorname{ch} \beta S_0 + D \operatorname{sh} \beta S_1, \qquad S'_1 = D \operatorname{sh} \beta S_0 + D \operatorname{ch} \beta S_1,$$

$$S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = D^2 (S_0^2 - S_1^2) . \tag{5.5}$$

Она вполне пригодна для описания 2-мерных мюллеровских матриц. Наиболее простой вариант подгруппы возникает при $D = +1$.

<u>Вторая подгруппа:</u>

$$(k_1 = 0, k_2 = 0) \qquad k_0 = D \operatorname{ch} \lambda, \qquad k_3 = D \operatorname{sh} \lambda ,$$

$$S'_0 = D\,(\operatorname{ch} \lambda + \operatorname{sh} \lambda) S_0 = D e^{+\lambda} S_0 , S'_1 = D\,(\operatorname{ch} - \operatorname{ch} \lambda) S_1 = D e^{-\lambda} S_1,$$

$$S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = D^2 (e^{+2\lambda} S_0^2 - e^{-2\lambda} S_1^2) \,, (S_0^2 \geq S_1^2) . \tag{5.6a}$$

Эти матрицы пригодны для описания мюллеровских, хотя с довольно необычными свойствами (пусть для простоты определитель $D^2 = +1$):

$$S'_0 = e^{+\lambda} S_0, \quad S'_1 = e^{-\lambda} S_1, \quad S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = e^{+2\lambda} S_0^2 - e^{-2\lambda} S_1^2, \quad (S_0^2 \geq S_1^2); \tag{5.6b}$$

при увеличении положительных λ интенсивность плавно растет, а степень поляризации плавно стремится к нулю. При отрицательных λ, но в пределах $e^{4\lambda} > S_1^2 / S_0^2$, интенсивность света падает, а степень поляризации растет, достигая максимума при $e^{4\lambda} = S_1^2/S_0^2$. То есть матрицы с такой структурой пригодны для задания матриц Мюллера, только если

$$-\ln\left(\frac{S_0^2}{S_1^2}\right) \le \lambda < +\infty . \qquad (5.6c)$$

В общем случае ограничение (5.6c) не совместимо с глобальной структурой этой подгруппы. Действительно, закон умножения абелевый: $\lambda'' = \lambda' + \lambda$, и условие (5.6c) очевидно будет нарушаться при умножении (с отрицательными и достаточно большими по модулю значениями параметров) элементов этой группы. Однако очевидно, что существует вполне интерпретируемая подгруппа при всех $\lambda \in [0, +\infty)$, видимо именно ее здесь и можно рассматривать как представляющую интерес для поляризационной оптики. <u>Третья подгруппа:</u>

$$(k_1 = 0, k_3 = 0) \qquad k_0 = D\cos\alpha, k_2 = D\sin\alpha ,$$

$$S'_0 = D\,(\cos\alpha\; S_0 + \sin\alpha\; S_1)\,,\;\; S'_1 = D(-\sin\alpha\; S_0 + \cos\alpha\; S_1)\,,$$

$$S'^{\,2}_0 - S'^{\,2}_1 = D^2\left[\; (S_0^2 - S_1^2)\cos 2a + 2S_0S_1\sin 2a \;\right]. \qquad (5.9)$$

Это выражение может быть как положительным, так и отрицательным. Это указывает, что вся подгруппа в целом не может рассматриваться как пригодная для задания подгруппы матриц Мюллера. Кроме того, компонента S'_0 может быть как положительно, так и отрицательной, что также несовместимо с интерпретацией таких преобразований как мюллеровских.

Отметим, что в работе исследована только небольшая часть вырожденных матриц Мюллера в рамках структур полугрупп.

Литература

1. Снопко, В.Н. Поляризационные характеристики оптического излучения/ В.Н. Снопко. – Минск: Наука и техника, 1992. – 336 с.

2. Федоров, Ф.И. Группа Лоренца / Ф.И. Федоров. – Москва: Наука, 1979. – 384 с.

3. Бикватернионы и матрицы Мюллера / А.А. Богуш [и др.] // Доклады НАН Беларуси. – 2007. – Т. 51. – № 5. – С. 71–76.

4. Длугунович, В.А. Векторная параметризация преобразованной группы Лоренца и полярное разложение матриц Мюллера / В.А. Длугунович, Ю.А. Курочкин // Оптика и спектроскопия. – 2009. – Т. 107. – № 2. – С. 312–317.

5. Dlugunovich, V.A. The Polar Decomposition And Vector Parametrization Of The Mueller Matrices / V.A. Dlugunovich,

Yu. A. Kurochkin // AIP Conference Proceedings. – 2010. – Vol. 1205. – P. 65–71.

6. Редьков, В.М. Спинорный формализм группы Лоренца и поляризованный свет / В.М. Редьков // Вестник Брестского университета. Серия 4. Физика, математика. – 2010. – № 1. – С. 37–45.

7. Red'kov, V.M. Lorentz grpoup and polarization of the light / V.M. Red'kov // Advances in Applied Clifford Algebras. – 2011. – Vol. 21. – P. 203–220.

8. Редьков, В.М. О нахождении матрицы Мюллера оптического элемента по результатам поляризационных экспериментов, теоретико-групповой анализ / В.М. Редьков, Е.М. Овсиюк // Оптика неоднородных структур – 2011: Материалы III Международной научно-практической конференции, г. Могилев, 16–17 февраля 2011 г. / УО «МГУ им. А.А. Кулешова»; редкол.: В.А. Карпенко (отв. редактор) [и др.]. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. – С. 32–35.

9. Богуш, А.А. О четырехмерной векторной параметризации группы и некоторых ее подгрупп / А.А. Богуш, В.М. Редьков // Весці НАН Беларуси. Сер. фiз.-мат. навук. – 2006. – № 3. – С. 57–63.

10. Bogush, A.A. On Unique parametrization of the linear group *GL(4.C)* and its subgroups by using the Dirac algebra basis / A.A. Bogush, V.M. Red'kov // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2008. – Vol. 11. – № 1. – P. 1–24.

11. Богуш, А.А. О вектор-параметрах 4-мерных матриц обратных преобразований в теории группы GL(4.C) / А.А. Богуш, Н.Г. Токаревская, В.М. Редьков // Весці НАН Беларуси. Сер. фiз.-мат. навук. – 2008. – № 3. – С. 64–69.

12. Red'kov, V.M. On Parametrization of the Linear *GL(4,C)* and Unitary *SU(4)* Groups in Terms of Dirac Matrices / V.M. Red'kov, A.A. Bogush, N.G. Tokarevskaya // SIGMA. – 2008. – Vol. 4. – 021. – 46 p.

V.M. Red'kov

B.I. Stepanov Institute of Physics National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

SPINORS OF THE LORENTZ GROUP AND JONES FORMALISM FOR A PARTLY POLARIZED LIGHT

Introduction

The main line of evolution in theoretical methods of polarization optics seems to be quite independent of that in relativistic symmetry methods, developed, for example, in particle physics. In the paper a technique of working with the Lorentz is used, the systematic construction of that was given by Fedorov [1], also see a quaternionic approach [2]. This technique is specified for looking at the problems of light polarization optics in the frames of vector Stokes-Mueller and spinor Jones formalism.

Remembering on great differences between properties of isotropic and time-like vectors in Special Relativity we should expect the same principal differences in describing polarized and partly polarized light. So below we will be considering these two cases separately: a polarized light and a partly polarized light. In particular, substantial differences will be revealed when turning to spinor techniques – also see [4]. Let us start with some basic definitions concerning the polarization of the light (at this we have used [3], though it might be another from many). For the Stokes vector of the partly polarized light we have

$$S^a = (I, I\, p\, \mathbf{n}), \qquad S_a S^a = I^2 (1 - p^2) \geq 0, \tag{1}$$

where I is a general intensity, p is a degree of polarization which runs within $[0, 1]$ interval: $0 \leq p \leq 1$, $\mathbf{n}$ stands for any 3-vector. Behavior of Stokes 4-vectors for polarized and partly polarized light under acting optics devices may be considered as isomorphic to behavior of respectively isotropic and time-like vectors with respect to Lorentz group in Special Relativity. This simple observation leads to many consequences, some of them will be discussed below.

1. Spinor representation of Stokes 4-vector for a completely polarized light

Let start with the well-known relations between 2-rank bi-spinors and simplest tensors. Bi-spinor of second rank $U = \Psi \otimes \Psi$ can be resolved into scalar Φ, vector Φ_b; pseudoscalar $\tilde{\Phi}$, pseudovector $\tilde{\Phi}_b$, and antisymmetric tensor Φ_{ab}

$$U = \Psi \otimes \Psi = \left[-i\Phi + \gamma^b\, \Phi_b + i\sigma^{ab}\Phi_{ab} + \gamma^5 \tilde{\Phi} + i\gamma^b \gamma^5 \tilde{\Phi}_b \right] E^{-1}; \tag{2}$$

let us refer all consideration to the spinor basis

$$U = \begin{vmatrix} \xi^{\alpha\beta} & \Delta^{\alpha}{}_{\dot{\beta}} \\ H_{\dot{\alpha}}{}^{\beta} & \eta_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \end{vmatrix}, \quad \gamma^a = \begin{vmatrix} 0 & \bar{\sigma}^a \\ \sigma^a & 0 \end{vmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{vmatrix} -I & 0 \\ 0 & +I \end{vmatrix},$$

$$\sigma^{ab} = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} \bar{\sigma}^a \sigma^b - \bar{\sigma}^b \sigma^a & 0 \\ 0 & \sigma^a \bar{\sigma}^b - \sigma^b \bar{\sigma}^a \end{vmatrix}, \; E = \begin{vmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Inverse to (2) relations look

$$\Phi_a = \frac{1}{4}\,\text{Sp}\,[E\gamma_a U]\,, \qquad \tilde{\Phi}_a = \frac{1}{4i}\,\text{Sp}\,[E\gamma^5\gamma_a U]\,,$$

$$\Phi = \frac{i}{4}\,\text{Sp}\,[EU]\,, \quad \tilde{\Phi} = \frac{1}{4}\,\text{Sp}\,[E\gamma^5 U]\,, \quad \Phi_{mn} = -\frac{1}{2i}\,\text{Sp}\,[E\sigma_{mn}U]\,. \qquad (4)$$

First, we are interested in two vectors obtained from spinors:

$$\Phi_0 = \xi^1\eta_{\dot 2} - \xi^2\eta_{\dot 1}\,, \qquad \Phi_1 = \xi^1\eta_{\dot 1} - \xi^2\eta_{\dot 2}\,,$$

$$\Phi_2 = i\,(\xi^1\eta_{\dot 1} + \xi^2\eta_{\dot 2})\,, \qquad \Phi_3 = -\,(\xi^1\eta_{\dot 2} + \xi^2\eta_{\dot 1})\,;$$

for pseudovector, scalar and pseudoscalar $\tilde{\Phi}_0 = 0$, $\tilde{\Phi}_1 = 0$, $\tilde{\Phi}_2 = 0$, $\tilde{\Phi}_3 = 0$, $\Phi = 0$, $\tilde{\Phi} = 0$; and for antisymmetric tensor

$$\Phi^{01} = \frac{i}{4}\,[\,(\xi^1\xi^1 - \xi^2\xi^2) + (\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1} - \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2})\,]\,,$$

$$\Phi^{23} = \frac{1}{4}\,[\,(\xi^1\xi^1 - \xi^2\xi^2) - (\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1} - \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2})\,]\,,$$

$$\Phi^{02} = -\frac{1}{4}\,[\,(\xi^1\xi^1 + \xi^2\xi^2) + (\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1} + \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2})\,]\,,$$

$$\Phi^{31} = -\frac{1}{4i}\,[\,(\xi^1\xi^1 + \xi^2\xi^2) - (\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1} + \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2})\,]\,,$$

$$\Phi^{03} = -\frac{i}{2}\,[\,\xi^1\xi^2 + \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}\,]\,,\ \Phi^{12} = -\frac{1}{2}\,[\,\xi^1\xi^2 - \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}\,]\,,$$

Collecting results together:

$$\Psi = \begin{vmatrix} \xi^\alpha \\ \eta_{\dot\alpha} \end{vmatrix}, \qquad \Psi \otimes \breve{\Psi} \qquad \Rightarrow \qquad \Phi = 0,\ \tilde{\Phi} = 0,\ \tilde{\Phi}_a = 0,\ \Phi_a \neq 0,\ \Phi_{mn} \neq 0\,,$$

we see that to have real vector and tensor one should impose additional restriction: let it be

$$\eta = +i\,\sigma^2\,\xi^* \qquad \Rightarrow \qquad \eta_{\dot 1} = +\,\xi^{2*}\,,\ \eta_{\dot 2} = -\,\xi^{1*}\,; \qquad (5)$$

which results in

$$\Phi_0 = -(\xi^1\,\xi^{1*} + \xi^2\,\xi^{2*}) < 0\,, \qquad \Phi_3 = (\xi^1\,\xi^{1*} - \xi^2\,\xi^{2*})\,,$$

$$\Phi_1 = (\xi^1\,\xi^{2*} + \xi^2\,\xi^{1*})\,, \qquad \Phi_2 = i\,(\xi^1\,\xi^{2*} - \xi^2\,\xi^{1*})\,;$$

$$\Phi^{01} = \frac{i}{4}\,[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,]\,,$$

$$\Phi^{23} = \frac{1}{4}\,[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,]\,,$$

$$\Phi^{02} = -\frac{1}{4}\,[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,]\,,$$

$$\Phi^{31} = -\frac{1}{4i}[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{03} = -\frac{i}{2}(\,\xi^1\,\xi^2 - \xi^{2*}\,\xi^{1*}), \qquad \Phi^{12} = -\frac{1}{2}[\,\xi^1\,\xi^2 + \xi^{2*}\,\xi^{1*}]. \tag{6}$$

There exists alternative additional restriction:

$$\eta = -i\,\sigma^2\,\xi^* \qquad \Rightarrow \qquad \eta_1 = -\xi^{2*}\,,\ \eta_2 = +\xi^{1*}\,, \tag{7}$$

which results in

$$\Phi_0 = (\xi^1\,\xi^{1*} + \xi^2\,\xi^{2*}) > 0\,, \qquad \Phi_3 = -(\xi^1\,\xi^{1*} - \xi^2\,\xi^{2*})\,,$$

$$\Phi_1 = -(\xi^1\,\xi^{2*} + \xi^2\,\xi^{1*})\,, \qquad \Phi_2 = -i\,(\xi^1\,\xi^{2*} - \xi^2\,\xi^{1*})\,;$$

$$\Phi^{01} = \frac{i}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{23} = \frac{1}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{02} = -\frac{1}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{31} = -\frac{1}{4i}[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{03} = -\frac{i}{2}(\,\xi^1\,\xi^2 - \xi^{2*}\,\xi^{1*}), \qquad \Phi^{12} = -\frac{1}{2}[\,\xi^1\,\xi^2 + \xi^{2*}\,\xi^{1*}]. \tag{8}$$

The last case (7)–(8) seems to be appropriate to describe Stokes 4-vector and determine Stokes 2-rank tensor:

$$\Psi = \left|\begin{matrix} \xi \\ \eta = -i\,\sigma^2\,\xi^* \end{matrix}\right|, \qquad \Psi \otimes \Psi \qquad \Rightarrow \qquad S_a \neq 0,\ S_{mn} \neq 0\,,$$

$$S_0 = (\xi^1\,\xi^{1*} + \xi^2\,\xi^{2*}) > 0\,, \qquad S_3 = -(\xi^1\,\xi^{1*} - \xi^2\,\xi^{2*})\,,$$

$$S_1 = -(\xi^1\,\xi^{2*} + \xi^2\,\xi^{1*})\,, \qquad S_2 = -i\,(\xi^1\,\xi^{2*} - \xi^2\,\xi^{1*})\,,$$

$$a^1 = S^{01} = \frac{i}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$b^1 = S^{23} = \frac{1}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 - \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} - \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$a^2 = S^{02} = -\frac{1}{4}[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) + (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$b^2 = S^{31} = -\frac{1}{4i}[\,(\xi^1\,\xi^1 + \xi^2\,\xi^2) - (\xi^{2*}\,\xi^{2*} + \xi^{1*}\,\xi^{1*})\,],$$

$$a^3 = S^{03} = -\frac{i}{2}(\,\xi^1\,\xi^2 - \xi^{2*}\,\xi^{1*}), \qquad b^3 = S^{12} = -\frac{1}{2}(\,\xi^1\,\xi^2 + \xi^{2*}\,\xi^{1*}). \tag{9}$$

Let us calculate the main invariant – it turns to equal to zero:

$$S_0 S_0 - S_j S_j = 0\,, \qquad (10)$$

so S_a may be considered as a Stokes 4-vector for a completely polarized light.

In turn, 4-tensor S_{mn}, being constructed from Jones bi-spinor Ψ, is a Stokes 2-rank tensor. Let us calculate two invariants for S_{mn}:

$$I_1 = -\frac{1}{2} S^{mn} S_{mn} = \mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2 = 0\,, \qquad I_2 = \frac{1}{4}\,\varepsilon_{abmn} S^{ab} S^{mn} = 0\,. \qquad (11)$$

Finally, let us specify Stokes 4-vector and 4-tensor in parameters $(M, N, \Delta = \alpha - \beta)$:

$$\Psi = \left| \begin{array}{c} N\, e^{i\alpha} \\ +M\, e^{i\beta} \\ -M\, e^{-i\beta} \\ N\, e^{-i\alpha} \end{array} \right|, \qquad \Psi \otimes \Psi \qquad \Rightarrow \qquad S_a \neq 0,\ S_{mn} \neq 0\,,$$

$$S_0 = M^2 + N^2\,, \qquad S_3 = M^2 - N^2\,,$$
$$S_1 = -2MN\cos(\alpha - \beta)\,, \qquad S_2 = 2MN\sin(\alpha - \beta)\,,$$

and

$$a^1 = S^{01} = -\frac{1}{2}(N^2 \sin 2\alpha - M^2 \sin 2\beta)\,, b^1 = S^{23} = +\frac{1}{2}(N^2 \cos 2\alpha - M^2 \cos 2\beta)\,,$$

$$a^2 = S^{02} = -\frac{1}{2}(N^2 \cos 2\alpha + M^2 \cos 2\beta)\,, b^2 = S^{31} = -\frac{1}{2}(N^2 \sin 2\alpha + M^2 \sin 2\beta)\,,$$

$$a^3 = S^{03} = +NM\sin(\alpha + \beta)\,, \qquad b^3 = S^{12} = -NM\cos(\alpha + \beta)\,. \qquad (12)$$

Two vectors $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ are determined by 4 parameters N, M, α, β, additional identities hold

$$\mathbf{a}^2 = \mathbf{b}^2 = \frac{(N^2 + M^2)^2}{4}\,, \qquad \mathbf{ab} = 0\,;$$

therefore the quantities $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ depend in fact upon 4 independent parameters $N, M, \beta - \alpha, \beta + \alpha$; whereas Stokes 4-vector depends upon only three ones $N, M, \beta - \alpha$.

Instead of Stokes 4-tensor S_{ab} one may introduce a complex Stokes 3-vector $\mathbf{s} = \mathbf{a} + i\,\mathbf{b}$ with the components

$$s_1 + is_2 = -i\,\xi^2 \xi^2\,, \qquad s_1 - is_2 = +i\,\xi^1 \xi^1\,, \qquad s^3 = -i\,\ \xi^1\,\xi^2\,. \qquad (13)$$

The quantity $\mathbf{s}$ transforms as a vector under complex rotation group $SO(3.C)$, isomorphic to Lorentz group $L_+^{\uparrow}$. The later permits to introduce additionally to Jones spinor and Mueller vector formalisms one other technique based on the use of complex 3-vector

$$\mathbf{s} = \mathbf{a} + i\ \mathbf{b} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} i\,(N^2 e^{2i\alpha} - M^2 e^{2i\beta}) \\ -\,(N^2 e^{2i\alpha} + M^2 e^{2i\beta}) \\ -2i\ NM\ e^{i(\alpha+\beta)} \end{vmatrix}; \qquad (14)$$

evidently this complex vector is isotropic $\mathbf{s}^2 = 0$, the later condition provide us with two additional condition, so $\mathbf{s}$ depends on 4 parameters.

2. On possible Jones 4-spinor for a partly polarized light

Now let us examine else one possibility

$$\Psi \otimes (-i\Psi^c) = \begin{vmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \\ \eta_{\dot 1} \\ \eta_{\dot 2} \end{vmatrix} \otimes \begin{vmatrix} +\eta_{\dot 2}^* \\ -\eta_{\dot 1}^* \\ -\xi^{2*} \\ +\xi^{1*} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +\xi^1\eta_{\dot 2}^* & -\xi^1\eta_{\dot 1}^* & -\xi^1\xi^{2*} & +\xi^1\xi^{1*} \\ +\xi^2\eta_{\dot 2}^* & -\xi^2\eta_{\dot 1}^* & -\xi^2\xi^{2*} & +\xi^2\xi^{1*} \\ +\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}^* & -\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1}^* & -\eta_{\dot 1}\xi^{2*} & +\eta_{\dot 1}\xi^{1*} \\ +\eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2}^* & -\eta_{\dot 2}\eta_{\dot 1}^* & -\eta_{\dot 2}\xi^{2*} & +\eta_{\dot 2}\xi^{1*} \end{vmatrix}. \qquad (15)$$

Corresponding 4-vector is determined by

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}[\,(\eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2}^* + \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1}^*) + (\xi^2\xi^{2*} + \xi^1\xi^{1*})\,] > 0\,,$$

$$\Phi_3 = -\frac{1}{2}[\,(\eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2}^* - \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1}^*) + (-\xi^2\xi^{2*} + \xi^1\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}[\,(\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}^* + \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 1}^*) - (\xi^1\xi^{2*} + \xi^2\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi_2 = \frac{i}{2}[(\eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}^* - \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 1}^*) + (-\xi^1\xi^{2*} + \xi^2\xi^{1*})\,].$$

We readily derive

$$\Phi^a\Phi_a = \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 1}^*\ \xi^1\xi^{1*} + \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 2}^*\ \xi^2\xi^{2*} + \eta_{\dot 1}\eta_{\dot 2}^*\ \xi^2\xi^{1*} + \eta_{\dot 2}\eta_{\dot 1}^*\xi^1\xi^{2*}\,. \qquad (16)$$

Let us demonstrate that this vector is time-like. With the notation

$$\xi = \begin{vmatrix} N_1 e^{in_1} \\ N_2 e^{in_2} \end{vmatrix}, \qquad \eta = \begin{vmatrix} M_1 e^{im_1} \\ M_2 e^{im_2} \end{vmatrix}, \qquad (17)$$

we get

$$\Phi^a\Phi_a = N_1^2 M_1^2 + N_2^2 M_2^2 + 2N_1M_1\ N_2M_2\ \cos[(n_1 - n_2) - (m_1 - m_2)];$$

therefore

$$(N_1M_1 - N_2M_2)^2 < \Phi_0^2 - \Phi_1^2 - \Phi_2^2 - \Phi_1^3 < (N_1M_1 + N_2M_2)^2\,. \qquad (18)$$

This means that we have ground to consider 4-vector Φ_a as Stokes 4-vector S_a:

$$(N_1 M_1 - N_2 M_2)^2 < S_0^2 - \mathbf{S}^2 < (N_1 M_1 + N_2 M_2)^2 \,, \tag{19}$$

and two 2-spinors (15) as making up a Jones bi-spinor corresponding a partly polarized light.

It remains to find explicit form for corresponding (real) Stokes 4-tensor S_{ab}:

$$\Phi^{01} = \frac{i}{4}[\,(\xi^1\eta_{\dot 2}^* + \xi^2\eta_{\dot 1}^*) - (\eta_{\dot 1}\xi^{2*} + \eta_{\dot 2}\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{23} = \frac{1}{4}[\,(\xi^1\eta_{\dot 2}^* + \xi^2\eta_{\dot 1}^*) + (\eta_{\dot 1}\xi^{2*} + \eta_{\dot 2}\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{02} = -\frac{1}{4}[\,(\xi^1\eta_{\dot 2}^* - \xi^2\eta_{\dot 1}^*) + (-\eta_{\dot 1}\xi^{2*} + \eta_{\dot 2}\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{31} = \frac{i}{4}[\,(\xi^1\eta_{\dot 2}^* - \xi^2\eta_{\dot 1}^*) - (-\eta_{\dot 1}\xi^{2*} + \eta_{\dot 2}\xi^{1*})\,],$$

$$\Phi^{03} = -\frac{i}{4}[\,(\xi^2\eta_{\dot 2}^* - \xi^1\eta_{\dot 1}^*) + (-\eta_{\dot 2}\xi^{2*} + \eta_{\dot 1}\xi^{1*})],$$

$$\Phi^{12} = -\frac{1}{4}[\,(\xi^2\eta_{\dot 2}^* - \xi^1\eta_{\dot 1}^*) - (-\eta_{\dot 2}\xi^{2*} + \eta_{\dot 1}\xi^{1*})],$$

$$s^1 = a^1 + ib^1 = \frac{i}{2}(\xi^1\eta_{\dot 2}^* + \xi^2\eta_{\dot 1}^*)\,, \quad s^2 = a^2 + ib^2 = -\frac{1}{2}(\xi^1\eta_{\dot 2}^* - \xi^2\eta_{\dot 1}^*)\,,$$

$$s^3 = a^3 + ib^3 = -\frac{i}{2}(\xi^2\eta_{\dot 2}^* - \xi^1\eta_{\dot 1}^*)\,; \tag{20}$$

besides this complex 3-vector is not isotropic: $\mathbf{s}^2 = -\frac{1}{4}(\xi^1\eta_1^* - \xi^2\eta_1^*)^2 \neq 0$.

References

1. Fedorov, F.I. The Lorentz group / F.I. Fedorov. – Moscow: Nauka, 1979. – 384 p.
2. Berezin, A.V. Quternions in relativistic physics / A.V. Berezin, Yu.A. Kurochkin, E.A. Tolkachev. – Minsk, 1989. – 200 p.
3. Snopko, V.N. Polarization characteristics of optical radiation and methods of thei measurement / V.N. Snopko. – Minsk, 1992.
4. Red'kov, V.M. Lorentz group and polarization of the light / V.M. Red'-kov // Advances in Applied Clifford Algebras. – 2011. – Vol. 21. – P. 203–220.

Э.А. Рудак, О.И. Ячник

ГНУ «Институт физики имени Б.И.Степанова» НАН Беларуси, Минск, Беларусь

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С РАЗМНОЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ В МОДЕЛИ РОЖДЕНИЯ И ГИБЕЛИ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ ЖИЗНИ ПОКОЛЕНИЯ НЕЙТРОНОВ

Понятие времени жизни поколения нейтронов $\tau_{пок}$ – одно из основных понятий, используемых при описании взаимодействия нейтронов с размножающей средой, в том числе и в ядерном реакторе. Оно естественным образом связано с моделью рождения и гибели частиц с дискретным временем жизни поколения частиц. Поэтому при решении задач, связанных с превращением частиц, представляется возможным использовать уже известный математический формализм, изложенный во многих монографиях (см., например, [1, 2]).

В физике взаимодействия нейтронов с размножающей средой, однако, часто необходимо учитывать образующиеся при этом запаздывающие нейтроны, которые приводят к временной зависимости времени жизни поколения нейтронов $\tau_{пок}$ (см., например, [3, 4]). Так, при описании переходных процессов в ядерном реакторе в приближении одной группы запаздывающих нейтронов время жизни поколения нейтронов

$$\tau_{пок}(t) = \tau_{мг} + \beta\tau_{зап}[1 - \exp(-t/\tau_{зап})] \quad , \qquad (1)$$

где $\tau_{мг}$ – время жизни мгновенного нейтрона, $\tau_{зап}$ – среднее время жизни i групп запаздывающих нейтронов объединенных в одну и $\beta = \sum\beta_i$ – суммарный выход запаздывающих нейтронов.

При малых временах ($t << \tau_{зап}$) время жизни поколения нейтронов практически постоянно и равно $\tau_{пок} \approx \tau_{мг}$. Аналогично при больших временах ($t >> \tau_{зап}$) время жизни поколения нейтронов также практически постоянно и равно $\tau_{пок} \approx \tau_{мг} + \beta\tau_{зап}$. В этих случаях можно использовать стандартную модель рождения и гибели с постоянным дискретным временем жизни поколения частиц.

Однако в интересных в практическом отношении случаях надо использовать для времени жизни поколения нейтронов точное выражение $\tau_{пок}$ (1). Поэтому основная цель настоящей работы – развить формализм для описания взаимодействия нейтронов с размножающей средой на основе времени жизни поколения нейтронов $\tau_{пок}$ (1).

Сначала надо рассмотреть формализм неоднородного процесса рождения и гибели частиц с непрерывным временем, а затем адаптировать его для описания такого же процесса, но с дискретным и зависящим от времени временем жизни поколения нейтронов. В рамках указанного формализма среднее число частиц дается формулой (2) [1, 5]

$$M(t) = \exp\left(\int_0^t [\lambda(\tau) - \mu(\tau)]\, d\tau\right), \qquad (2)$$

где при отсутствии миграционных процессов $\lambda_n(t) = \lambda(t)n$ и $\mu_n(t) = \mu(t)n$ являются мгновенными зависящими от числа частиц в системе n интенсивностями рождения и гибели.

Нетрудно показать [6,7], что величина $\lambda(t) - \mu(t)$ для мгновенных и запаздывающих нейтронов имеет вид

$$[\lambda(t) - \mu(t)]_{\text{мг}} = \rho/\tau_{\text{мг}}, \quad [\lambda(t) - \mu(t)]_{\text{зап}} = \rho/\tau_{\text{зап}}. \qquad (4)$$

Эволюция во времени числа мгновенных и запаздывающих нейтронов описывается функцией

$$[\lambda(t) - \mu(t)]_{\text{мз}} = \rho[1 + \beta(1 - \exp(-t/\tau_{\text{зап}}))]/[\tau_{\text{мг}} + \beta\tau_{\text{зап}}(1 - \exp(-t/\tau_{\text{зап}}))], \qquad (5)$$

где числитель играет роль реактивности, а знаменатель – времени жизни поколения нейтронов $\tau_{\text{пок}}$ (1).

Нас интересует процесс, описываемый формулой (5), хотя в качестве реактивности ρ в (5) может выступать и другая функция, в зависимости от рассматриваемой задачи. Как можно приближенно рассчитывать интеграл в $M(t)$ (2) показано ниже.

Время жизни поколения нейтронов $\tau_{\text{пок}}$ (1) сравнительно мало. По абсолютной величине $\tau_{\text{мг}}$ варьируется примерно от $\sim 10^{-3}$ до $\sim 10^{-7}$ с. Величина $\beta\tau_{\text{зап}}$ для таких нуклидов как ^{235}U, ^{239}Pu меньше 0,1 с. Поэтому в (1) время всегда гораздо больше соответствующего времени жизни поколения нейтронов $t \gg \tau_{\text{пок}}(t)$. Очевидно, что в интегралах типа

$$J(t) = \int_0^t \psi(s)ds/[\tau_{\text{мг}} + \beta\tau_{\text{зап}}(1 - \exp(-s/\tau_{\text{зап}}))], \qquad (6)$$

где $\psi(s)$ пока произвольная функция, на временном интервале равном времени жизни поколения нейтрона функция $\psi(s)$ практически не меняется и ее можно вынести за знак интеграла. Важно только проквантовать временную шкалу по времени жизни поколения нейтронов $\tau_{\text{пок}}(t)$ (1). Оказывается, что для $\tau_{\text{пок}}(t)$ (1) это сделать нетрудно.

Для краткости введем обозначения $a = \tau_{\text{мг}} + \beta\tau_{\text{зап}}$, $b = \beta\tau_{\text{зап}}$, $c = \tau_{\text{зап}}$, т.е.

$$\tau_{\text{пок}}(t) = a - b\cdot e^{-t/c} \quad . \qquad (7)$$

Тогда проблема сводится к вычислению табличного интеграла

$$\int_0^t ds/(a-be^{-t/c}) = (c/a)\ln[(ae^{t/c}-b)/(a-b)]. \qquad (8)$$

По логике вещей, время t в (8) должно быть таким, чтобы $n(t)$ было целым числом. Нетрудно показать, что для целого числа $n(t_n) = n$ соответствующее время t_n будет выражаться формулой

$$t_n = c \cdot \ln\{[(a-b)e^{an/c} + b]/a\}. \qquad (9)$$

Формул (8), (9) вполне достаточно для того, чтобы проквантовать временную шкалу по времени жизни поколения нейтронов.

Найдем выражение для разности двух целых значений $n(t_k) = n_k$ и $n(t_m) = n_m$. Оно равно

$$n(t_k) - n(t_m) = (c/a)\ln[\exp(n_k - n_m)a/c]. \qquad (10)$$

Если положить $t_m = t_{k-1}$, то $n(t_k) - n(t_m) \equiv 1$, т.е. число поколений нейтронов от времени t_{k-1} до времени t_k изменилось на 1, как и должно быть.

Разность между временами t_k и t_{k-1}, очевидно, должно дать время жизни k-го поколения нейтронов $\tau_{пок}(t_k) = \tau_k$

$$- t_{k-1} = c \cdot \ln\{[(a-b)e^{ka/c} + b]/[(a-b)e^{(k-1)a/c} + b]\} \quad . \qquad (11)$$

На асимптотике при больших k $\tau_k \approx a$, что согласуется с формулой (9).

Величины t_{k-1}, t_k и τ_k связаны между собой рекуррентными соотношениями

$$t_k = t_{k-1} + \tau_k \ . \qquad (12)$$

Поэтому, как и следовало ожидать, полное время t_n, соответствующее целому числу n, равно сумме времен поколений нейтронов, укладывающихся во временном интервале $0 - t_n$

$$t_n = \sum_{k=1}^{n} \tau_k \ . \qquad (13)$$

Вследствие этого интеграл $J(s)$ (6) можно разбить на сумму интегралов

$$J(t_n) = \sum_{k=1}^{n} \psi(s)ds/[\tau_{мг} + \beta\tau_{зап}(1-\exp(-s/\tau_{зап}))], \qquad (14)$$

где, как упоминалось выше, $s \gg t_k - t_{k-1}$. Поэтому интеграл (14) можно преобразовать в ряд

$$J(t_n) \approx \sum_{k=1}^{n} \psi(<t_k>) \ , \qquad (15)$$

где $\langle t_k \rangle$ – любая временная точка внутри интервала $t_{k-1} - t_k$. Можно показать, что лучшим значением является просто среднее значение временного интервала $\langle t_k \rangle = (t_{k-1} + t_k)/2$.

В качестве примера практического использования настоящего математического аппарата рассмотрим процесс размножения мгновенных нейтронов в подкритической сборке с учетом влияния запаздывающих нейтронов на время жизни поколения нейтронов. В этом случае в (6) функция $\psi(t) = \rho = -|\rho|$, а ряд

$$J(t_n) \approx -|\rho| \sum_{k=1}^{n} k, \qquad (16)$$

т.е. $J(t_n) \approx -|\rho|n$. Тогда среднее количество рожденных нейтронов будет даваться известной формулой

$$M(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-|\rho|n) = 1/|\rho|. \qquad (17)$$

Другое дело, что формула (17) для $M(t) = 1/|\rho|$ обычно получается в предположении постоянства времени жизни поколения нейтронов $\tau_{пок}$ = const. Это грубое предположение. Кроме того, в реальном топливе реактора обычно присутствуют несколько делящихся нуклидов – ^{235}U, ^{239}Pu, ^{241}Pu и ^{241}Am. Поэтому даже такая, на первый взгляд, простая задача, как оценка среднего числа рожденных в подкритической системе нейтронов на самом деле оказывается сложной.

Развиваемый в настоящей работе подход позволяет решить и эту усложненную задачу. Так его можно применить и для любого числа групп запаздывающих нейтронов и для реального реакторного топлива с различной концентрацией делящихся нуклидов, которая зависит от выгорания топлива и известна для топлива реальных реакторов.

Данная работа проводится в настоящее время для двух делящихся нуклидов ^{235}U, ^{239}Pu и шести групп запаздывающих нейтронов, но эта задача может быть решена только численным методом.

Литература

1. Баруччa-Рид, А.Т. Элементы теории Марковских процессов и их приложения / А.Т. Баруччa-Рид. – М. : Наука, 1969. – 512 с.

2. Карлин, С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. – М. : МИР, 1971. – 536 с.

3. Широков, С.В. Нестационарные процессы в ядерных реакторах / С.В.Широков. – Киев, 2002. – 286 с.

4. Основы теории и метода расчета ядерных энергетических реакторов. Под редакцией Г.А. Батя. Учебное пособие / Г.Г. Бартоломей и др. – М. : Энергоатомиздат, 1982. – 512 с.

5. Kendall, D.G. On the Generalized Birth-and-Death Process / D.G. Kendall // Ann. Math. Statist. – 1948. – Vol. 19. – P. 1–15.

6. Рудак, Э.А. Описание переходных процессов в точечном реакторе в рамках процесса рождения и гибели нейтронов в приближении линейной связи/ Э.А. Рудак, О.И. Ячник // Препринт. Акад. наук Беларуси, Ин-т физики. – Минск. – 2010. – № 746. – 20 с.

7. Рудак, Э.А. Определение реактивности в подкритической сборке при облучении ее короткими импульсами нейтронов / Э.А. Рудак, О.И. Ячник // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. физ.-мат. навук. – 2011. – № 2. – С. 119–124.

Е.С. Тимошин, С.И. Тимошин

УО «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

СПИНОВАЯ СТРУКТУРА НУКЛОНА: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Первые эксперименты по глубоконеупругому рассеянию (ГНР) поляризованных электронов с $E_e = 10-16$ ГэВ на поляризованных протонах были проведены в SLAC (E80 и E130) [1, 2] во второй половине 70-х годов прошлого века. Результаты измерений спиновой структурной функции (СФ) g_1^P в области $0{,}1 < x < 0{,}5$ удовлетворительно согласовывались с правилом сумм (ПС) Эллиса-Джаффе

$$\Gamma_1^P = \int_0^1 g_1(x,Q^2)dx = 0{,}17 \pm 0{,}05$$

и с представлениями кварк-партонной модели (КПМ) о спиновой структуре нуклона: вклад кварков и антикварков $\Delta\Sigma$=1 ($\Delta\Sigma$≈0,6 с учетом релятивистских эффектов), поляризация странных кварков ΔS=0.

Эксперимент EMC [3] по μp-ГНР с $E_\mu = 120-200$ ГэВ измерял g_1^P в более широком диапазоне переменной x от 0,01 до 0,7 с продвижением в область малых x. Результаты оказались парадоксальными: $\Delta\Sigma$ мало (в пределах погрешности ~0), ΔS ~ −0,2 и, как следствие, ПС Эллиса-

Джаффе сильно нарушено. Так возник «спиновой кризис». Сразу были предприняты усилия по объяснению данной ситуации, которые отличались достаточным разнообразием. Основными были две версии.

1. Аксиальная глюонная аномалия. Измеряемый аксиальный заряд протона a_0 действительно мал из-за вклада глюонной аномалии

$$a_0(Q^2) = \Delta\Sigma - n_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta g(x,Q^2).$$

При этом глюонная поляризация Δg должна иметь большое положительное значение Δg~2 при Q^2=5 ГэВ^2.

2. В $\Delta\Sigma$ происходит компенсация вклада валентных кварков большой по величине отрицательной поляризацией ΔS странного моря.

Были и другие подходы. Например, в модели Скирма $\Delta\Sigma = 0$ всегда, поскольку спин целиком имеет орбитальную природу [4].

Перед новым поколением экспериментов в SLAC (E142, 143, 154, 155), CERN (SMC), DESY (HERMES) стояли следующие задачи:

подтвердить (или опровергнуть) результаты EMC;

измерить g_1^n, g_1^d и проверить ПС Бьеркена;

измерить Δg.

Результаты всех этих экспериментов согласуются между собой, и современное состояние проблемы спина нуклона [5, 6, 7] состоит в следующем.

Кварки и антикварки ($\Delta\Sigma$) несут не более трети спина нуклона; $\Delta u > 0$, $\Delta d < 0$; $\Delta\bar{u}$~0, $\Delta\bar{d} < 0$ и, следовательно, ароматовая симметрия моря нарушается ($\Delta\bar{u} \neq \Delta\bar{d}$). Характер поведения $\Delta S(x)$ меняется ($\Delta S(x) > 0$ и $\Delta S(x) < 0$ в определенной части кинематической области), но первый момент ΔS все-таки отрицательный, хотя значение существенно меньше (~ −8 %÷ −10 %), чем в EMC. Правило сумм Эллиса-Джаффе нарушено, а ПС Бьеркена выполняется с точностью 8–10 %.

Поляризация глюонов Δg измерялась COMPASS, SMC, HERMES, в экспериментах PHENIX и STAR на *pp*-коллайдере RHIC. Данные имеют неоднозначный характер из-за больших погрешностей. В то же время можно сказать определенно, что поляризация глюонов не является столь большой, как предполагалось, и $|\Delta g| \leq 0{,}3$.

Поэтому гипотеза аксиальной аномалии экспериментально не подтверждается.

Где остальная часть спина нуклона? Правило сумм для нуклонного спина имеет вид

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta g + L_q + L_g.$$

Если $\Delta\Sigma \sim \frac{1}{3}$ и Δg имеет достаточно малое значение, то оставшаяся часть спина нуклона должна приходиться на орбитальные угловые моменты кварков (L_q) и глюонов (L_g). Информацию о них можно получить из Generalized Parton Distributions (GPD) в эксклюзивных процессах глубоко виртуального комптоновского рассеяния (DVCS)и глубоко виртуального электророждения векторных мезонов (DVMP).

Это планируется на COMPASS-II [8]. Новые данные, главным образом из полуинклюзивных спиновых асимметрий от COMPASS, позволят определить вклады различных кварковых ароматов.

Программа исследований на Electron-Ion Collider (EIC) [9] включает измерения $\Delta g(x,Q^2)$ для $x \le 0{,}05$, распределения морских кварков. Экспериментальные программы, подобные COMPASS, RHIC, JLab, EIC и теоретические успехи позволят значительно продвинуться к полному пониманию спиновой структуры нуклона.

Литература

1. Alguard M.J. et al. // Phys. Rev. Lett. − 1976. − Vol. 37. − P. 1261.
2. Baum G. et al. // Phys. Rev. Lett. − 1983. − Vol. 51. − P. 1135.
3. Ashman J. et al. // Nucl. Phys. − 1989. − Vol. B328. − P. 1.
4. Brodsky S.J. et al. // Phys. Lett. − 1988. − Vol. B206. − P. 311.
5. Сисакян А.Н. и др. // ЭИАЯ. − 2008. − Т. 39. − Вып. 5. − С. 1309.
6. Kuhn S.E. et al. // Prog. Nucl. Part. Phys. − 2009. − Vol. 63. − P. 1.
7. Burkardt M. // Rep. Progr. Phys. − 2010. − Vol. 73. − P. 016201.
8. Schill C. // ArXiv: 1110.4845 [hep-ex].
9. Accardi A. et al. // ArXiv: 1110.1031 [hep-ph].

С.Г. Шульга

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ПРОГРАММНЫЕ КОМПЛЕКСЫ ДЛЯ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Физика высоких энергий не раз рождала плодотворные идеи и решения в сфере компьютерных технологий. Первый прообраз современного интернета был создан для решения коммуникационных проблем в большой организации ЦЕРН (Женева). Технологии GRID, которые сейчас применяются для решения задач обработки информации в экспериментах LHC, могут открыть новый этап в развитии интернета.

Еще в середине 80-х годов в ФВЭ была решена проблема создания машинно-независимого формата для различных наборов данных. Речь идет о пакете управления памятью ZEBRA и о форматах файлов RZ и FZ [1]. На основе этих машинно-независимых форматов хранения данных был создан формат для программных манипуляций с данными – «column wise N-tuple» (CWN), с помощью которого достигалась максимальная гибкость в описании данных и эффективность их обработки.

Проект LHC предъявил новые требования к программному обеспечению эксперимента и вместе с проектом LHC в 90-х годах возник проект нового программного комплекса на основе объектно-ориентированной техники программирования (ООП). Новый комплекс программ был назван «фрэймворком» ROOT [2] (framework, конструкция). В процессе создания ROOT прошел путь от одного «фрэймворка», до современного набора 60-ти «фрэймворков», объединенных в 19 категорий. В понятии «фрэймворка» несложно увидеть специализированные компоненты, понятие о которых в более узком смысле развивалось в DELPHI.

Переход от ООП к компонентно-ориентированному программированию аналогичен переходу от ручных орудий труда к первым механизмам. Компонент – это замкнутый механизм, набор инкапсулированных объектов, взаимодействующих между собой без участия программиста для решения заданной программистом комплексной задачи.

Одними из первых конструкций в ROOT созданы конструкции «ROOT-файл» (РФ) и «ROOT-дерево» (РД).

Конструкция РФ решает проблему хранения разнородной информации в архитектурно-независимом формате: любой ROOT-объект, который наследует от единого прародителя TObject, может служить элементом коллекции и быть сохраненным в РФ.

Процесс накопления информации в ФВЭ носит не одноразовый, а постепенный характер. Детектор производит сырые данные. Далее работают программы первичной реконструкции, в результате чего получаются DST (Data Summary Table): события, вершины, треки, вторичные вершины и, возможно, типы конечных частиц. Применение критериев отбора превращает DST в mini- и micro-DST. DST – это большая таблица с нефиксированным числом строк и с изменяемым (в процессе накопления информации) числом столбцов. Строка этой таблицы представляет собой одно событие. Тот факт, что число столбцов также не фиксировано, несложно реализовать на C++. Однако, следует отметить, что объект с нефиксированным числом столбцов

(CWN) был создан Р. Браном еще в 1985 году средствами языка FORTRAN [1].

В пакете ROOT идея N-tuple реализуется в конструкции РД. РД состоит из ветвей. Ветви могут содержать другие ветви или листья – данные. Каждую ветвь обслуживает отдельный буфер памяти. Это позволяет быстро считывать только нужную информацию для множества событий. В результате решена проблема эффективного доступа к данным. РД – основной формат хранения данных в экспериментах LHC.

Способ хранения и извлечения информации – это основа процессов переработки информации в ФВЭ. Следующий этап в создании программного комплекса любого эксперимента в ФВЭ – построение программы, решающей общие проблемы процесса преобразования информации.

Основной объект для кодирования в ФВЭ – событие. Рассматривают события реальные и Монте-Карло-события (смоделированные события). Первое событие представляет отклик детектора на акт жесткого столкновения частиц. Монте-Карло-событие содержит информацию о событии на уровне генератора (в котором заложена вся известная в настоящее время физика), об отклике детекторов, полученном с помощью программ моделирования. На этой стадии предполагается, что отклик детекторов от Монте-Карло-события и от реального события должны совпадать, если предшествующие этапы моделирования выполнены правильно (в противном случае модели корректируются на основе хорошо изученных процессов). Далее обработка отклика детектора на события выполняется с помощью программ реконструкции, которые создаются на основе Монте-Карло-событий. На этапе реконструкции события дополняются информацией о реконструиро-ванных треках, вершинах, типах частиц, информацией о разрешении детектора, о мертвых зонах и т. д.

Итак, в процессе построения Монте-Карло-событие проходит 4 стандартных стадии: генерирование события (в основе современных генераторов лежат программы PYTHIA [3] и HERWIG [4], различающиеся моделями фрагментации партонов), моделирование отклика детектора (программы GEANT3 [1] и GEANT4 [5]), то есть оцифровка детектора, реконструкция событий и анализ событий. Событие, проходя через эти стадии преобразования, накапливает новые коллекции информации. Независимый поток данных связан с информацией о геометрии детекторов, которая используется на этапах оцифровки, реконструкции и анализа.

Не смотря на разнообразие происходящего преобразования информации, имеется определенная жесткая структура процессов этих преобразований. С другой стороны, разнообразные данные события можно записать в жестко определенный набор коллекций, разработанных в практике развития алгоритмических языков.

Процессы представления информации и преобразования информации, описанные выше, решаются независимо в каждом современном эксперименте по ФВЭ. К сожалению, нет еще общего «фрэймворка», на основе которого можно было бы создавать программы для новых экспериментов. Очевидно, что создание общего «фрэймворка» для различных экспериментов – задача актуальная. Взять хотя бы процесс реконструкции события. Для каждого нового эксперимента программы пишутся «с нуля». Использование готовых разработок затрудняется тем, что они написаны в рамках разных программ, в рамках разных экспериментов и не обладают свойством гибкости для переноса в другие среды, на другие форматы данных и, наконец, на другие алгоритмические языки.

Эти проблемы остро обозначились в процессе создания программного комплекса для проекта линейного коллайдера ILC [6]. ILC – межрегиональный мировой проект. Разрабатывается три межрегиональные концепции детектора: SID (Silicon Detector, США), LDC (Large Detector Concept, Европа), GLD (Global Detector, Азия). Вместе с развитием проектов со второй половины 90-х годов создавались программные комплексы цепочки моделирования: генератор – оцифровка – реконструкция – анализ. Выходная информация каждого процесса подается на вход последующего процесса. Сравнение данных промежуточных стадий моделирования затруднено, что затрудняет сравнение концепций проектов ILC.

В 2002 году выполнен первый шаг унификации программ – создан пакет программ LCIO (Linear Collider Input-Output) [6]. По идее авторов рекомендовалось выполнить ввод-вывод во всех программах в едином формате LCIO. В каждой программе необходимо было сделать интерфейс в LCIO-формат. Уже к 2003 году большинство групп разработчиков программ выполнило эти рекомендации.

Для того чтобы унифицировать и скрыть от пользователя применяемый формат данных, доступ к данным инкапсулируется с помощью абстрактного интерфейса. Этот интерфейс выполняет работу распознавания конкретного формата данных и преобразование его к формату LCIO. Абстрактные классы LCWriter и LCReader и их наследники – LCEventListener, LCRunListener – представляют абстрактный интерфейс, в котором реализовано распознавание формата данных и вызов для чтения-записи определенных (не абстрактных) методов для работы с конкретным форматом данных. Абстрактные методы классов LCEventListener и LCRunListener не имеют реализации в пакете LCIO. Предполагается, что эти методы будут реализованы в другом пакете, который содержит процессоры обработки событий. Абстрактный интерфейс LCIO содержит абстрактные коллекции LCEvent, LCCollection, которые реализуются в LCIO (цель LCIO – описание данных и процессов чтения-записи). Раздел реализации LCIO (implementation) содержит жесткий и ограниченный набор коллекций, которых достаточно для описания любых данных на всех этапах обработки события: (1) общие коллекции – LCEventImpl, LCCollectionVec, LCObjectVec, (2) коллекции для моделирования – MCParticle, SimCalorimeterHit, SimTrackerHit, RawCalorimeterHit, TrackerRawData, (3) коллекции для реконструкции – Cluster, CalorimeterHit, TrackerHit, Track, RecoParticle, (4) расширенные коллекции для пользователя – LCGenericObject, LCFloatVec, LCIntVec. Все коллекции наследуют LCObject и объединяются в качестве элементов вектора коллекции LCCollectionVec. В свою очередь LCCollectionVec объединяются в коллекцию в классе LCEvent.

Один из абстрактных методов в абстрактном классе LCEvent – метод, добавляющий коллекцию: «addCollection(LCCollectionVec) = 0». Он реализован в LCEventImpl и добавляет коллекцию к карте коллекций (элемент этой карты – коллекция LCCollectionVec с уникальным именем).

Так устроено родовое программирование для описания данных в пакете LCIO. Оно позволяет четко определить жесткую (persistent) часть: виды форматов данных, типы коллекций, приспособленных для оцифровки и реконструкции конкретных частей детектора.

LCIO – базовая часть общей конструкции, относящаяся к чтению и записи события. Для формата данных SIO (Simple Input-Output – первый из реализованных в LCIO форматов данных) созданы (не абстрактные) методы SIOReader и SIOWriter. Первый – читает события для последующей обработки, второй – записывает обработанное событие. Таким образом, имеется возможность включить в SIOReader вызов полиморфных обрабатывающих функций, которые именуют Listeners. В LCIO создан абстрактный интерфейсный класс LCEventListener, который представляет собой интерфейс для обработчиков коллекций события. Этот абстрактный класс не реализован в LCIO. Он содержат абстрактные методы «processEvent() = 0» и «modifyEvent() = 0». Реализация класса «LCEventListener» – задача второй части программного ILC-комплекса – MARLIN [6]. В пакете MARLIN эта реализация выполнена в виде так называемых процессоров событий (Processor).

Чтобы понять, как работает LCIO, необходимо найти, где вызываются полиморфные пользовательские методы «processEvent()» и «modifyEvent()», реализованные в MARLIN-процессорах. Их вызов выполняется в классе SIOReader, точнее в методе, осуществляющем чтение потока данных SIOReader::readStream(). Этот метод – великолепный образец родового программирования.

Итак, задача обработки события, добавления новых коллекций, преобразования данных решается в пользовательских процессорах, составляющих основу второго пакета – MARLIN. Имеется абстрактный класс MARLIN::Processor. Имеется менеджер процессоров, который позволяет автоматически запускать множество пользовательских процессоров и читать управляющие текстовые файлы (в которых, в частности, можно указать активные процессоры, параметры и т.д.). Каждый процессор наследует LCEventListener.

Рассмотрим устройство MARLIN на примере реализации процессоров оцифровки силиконового треккера в пакете SiliconDigi [7, 8].

Первый процессор HitMapProcessor превращает генераторное событие в моделированные хиты (simHits) и далее – в "Hit multi map" (HMM), которая представлена стандартной для C++ STL-мульти-картой [layerName, hits] и обозначает сработавшие в событии лэйеры, координаты и направления хитов. Это преобразование выполняет HitMapProcessor::processEvent().

Далее HMM поступает на вход процессору DigiSimProcessor. Задача DigiSimProcessor – модифицировать моделированные хиты и превратить их в сигнал электроники. Это – многошаговый процесс. Для начала HMM преобразуются в «Temporary Hit Map» (THM), представляющую карту с учетом геометрии ячеек (силиконовых пикселей и стрипов) [CellID, hit]. Для реализации процессора DigiSimProcessor предложено ввести так называемые модификаторы, которые получают на вход THM и на выходе дают модифицированную карту THM. Модификаторы – это аналог MARLIN-процессоров. Процес-сор DigiSimProcessor содержит вызов всех или части модификаторов, в зависимости от управляющих инструкций пользователя. На входе первого модификатора имеем начальную THM. На выходе последнего модификатора имеем конечную THM. И последняя задача процессора DigiSimProcessor – записать конечную THM в виде стандартной LCIO-коллекции TrackerRawData и добавить ее в событие. Эта коллекция в двух целых числах кодирует точный адрес электронного сигнала (адрес пикселя или стрипа) и амплитуду сигнала. Процессор DigiSimProcessor в своих модификаторах реализует детальную физическую картину превращения моделированного хита в сигнал электроники, добавляет шумы электроники в соответствии с параметрами.

Таким образом, родовое программирование позволяет создать гибкую, легковесную, безопасную и эффективную программу, в которой развитие отдельных частей становится простым и независимым процессом. Парадокс родового программирования заключается в том, что гибкость программы обеспечивается благодаря точному определению жесткой (persistent) части кода как в виде абстрактных интерфейсов, так и в виде конкретных форматов данных, конкретных коллекций данных для заданных поддетекторов и подзадач. Поскольку набор поддетекторов и подзадачи универсально классифицируются в современных экспери-ментах, то описанный ILC-комплекс может составить базу для построения общей программной конструкции для будущих экспериментов в ФВЭ.

Литература

1. CERN Program Library (CERNLIB) / [Электронный ресурс]. – http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/index.html.

2. Brun, R. ROOT. Users Guide / R. Brun, F. Rademakers, S. Panacek, L.Antcheva, D. Buskulich. – 2011. [Электронный ресурс]. – http://root.cern.ch.

3. Sjostrand, T. PYTHIA 6.4. Physics and Manual / T. Sjostrand, S. Mrenna, P.Skands. – March 2006. LU TP 06-13. hep-ph/0603175. FERMILAB-PUB-06-052-CD-T. [Электронный ресурс]. – http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Phythia.html.

4. Corcella, G. HERWIG 6.5 / G. Corcella, I.G. Knowles, G. Marshesini e.a. JHEP. – 2001. – Vol. 101. – P. 010. hep-ph/0011363. hep-ph/0210213.

5. Agostinelli, S. GEANT4 – a simulation toolkit / S. Agostinelli, J. Allison, K.Amako e.a. // Nuclear Instruments and Methods in Particle Research. – 2002. – Vol. A506. – P. 250–303.

6. ILC Soft. – 2011. [Электронный ресурс]. http://ilcsoft.desy.de/portal.

7. Shulga, S. MARLIN processors for SI tracker digitization, reconstruction and analysis (current status) / S.Shulga // Talk at III International Linear Collider Workshop. Vienna. November 15, 2005. – 2005. [Электронный ресурс]. http://www.hephy.at/ project/ilc/ws05.

8. Shulga, S. Digitization and hit reconstruction for silicon tracker in MarlinReco / S.Shulga // «2007 International Linear Collider Workshop (LSWS07 and ILC07)». LSWS-2007-TRK20. DESY. May 2007, Hamburg. Germany. – 2007. – P. Trk20; «Hamburg 2007, LSWS/ILC 2007». – P. 515–517.

Содержание

СЕКЦИЯ «ОПТИКА И АКУСТИКА КРИСТАЛЛОВ»

СЕКЦИЯ «ТЕОРИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ»

Научное издание

ПРОБЛЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

III Международная научная конференция,
посвященная 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя
(Гомель, 9–11 ноября 2011 года)

Материалы

В двух частях

Часть 1

Подписано в печать 08.12.2011. Формат $60 \times 84^1/_{16}$.
Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 10,0.
Уч.-изд. л. 10,9. Тираж 60 экз. Заказ № 558

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»
ЛИ № 02330/0549481 от 14.05.2009.
Ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель.