

Отражение и прохождение электромагнитных волн при нормальном падении на би-анизотропную Ω -структуру

И.В. СЕМЧЕНКО, С.А. ХАХОМОВ

1. Введение

В последнее десятилетие значительное внимание уделяется созданию искусственных сред, обладающих гиротропными и анизотропными свойствами в микроволновом диапазоне [1–9]. Интерес был вызван в первую очередь потребностями в создании новых поглощающих материалов [10–14]. Существует несколько способов создания и производства искусственных киральных материалов. Один из них, заключающийся в помещении проводящих спиралей в полимерный образец, описан в [15]. Теоретическое объяснение некоторых экспериментальных результатов [15] при нормальном падении электромагнитных волн на такую среду было дано в [16].

Другим способом создания искусственных гиротропных сред является помещение металлических проволочных включений Ω -образной формы в полимерный материал. Могут быть созданы изотропные среды, когда свойства полимера не зависят от выбранного направления, и ориентация Ω -элементов в пространстве является хаотической. Возможен также случай, когда все Ω -элементы упорядочены в пространстве и моделируемая среда приобретает анизотропные свойства. Может быть создана также периодическая слоистая среда, сформированная из слоев полимеров, содержащих металлические Ω -включения. Чередующиеся слои могут обладать различными диэлектрическими, магнитными, киральными свойствами, что позволяет моделировать и предсказывать поведение новых сложных композиционных материалов и исследовать электромагнитные свойства таких сред. Наличие анизотропии в таких средах может создать дополнительные возможности для преобразования характеристик электромагнитных волн, и, следовательно, управления этими волнами.

В настоящей работе теоретически исследованы эффекты прохождения и отражения электромагнитных волн в слое искусственной би-анизотропной среды. Искусственная среда представляет собой так называемую Ω -структуру, сформированную путем помещения металлических проволочных включений Ω -образной формы в изотропный полимерный материал. Рассмотрен случай нормального падения волн. Решена граничная задача для искусственной Ω -структуры с учетом многократного отражения электромагнитных волн от границ образца.

2. Геометрия задачи

В работе исследованы два вида Ω -структур, представленные на рис.1. Предполагалось, что падающая волна распространяется вдоль оси Z. Численные расчеты сделаны для случаев, когда падающая волна поляризована вдоль оси X и в перпендикулярном направлении (вдоль оси Y).

3. Теоретическое обоснование

Для описания свойств рассматриваемой структуры могут быть использованы следующие уравнения связи:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} - j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} + j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \tilde{\alpha} \mathbf{E} \quad (1)$$

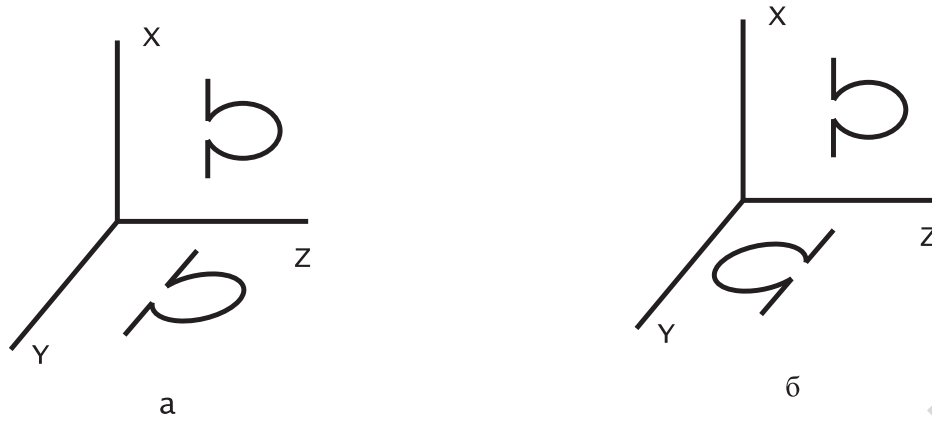


Рис. 1: Геометрия Ω -структур

Эти уравнения были предложены для би-изотропных сред в [17-19] и ранее для естественных кристаллов в [20, 21]. Здесь \mathbf{E}, \mathbf{H} — векторы напряженности, \mathbf{D}, \mathbf{B} — векторы индукции электрического и магнитного полей соответственно, ε и μ — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, α — тензор киральности, знак " \sim " означает транспонирование.

После подстановки уравнений связи в уравнения Максвелла получаем следующее волновое уравнение:

$$\text{rot}(\mu^{-1}\text{rot}\mathbf{E}) + \varepsilon_0\mu_0(\varepsilon - \alpha\mu^{-1}\tilde{\alpha})\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} + j\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}[\text{rot}(\mu^{-1}\tilde{\alpha}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}) + \alpha\mu^{-1}\text{rot}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}] = 0 \quad (2)$$

Сначала рассмотрим по отдельности оба элемента в структуре, представленной на рисунке 1б. Если предположить, что композитная среда содержит только элементы, расположенные в плоскости XZ, то тензор диэлектрической проницаемости можно записать в виде

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix},$$

где

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{(host)} + \varepsilon_{11(omega)}, \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{(host)}, \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon_{(host)} + \varepsilon_{33(omega)}$$

Тензор магнитной проницаемости в этом случае может быть представлен в виде

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

так как мы предполагаем, что полимерный образец не обладает магнитными свойствами.

При этом тензор киральности может быть представлен в следующем виде:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В другом случае, если композитная среда включает только элементы, ориентированные в плоскости YZ , можно записать:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon(\text{host}), \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon(\text{host}) + \varepsilon_{22}(\text{omega}), \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon(\text{host}) + \varepsilon_{33}(\text{omega})$$

$$\mu_{11} \neq 1, \quad \mu_{22} = \mu_{33} = 1$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для Ω -структуры в целом тензоры диэлектрической, магнитной проницаемости и киральности могут быть представлены следующим образом:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для композитной среды, элементы которой изображены на рис.1а, тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости имеют такой же вид, а тензор киральности является антисимметричным [9]

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Собственные волны

Принимая во внимание симметрию структуры, волновое уравнение (2) можно представить в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \frac{k^2}{\mu_t} - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon_t - \frac{\alpha^2}{\mu_t}) & 0 \\ 0 & \frac{k^2}{\mu_t} - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon_t - \frac{\alpha^2}{\mu_t}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

Приравняв нулю детерминант полученной системы, получаем дисперсионное уравнение, решением которого являются волновые числа собственных мод электромагнитного поля в среде:

$$k_{1,2} = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon_t \mu_t - \alpha^2}, \quad k_{3,4} = -k_{1,2} \quad (4)$$

5. Граничная задача

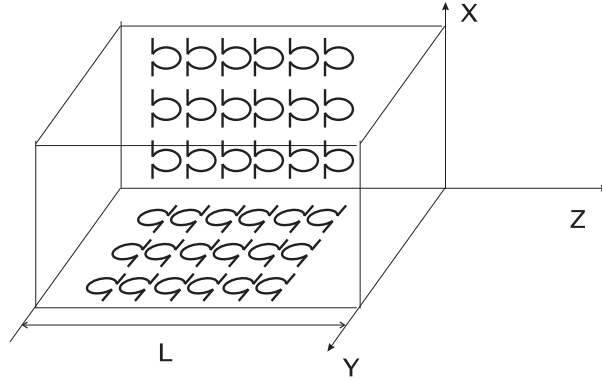
Поле в среде возбуждается падающей плоской электромагнитной волной, которую можно записать в виде:

$$\mathbf{E}_0 = (E_{01} \mathbf{x}_0 + E_{02} \mathbf{y}_0) e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{01} \mathbf{y}_0 - E_{02} \mathbf{x}_0) e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

где $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ — волновое число для вакуума.

Отраженная волна


 Рис. 2: Слой Ω -структуры толщиной L

$$\mathbf{E}_r = (E_{1r}\mathbf{x}_0 + E_{2r}\mathbf{y}_0)e^{j(\omega t + k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_r = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{1r}\mathbf{y}_0 - E_{2r}\mathbf{x}_0)e^{j(\omega t + k_0 z)}$$

и прошедшая волна

$$\mathbf{E}_\tau = (E_{1\tau}\mathbf{x}_0 + E_{2\tau}\mathbf{y}_0)e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_\tau = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{1\tau}\mathbf{y}_0 - E_{2\tau}\mathbf{x}_0)e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

также существуют вне слоя Ω -структуры в окружающем воздушном пространстве. Волновое уравнение (2) также может быть представлено в ковариантной форме:

$$\left\{ k^2 \frac{1}{\mu_t} (1 - \mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0) - \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 [(\varepsilon_t + (\varepsilon_n - \varepsilon_t)\mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0) - \frac{\alpha^2}{\mu_t} (1 - \mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0)] \right\} \mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

где точка между векторами означает их прямое (диадное) произведение. Из условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженностей электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей на границах структуры, где $z = 0$ и $z = L$ (L — толщина образца, см. рис.2), может быть получена система алгебраических уравнений

$z = 0$:

$$E_{01} + E_{1r} = E_1 + E_3;$$

$$E_{02} + E_{2r} = E_2 + E_4;$$

$$\frac{k_0}{\omega} E_{02} - \frac{k_0}{\omega} E_{2r} = \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_2 - \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_4;$$

$$\frac{k_0}{\omega} E_{01} - \frac{k_0}{\omega} E_{1r} = \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_1 - \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_3;$$

$$\begin{aligned}
z = L: \\
E_1 e^{-jkL} + E_3 e^{jkL} &= E_{1\tau} e^{-jk_0 L}; \\
E_2 e^{-jkL} + E_4 e^{jkL} &= E_{2\tau} e^{-jk_0 L}; \\
\frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_2 e^{-jkL} - \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_4 e^{jkL} &= \frac{k_0}{\omega} E_{2\tau} e^{-jk_0 L}; \\
\frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_1 e^{-jkL} - \frac{1}{\mu_t} \left(\frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_3 e^{jkL} &= \frac{k_0}{\omega} E_{1\tau} e^{-jk_0 L};
\end{aligned}$$

Эта система уравнений позволяет полностью решить граничную задачу для полимерного образца с металлическими включениями Ω -формы при нормальном падении электромагнитных волн.

6. Численные расчеты

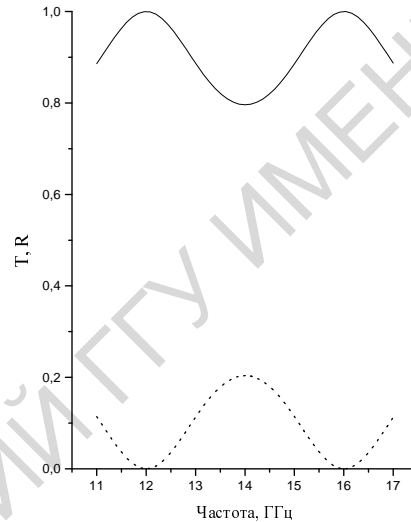


Рис. 3: Зависимость коэффициентов прохождения T и отражения R от частоты падающей волны. T - сплошная линия, R -пунктирная линия

Численные расчеты выполнены при следующих значениях параметров: $\varepsilon_t = 3$; $\mu_t = 1, 2$; $\alpha = 0, 3$; $L = 0, 02\text{м}$; частота падающей волны изменялась в диапазоне от 11 до 17 ГГц. Расчеты сделаны для случаев, когда падающая волна поляризована вдоль оси X , вдоль оси Y и под углом 45° относительно оси X . Следует отметить, что все решения граничной задачи удовлетворяют закону сохранения энергии и соотношение $T + R = 1$ для коэффициентов прохождения T и отражения R выполняется с высокой точностью.

На рис.3 представлен график зависимости интенсивности прошедшей и отраженной волны от частоты падающей волны для случая, когда падающая волна поляризована вдоль оси X . Анализ графика позволяет сделать вывод, что на определенных частотах возможен случай практически полного прохождения волн через образец. Подобный эффект был теоретически предсказан ранее для случая искусственной одноосной киральной структуры, образованной путем включения проводящих металлических спиралей в полимерный образец [16, 22], и носит интерференционный характер.

Были исследованы также поляризационные характеристики отраженной и прошедшей волн. Для структур, представленных на рис.1а и рис.1б, поляризация прошедшей волны совпадает, а поляризация отраженной волны различна. Отраженная волна для структуры, представленной на рис.1б, является эллиптически поляризованной независимо от частоты волн и толщины композитного Ω -слоя. Для указанных выше численных параметров эллиптичность отраженной волны достигает значения 3,3. В то же время для структуры, представленной на рис.1а, поляризация отраженной волны близка к циркулярной при любых частотах волн и любой толщине Ω -слоя.

7. Заключение

В работе теоретически исследованы эффекты прохождения и отражения электромагнитных волн в слое искусственной би-анизотропной среды, представляющей собой так называемую Ω -структуру, сформированную путем помещения металлических проволочных включений Ω -образной формы в изотропный полимерный материал. Рассмотрен случай нормального падения волн. Решена граничная задача для искусственной Ω -структуры с учетом многократного отражения электромагнитных волн от границ образца. Показана возможность практически полного прохождения волн через образец на определенной частоте. Исследованы также поляризационные характеристики отраженной и прошедшей волн.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф99М-055)

Литература

- [1] A. Sihvola, S. Tretyakov, and I. Semchenko (eds.), *Proceedings of Bianisotropic'93*, Gomel, Belarus.
- [2] F. Mariotte and J. P. Parneix (eds.), *Proceedings of the 3rd Int. Workshop on Chiral, Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media "Chiral-94"*, Périgueux, France.
- [3] A. Sihvola, S. Tretyakov, U. Unrau, Vas. Varadan, Vi. Varadan and K. Whites (eds.), *Proceedings of Chiral'95*, The Pennsylvania State University, USA.
- [4] A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov and A. Vinogradov, *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3, 1997), Vol 28.
- [5] W.H. Weiglhofer (ed.), *Proceedings of Bianisotropics'97* (University of Glasgow), Great Britain.
- [6] A.F. Jacob and J. Reinert (eds.), *Proceedings of Bianisotropics'98* (Technische Universität Braunschweig), Germany.
- [7] A.M. Barbosa and A. L. Topa (eds.), *Proceedings of Bianisotropics'2000*, Lisbon, Portugal.
- [8] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov and A.J. Viitanen, *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*, Boston and London: Artech House, 1994.

- [9] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov and A.Sihvola, *Electromagnetics of bi-anisotropic materials: theory and applications*, Gordon and Breach Science Publishers, 2001.
- [10] K.W. Whites and C.Y. Chang, *Composite uniaxial bianisotropic chiral materials characterization: comparison of predicted and measured scattering*, J. Electromagn. Waves Applic., 11 (1997): 371–394.
- [11] S.A. Tretyakov, A.A. Sochava and C.R. Simovski, *Influence of chiral shapes of individual inclusions on the absorption in chiral composite coatings*, Electromagnetics, 16 (1996): 113–127.
- [12] J.H. Cloete, M. Bingle and D.V. Davidson, *The role of chirality in synthetic microwave absorbers*, Proc. Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications (Torino, Italy), (1999): 55–58.
- [13] S.A. Tretyakov and A.A. Sochava, *Proposed composite material for nonreflecting shields and antenna radomes*, Electron. Lett., 29 (1993): 1048–1049.
- [14] S.A. Tretyakov and A. A. Sochava, *Novel uniaxial bianisotropic materials: reflection and transmission in planar structures*, Progress in Electromagnetics Research (PIER9) (Cambridge, MA:EMW Publishing), (1994): 157–179.
- [15] S.A. Kuehl, S.S. Grove, E. Kuehl, M. Bingle, and J.H. Cloete, *Manufacture of microwave chiral materials and their electromagnetic properties*, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3), Vol 28 (1997): 317–332.
- [16] I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, S.A. Tretyakov, S.H. Sihvola and E.A. Fedosenko, *Reflection and transmission by a uniaxially bi-anisotropic slab under normal incidence of plane waves*, J. Phys. D: Appl. Phys., 31 (1998): 2458–2464. Comment by W.S. Weiglhofer and A. Lakhtakia, 32 (1999): 2703–2704. Reply by S.A. Tretyakov, A.H. Sihvola, I.V. Semchenko and S.A. Khakhomov, 32 (1999): 2705–2706.
- [17] Sihvola A.H, Lindell I.V., 1991, *Bi-isotropic constitutive relations*. Microwave and Opt. Tech. Lett., vol. 4, No.8, pp.195-297.
- [18] Kong J.A., 1986, *Electromagnetic Wave Theory*, Willey, New York.
- [19] Monzon J.C., 1990, *Radiation and scattering in homogeneous general bi-isotropic region*, IEEE Trans. Ant. Propagat., vol. 38, No.2, pp.227-235.
- [20] Федоров Ф.И., 1976, *Теория гиротропии*, Наука и техника, Минск.
- [21] Бокуть Б.В., Сердюков А.Н., *К феноменологической теории естественной оптической активности*, ЖЭТФ, т. 61, (1971), №.5, с.1808 — 1813 .
- [22] I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, S.A. Tretyakov and S.H. Sihvola *Electromagnetics waves in artificial chiral structures with dielectric and magnetic properties*, Electromagnetics, 21 (2001): 401–414.