АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ОПТИКА
и
СПЕКТРОСКОПИЯ

ТОМ IX
ВЫПУСК
5
НОЯБРЬ 1960

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

ТОМ IX. ВЫП. 5 • ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ • 1960 год

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА В ОПТИЧЕСКИ ИЗОТРОПНЫХ АКТИВНЫХ СРЕДАХ

Б. В. Бокуть и *Ф. И. Федоров*

Произведен точный расчет поляризации света, отраженного от оптически активной изотропной среды или кубического кристалла. Показано, что отраженная волна при любом угле падения имеет максимальную эллиптичность, когда падающая волна линейно поляризована параллельно или перпендикулярно плоскости падения. При некотором промежуточном азимуте колебаний падающей волны отраженная волна поляризована в точности линейно. Показано, что в интервале нескольких угловых секунд вблизи определенного угла падения (близкого к углу Брюстера) при нулевом азимуте колебаний падающей волны отраженная волна необычайно резко изменяет свою поляризацию от круговой до линейной и снова до круговой с противоположным направлением обращения.

В настоящей работе рассматривается вопрос об отражении и преломлении плоских электромагнитных волн на поверхности прозрачных оптически активных изотропных сред или кристаллов кубической сингонии, граничащих с неактивной прозрачной изотропной средой.

Как показано в [1], векторы рефракции отраженной $\mathbf{m}_3$ и преломленных $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$ волн всегда могут быть представлены в виде

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{b} + \eta_k \mathbf{q}, \tag{1}$$

где $\mathbf{b} = [\mathbf{q}[\mathbf{mq}]]$, $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$ — вектор рефракции падающей волны, n — показатель преломления неактивной среды, $\mathbf{n}$ — единичный вектор волновой нормали падающей волны, $\mathbf{q}$ — единичный вектор нормали к плоскости раздела сред, направленный в оптически активную среду, $\eta_k = \mathbf{m}_k\mathbf{q}$ — параметры, которые определяются из уравнения нормалей для данной среды. Считая параметр $\eta = \mathbf{mq}$ для падающей волны заданным и обозначив $\mathbf{m}_3 = \mathbf{m}'$, из уравнения $\mathbf{m}'^2 = \varepsilon_0$ находим вектор рефракции отраженной волны: $\mathbf{m}' = \mathbf{b} - \eta\mathbf{q}$ [1].

Векторы рефракции преломленных волн должны удовлетворять уравнению нормалей, которое в нашем случае имеет вид [2]

$$(\mathbf{m}_k^2)^2 - (2\varepsilon + p^2)\,\mathbf{m}_k^2 + \varepsilon^2 = 0, \tag{2}$$

где $p = k\alpha$, α — электрический коэффициент оптической активности, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ — волновое число для вакуума, ε — диэлектрическая проницаемость активной среды. Здесь мы не учитываем магнитную активность среды.

Подставляя (1) в (2), получим для η_k уравнение

$$\eta_k^4 - (2\varepsilon - 2\mathbf{a}^2 + p^2)\,\eta_k^2 + [\varepsilon^2 - (2\varepsilon + p^2)\,\mathbf{a}^2 + \mathbf{a}^4] = 0, \tag{3}$$

где $\mathbf{a} = [\mathbf{mq}]$. Из (3) следует

$$\left.\begin{aligned} \eta_1^2 &= \varepsilon - \mathbf{a}^2 + \frac{p^2}{2} + \frac{p}{2}\sqrt{4\varepsilon + p^2}, \\ \eta_2^2 &= \varepsilon - \mathbf{a}^2 + \frac{p^2}{2} - \frac{p}{2}\sqrt{4\varepsilon + p^2}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Как видно, η_1 и η_2 отличаются лишь знаком при p, что соответствует волнам с правой или левой круговой поляризацией [3–5].

Разложим падающую, отраженную и преломленные волны по векторам, перпендикулярным и параллельным плоскости падения. Для падающей волны получим (см. [1])

$$\mathbf{E} = A\mathbf{a} + B[\mathbf{na}], \quad \mathbf{H} = A[\mathbf{ma}] - Bn\mathbf{a}, \tag{5}$$

для отраженной

$$\mathbf{E}' = A'\mathbf{a} + B'[\mathbf{n}'\mathbf{a}], \quad \mathbf{H}' = A'[\mathbf{m}'\mathbf{a}] - B'n\mathbf{a} \tag{6}$$

и для преломленных

$$\mathbf{E}_1 = A_1\mathbf{a} + B_1[\mathbf{n}_1\mathbf{a}], \quad \mathbf{E}_2 = A_2\mathbf{a} + B_2[\mathbf{n}_2\mathbf{a}]. \tag{7}$$

Здесь $\mathbf{n}$, $\mathbf{n}'$, $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$ — волновые нормали падающей, отраженной и преломленных волн, A, B, A', B', A_1, B_1, A_2, B_2 — соответствующие амплитудные множители.

Вследствие круговой поляризации векторов $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ имеем

$$\mathbf{E}_k^2 = \left(A_k^2 + B_k^2\right)\mathbf{a}^2 = 0 \quad (k = 1,\ 2),$$

т. е.

$$B_k = \pm iA_k. \tag{8}$$

Так как $\mathbf{E}_1$ поляризован по кругу вправо ($\mathbf{E}_1 = +i[\mathbf{n}_1\mathbf{E}_1]$), а $\mathbf{E}_2$ — влево ($\mathbf{E}_2 = -i[\mathbf{n}_2\mathbf{E}_2]$, [1]), то из (7) и (8) получим

$$\mathbf{E}_1 = A_1(\mathbf{a} + i[\mathbf{n}_1\mathbf{a}]), \quad \mathbf{H}_1 = A_1([\mathbf{m}_1\mathbf{a}] - in_1\mathbf{a}), \tag{9}$$

$$\mathbf{E}_2 = A_2(\mathbf{a} - i[\mathbf{n}_2\mathbf{a}]), \quad \mathbf{H}_2 = A_2([\mathbf{m}_2\mathbf{a}] + in_2\mathbf{a}). \tag{10}$$

Здесь $n_1 = \sqrt{\eta_1^2 + \mathbf{a}^2}$, $n_2 = \sqrt{\eta_2^2 + \mathbf{a}^2}$ — показатели преломления преломленных волн. Воспользуемся граничными условиями в векторном виде [1]

$$\mathbf{H} + \mathbf{H}' - \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2 = 0, \tag{11}$$

$$[\mathbf{q},\ \mathbf{E} + \mathbf{E}' - \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] = 0. \tag{12}$$

Подставляя сюда (5), (6), (9) и (10), найдем

$$[A\mathbf{m} + A'\mathbf{m}' - A_1\mathbf{m}_1 - A_2\mathbf{m}_2,\ \mathbf{a}] - (Bn + B'n - iA_1n_1 + iA_2n_2)\,\mathbf{a} = 0, \tag{13}$$

$$(A + A' - A_1 - A_2)\,\mathbf{b} - (B\mathbf{nq} + B'\mathbf{n}'\mathbf{q} - iA_1\mathbf{n}_1\mathbf{q} + iA_2\mathbf{n}_2\mathbf{q})\,\mathbf{a} = 0. \tag{14}$$

Так как оба члена в (13) и (14) являются взаимно ортогональными, т. е. линейно независимыми векторами, то получим четыре соотношения

$$Bn + B'n - iA_1n_1 + iA_2n_2 = 0, \tag{15}$$

$$A\mathbf{m} + A'\mathbf{m}' - A_1\mathbf{m}_1 - A_2\mathbf{m}_2 = 0, \tag{16}$$

$$A + A' - A_1 - A_2 = 0, \tag{17}$$

$$B\mathbf{nq} + B'\mathbf{n}'\mathbf{q} - iA_1\mathbf{n}_1\mathbf{q} + iA_2\mathbf{n}_2\mathbf{q} = 0. \tag{18}$$

Подставляя (1) в (16) и учитывая линейную независимость векторов $\mathbf{b}$ и $\mathbf{q}$, получим (17) и, кроме того, соотношение

$$(A - A')\,\eta - A_1\eta_1 - A_2\eta_2 = 0. \tag{19}$$

Из (17) и (19) имеем

$$A_1 = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1}\left\{A(\eta_2 - \eta) + A'(\eta_2 + \eta)\right\}, \tag{20}$$

$$A_2 = -\frac{1}{\eta_2 - \eta_1}\left\{A(\eta_1 - \eta) + A'(\eta_1 + \eta)\right\}. \tag{21}$$

Если (20) и (21) подставить в (15) и (18), то получим систему уравнений для определения амплитудных множителей A' и B' отраженной волны, решение которой имеет вид

$$A' = -\frac{1}{\Delta}\left\{2iB\eta(\eta_2 - \eta_1) + A\left[(\eta_2 - \eta)(n\theta_1 + n_1\theta) + (\eta_1 - \eta)(n\theta_2 + n_2\theta)\right]\right\}, \tag{22}$$

$$B' = \frac{1}{\Delta}\left\{2iA\eta(n_1\theta_2 - n_2\theta_1) + B\left[(\eta_2 + \eta)(n_1\theta - n\theta_1) + (\eta_1 + \eta)(n_2\theta - n\theta_2)\right]\right\}, \tag{23}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= (\eta_2 + \eta)(n\theta_1 + n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 + n_2\theta), \\ \theta &= \mathbf{nq},\ \theta_1 = \mathbf{n}_1\mathbf{q},\ \theta_2 = \mathbf{n}_2\mathbf{q}. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Выражения для амплитуд A_1 и A_2 преломленных волн получаются подстановкой (22) в (20) и (21):

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{2\eta}{\Delta}\left[A(n\theta_2 + n_2\theta) - iB(\eta_2 + \eta)\right], \\ A_1 &= \frac{2\eta}{\Delta}\left[A(n\theta_1 + n_1\theta) + iB(\eta_1 + \eta)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Из (22) и (23) следует, что отраженная волна в общем случае будет эллиптически поляризованной в отличие от неактивных сред. Введем обозначение

$$\varkappa' = \frac{A'}{B'} = \frac{2\eta(\eta_2 - \eta_1) - i\,\mathrm{tg}\,\chi\left[(\eta_2 - \eta)(n\theta_1 + n_1\theta) + (\eta_1 - \eta)(n\theta_2 + n_2\theta)\right]}{2\,\mathrm{tg}\,\chi \cdot \eta(n_2\theta_1 - n_1\theta_2) - i\left[(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta)\right]}. \tag{26}$$

Здесь χ — азимут колебаний падающей линейно поляризованной волны.

Как известно, эллиптичность волны можно определить по формуле (см. [1])

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{1 - \sqrt{1 + \left(\dfrac{\varkappa' - \varkappa'^*}{1 + |\varkappa'|^2}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 + \left(\dfrac{\varkappa' - \varkappa'^*}{1 + |\varkappa'|^2}\right)^2}}, \tag{27}$$

где $\frac{b}{a}$ — отношение полуосей эллипса колебаний отраженной волны. Используя (26), находим общее выражение для эллиптичности отраженной волны

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c_1 + \varkappa^2 d_1 - \sqrt{(c_1 + \varkappa^2 d_1)^2 - (a_1 - \varkappa^2 b_1)^2}}{c_1 + \varkappa^2 d_1 + \sqrt{(c_1 + \varkappa^2 d_1)^2 - (a_1 - \varkappa^2 b_1)^2}}. \tag{28}$$

Здесь использованы обозначения

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 4\eta(\eta_2 - \eta_1)\left[(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta)\right], \\ b_1 &= 4\eta(n_2\theta_1 - n_1\theta_2)\left[(\eta_2 - \eta)(n\theta_1 + n_1\theta) + (\eta_1 - \eta)(n\theta_2 + n_2\theta)\right], \\ c_1 &= 4\eta^2(\eta_2 - \eta_1)^2 + \left[(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta)\right]^2, \\ d_1 &= 4\eta^2(n_2\theta_1 - n_1\theta_2)^2 + \left[(\eta_2 - \eta)(n\theta_1 + n_1\theta) + (\eta_1 - \eta)(n\theta_2 + n_2\theta)\right]^2, \\ \varkappa &= \mathrm{tg}\,\chi = \frac{A}{B}. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Найдем экстремальные значения эллиптичности отраженной волны в зависимости от азимута колебания падающей волны. Приравнивая нулю производную по $\varkappa$ от (28) и решая полученное уравнение, находим

$$\varkappa_1 = 0, \quad \varkappa_2 = \infty, \tag{30}$$

$$\varkappa_3 = +\sqrt{\frac{a_1}{b_1}}, \quad \varkappa_4 = -\sqrt{\frac{a_1}{b_1}}. \tag{31}$$

Согласно (28), значения $\varkappa_3$ и $\varkappa_4$ соответствуют минимальному, а именно нулевому значению отношения $\frac{b}{a}$, т. е. линейной поляризации отраженной волны. Согласно (26), (29), азимут колебаний отраженной волны определяется в этом случае соотношением

$$\operatorname{tg} \chi' = \varkappa' = \frac{A'}{B'} = \pm \sqrt{\frac{b_1}{a_1}} \cdot \frac{\eta_1 - \eta_2}{n_1\theta_2 - n_2\theta_1}. \tag{32}$$

Таким образом, мы приходим к следующему выводу: при отражении линейно поляризованного света от оптически изотропной активной среды всегда существуют два симметричных относительно плоскости падения азимута колебаний падающей волны (31) таких, что соответствующие отраженные волны также линейно поляризованы с симметричными азимутами, определяемыми формулой (32).

Ясно, что значения $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ соответствуют максимумам эллиптичности

$$\left(\frac{b}{a}\right)_1 = \frac{c_1 - \sqrt{c_1^2 - a_1^2}}{c_1 + \sqrt{c_1^2 - a_1^2}}, \tag{33}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)_2 = \frac{d_1 - \sqrt{d_1^2 - b_1^2}}{d_1 + \sqrt{d_1^2 - b_1^2}} \tag{34}$$

или, с учетом (29) и (24),

$$\left(\frac{b}{a}\right)_1 = \frac{2\eta(\eta_2 - \eta_1)}{(\eta_2 + \eta)(n\mathbf{n}_1\mathbf{q} - n_1\mathbf{n}\mathbf{q}) + (\eta_1 + \eta)(n \cdot \mathbf{n}_2\mathbf{q} - n_2\mathbf{n}\mathbf{q})}, \tag{35}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)_2 = \frac{2\eta(n_2\mathbf{n}_1\mathbf{q} - n_1\mathbf{n}_2\mathbf{q})}{(\eta_2 - \eta)(n\mathbf{n}_1\mathbf{q} + n_1\mathbf{n}\mathbf{q}) + (\eta_1 - \eta)(n \cdot \mathbf{n}_2\mathbf{q} + n_2\mathbf{n}\mathbf{q})}. \tag{36}$$

Таким образом, максимальная эллиптичность отраженной волны получается в том случае, когда падающая волна линейно поляризована перпендикулярно ($\varkappa = \chi = 0$) или параллельно $\left(\varkappa = \infty,\ \chi = \frac{\pi}{2}\right)$ плоскости падения.

Как известно, эллиптическая поляризация получается также при отражении линейно поляризованного света от поглощающих сред. В связи с этим необходимо отметить следующее различие свойств света, отраженного от изотропной поглощающей среды и от изотропной прозрачной активной среды. В первом случае линейная поляризация отраженной волны получается, когда падающая волна поляризована перпендикулярно или параллельно плоскости падения. Максимум же эллиптичности достигается при некоторых промежуточных, симметричных относительно плоскости падения азимутах колебаний падающей волны. В изотропных активных средах, наоборот, в общем случае максимальная эллиптичность получается при $\chi = 0$ или $\chi = \frac{\pi}{2}$, а линейная поляризация — в промежуточных положениях.

Согласно (6), (22), (23) и (30), имеем для электрических векторов отраженной волны, соответствующих случаям $\chi = 0$ и $\chi = \frac{\pi}{2}$

$$\mathbf{E}'_{\parallel} = \frac{B}{\Delta}\{[(\eta_2 + \eta)(n_1\theta - n\theta_1) + (\eta_1 + \eta)(n_2\theta - n\theta_2)] \cdot [\mathbf{n}'\mathbf{a}] + 2i\eta(\eta_1 - \eta_2)\mathbf{a}\}, \tag{37}$$

$$\mathbf{E}'_{\perp} = \frac{B}{\Delta}\{[(\eta_2 - \eta)(n_1\theta + n\theta_1) + (\eta_1 - \eta)(n_2\theta + n\theta_2)]\,\mathbf{a} - 2i\eta(n_1\theta_2 - n_2\theta_1)[\mathbf{n}'\mathbf{a}]\}. \tag{38}$$

Из (37) и (38) с учетом (4), (24) следует, что в случае $\chi = 0$ большая полуось эллипса лежит в плоскости падения, малая — перпендикулярна этой плоскости, а при $\chi = \frac{\pi}{2}$ — наоборот. Подставляя (37) в выражение $i\mathbf{n}'\left[\mathbf{E}'_{\parallel}\mathbf{E}'^{*}_{\parallel}\right]$, определяющее направление обращения эллипса (см. [1]), получим для случая $\chi = 0$ правополяризованный свет, если

$$(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta) > 0, \tag{39}$$

и левополяризованный при условии

$$(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta) < 0. \tag{40}$$

Очевидно, при угле падения ψ_0, удовлетворяющем соотношению

$$(\eta_2 + \eta)(n\theta_1 - n_1\theta) + (\eta_1 + \eta)(n\theta_2 - n_2\theta) = 0, \tag{41}$$

отраженный свет будет линейно поляризован с азимутом колебаний, перпендикулярным плоскости падения. Угол ψ_0, являющийся решением уравнения (41), весьма близок к углу Брюстера среды и отличается от него лишь на величину порядка квадрата параметра оптической активности. Уравнение (41) является полным кубическим уравнением относительно $\sin^2\psi$ (ψ — угол падения). Интересно отметить, что в данном случае при увеличении угла падения от нуля эллиптичность отраженной волны сначала незначительно увеличивается, а в непосредственной близости от ψ_0 сильно возрастает, переходя через круговую поляризацию и затем резко падает, обращаясь в линейную при этом угле. При дальнейшем незначительном увеличении угла падения эллиптичность снова очень быстро увеличивается, переходя через круговую противоположного направления обращения и обращаясь в линейную при скользящем падении $\left(\psi = \frac{\pi}{2}\right)$.

Очевидно, было бы весьма желательно проверить на опыте столь необычное изменение поляризации отраженной волны в зависимости от угла падения. К сожалению, экспериментальная проверка этого интересного явления представляет почти непреодолимые трудности. Действительно, численный расчет, проделанный для такого сравнительно сильно активного кубического кристалла, как хлорат натрия ($NaClO_3$), показывает, что все изменение поляризации отраженной волны от круговой через линейную при $\psi = \psi_0$ и снова к круговой противоположного направления обращения происходит в интервале углов падения порядка трех угловых секунд. Поэтому, для того чтобы указанная картина поляризации не оказалась смазанной в результате усреднения, необходимо, чтобы параллельность падающего пучка света была выдержана с точностью до долей секунды.

В случае $\chi = \frac{\pi}{2}$ направление обращения не меняется с изменением угла падения, а эллиптичность, оставаясь малой, изменяется лишь в крайне незначительных пределах.

Литература

[1] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд. АН БССР, Минск, 1958. — [2] Б. В. Бокуть и Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *6*, 537, 1959. — [3] Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *6*, 85, 1959. — [4] Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *6*, 377, 1959. — [5] Б. В. Бокуть и Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *7*, 558, 1959.

Поступило в Редакцию 4 января 1960 г.