Доклады Академии наук БССР

1967. Том XI, № 2

Б. В. БОКУТЬ, Э. П. ХИТРОВА

РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ НА НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛАХ

(Представлено академиком АН БССР Б. И. Степановым)

Теоретическое исследование процесса генерации второй гармоники обычно проводится на модели бесконечного или полубесконечного кристалла. Такой расчет является заведомо нестрогим, так как при этом не учитываются отражения волн основного излучения и волн гармоники на верхней и нижней гранях пластинки, которые влияют на величину амплитуд прошедших и отраженных волн гармоники. Учет влияния второй границы при генерации второй гармоники был проведен в ([1]). Однако в этой работе не учитывались анизотропные свойства нелинейного слоя.

В настоящей работе приводится решение граничной задачи в приближении заданного поля при нормальном падении основного излучения на плоскопараллельную пластинку из нелинейного кристалла произвольной симметрии для случаев различной поляризации взаимодействующих волн с учетом анизотропных свойств кристалла.

Для решения поставленной задачи воспользуемся выражением электрического поля второй гармоники в виде ([2])

$$\mathbf{E} = \sum_{\alpha=2,3} \mathbf{e}_\alpha \left\{E_\alpha + (\mathbf{V}_{\alpha\beta}\,\mathbf{e}_\alpha)\left[1 - e^{i(\mathbf{k}_{\alpha\beta} - \mathbf{k}_\alpha)\mathbf{r}}\right]\right\} e^{i(\mathbf{k}_\alpha \mathbf{r} - 2\omega t)} - \\ - [\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3]\cdot\left(\mathbf{V}_{\alpha\beta}\,[\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3]\right) e^{i(\mathbf{k}_{\alpha\beta}\mathbf{r} - 2\omega t)}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{e}_\alpha$ — векторы поляризации волн гармоники; E_α — амплитуды свободных волн гармоники; $\mathbf{k}_{\alpha\beta} = \mathbf{k}^o_\alpha + \mathbf{k}^o_\beta$ и $\mathbf{k}_\alpha$ — волновые векторы волн нелинейной поляризации и второй гормоники соответственно; $\mathbf{k}^o_\alpha$ и $\mathbf{k}^o_\beta$ — волновые векторы основного излучения на частоте ω; $\beta = 2, 3$ означает, как и α, поляризацию распространяющихся в кристалле волн. Вектор $\mathbf{V}_{\alpha\beta} = 4\pi\varkappa^{-1}\mathbf{P}_{\alpha\beta}$, причем $\varkappa^{-1}$ — тензор второго ранга, обратный тензору $\varkappa = \varepsilon + \frac{c^2}{\omega^2}(\mathbf{k}^\times_{\alpha\beta})^2$, где $\mathbf{k}^\times_{\alpha\beta}$ — антисимметричный тензор, дуальный вектору $\mathbf{k}_{\alpha\beta}$. Амплитуда волны нелинейной поляризации $\mathbf{P}_{\alpha\beta}$ связана с электрическим полем $\mathbf{U}$ основного излучения в кристалле известным соотношением $\mathbf{P}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\,\chi : \mathbf{U}_\alpha\mathbf{U}_\beta$, где χ — тензор нелинейной восприимчивости третьего ранга.

Подставляя (1) в уравнение $\mathbf{H} = -\frac{ic}{2\omega}[\nabla\,\mathbf{E}]$, а затем воспользовавшись обычными граничными условиями, получаем восемь скалярных уравнений, из которых определяются амплитуды прошедшей $\mathbf{E}_1 = (A\mathbf{e}_\perp + B\mathbf{e}_\parallel)\,e^{i\varphi_1}$ и отраженной $\mathbf{E}' = A'\mathbf{e}_{\perp} + B'\mathbf{e}_{\parallel}$ волн второй гармоники ($\mathbf{e}_{\perp}$ и $\mathbf{e}_{\parallel}$ — векторы поляризации в изотропных средах):

$$A_{\alpha\beta} = \frac{e^{-i\varphi_1}}{\xi_2} \{2n_2 a_{\alpha\beta} - (n_2+n)(n_2 b_{\alpha\beta} + c_{\alpha\beta}) e^{-i\varphi_2} + $$

$$+ (n_2 - n)(n_2 b_{\alpha\beta} - c_{\alpha\beta}) e^{i\varphi_2}\},$$

$$B_{\alpha\beta} = \frac{e^{-i\varphi_1}}{\xi_3} \{2n_3 (n f_{\alpha\beta} + g_{\alpha\beta}) - (n_3+n)(n_3 h_{\alpha\beta} + l_{\alpha\beta}) e^{-i\varphi_3} +$$

$$+ (n_3 - n)(n_3 h_{\alpha\beta} - l_{\alpha\beta}) e^{i\varphi_3}\}, \tag{2}$$

$$A'_{\alpha\beta} = \frac{1}{\xi_2} \{2n_2 (n_1 b_{\alpha\beta} - c_{\alpha\beta}) + a_{\alpha\beta} [(n_2+n_1) e^{-i\varphi_2} + (n_2 - n_1) e^{i\varphi_2}]\},$$

$$B'_{\alpha\beta} = \frac{1}{\xi_3} \{2n_3 (n_1 h_{\alpha\beta} - l_{\alpha\beta}) - (n_3+n_1)(n_3 f_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta}) e^{-i\varphi_3} +$$

$$+ (n_3 - n_1)(n_3 f_{\alpha\beta} + g_{\alpha\beta}) e^{i\varphi_3}\},$$

где

$$a_{\alpha\beta} = (n_{\alpha\beta} - n_2)(\mathbf{V}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}''_{\alpha\beta})\,\mathbf{e}_2,$$

$$b_{\alpha\beta} = -L^{(2)}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_2} - L^{(2)''}_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_2},$$

$$c_{\alpha\beta} = (n_{\alpha\beta} - 2n_2)(L^{(2)}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_2} - L^{(2)''}_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_2}),$$

$$f_{\alpha\beta} = \mathbf{q}\mathbf{e}_3 (\mathbf{V}_{\alpha\beta} + \mathbf{V}''_{\alpha\beta})\,[\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3],$$

$$g_{\alpha\beta} = (n_{\alpha\beta} - n_3)(\mathbf{V}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}''_{\alpha\beta})\,\mathbf{e}_3 + n_{\alpha\beta}\,\mathbf{q}\mathbf{e}_3 (\mathbf{V}_{\alpha\beta} - \mathbf{V}''_{\alpha\beta})\,[\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3], \tag{3}$$

$$h_{\alpha\beta} = -L^{(3)}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_3} - L^{(3)''}_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_3} + \mathbf{q}\mathbf{e}_3 (\mathbf{V}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_{\alpha\beta}} + \mathbf{V}''_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_{\alpha\beta}})\,[\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3],$$

$$l_{\alpha\beta} = (n_{\alpha\beta} - 2n_3)(L^{(3)}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_3} - L^{(3)}_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_3}) + n_{\alpha\beta}\,\mathbf{q}\mathbf{e}_3 (\mathbf{V}_{\alpha\beta} e^{i\varphi_{\alpha\beta}} + \mathbf{V}''_{\alpha\beta} e^{-i\varphi_{\alpha\beta}})\,[\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3],$$

$$L^{(\gamma)}_{\alpha\beta} = (\mathbf{V}_{\alpha\beta}\mathbf{e}_\gamma)\,[1 - e^{i(\varphi_{\alpha\beta} - \varphi_\gamma)}],$$

$$L^{(\gamma)''}_{\alpha\beta} = (\mathbf{V}''_{\alpha\beta} e_\gamma)\,[1 - e^{-i(\varphi_{\alpha\beta} - \varphi_\gamma)}], \quad \gamma = 2,\ 3,$$

$$\xi_\gamma = (n_\gamma + n_1)(n_\gamma + n) e^{-i\varphi_\gamma} - (n_\gamma - n_1)(n_\gamma - n) e^{i\varphi_\gamma},$$

$$\varphi_{\alpha\beta} = \frac{2\omega}{c} n_{\alpha\beta} d, \quad \varphi_\gamma = \frac{2\omega}{c} n_\gamma d, \quad \varphi_1 = \frac{2\omega}{c} n_1 d, \quad n_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(n^o_\alpha + n^o_\beta).$$

В (2) и (3) n, n_1 и n_2, n_3 — показатели преломления волн на частоте 2ω в изотропных средах и нелинейном кристалле соответственно; n^o_2, n^o_3 — показатели преломления волн основного излучения частоты ω в кристалле; d — толщина пластинки; $\mathbf{q}$ — единичный вектор нормали к пластинке. Двумя штрихами отмечены величины, определяемые отраженными волнами $\mathbf{U}'$ основного излучения от второй грани пластинки.

Применим полученное общее решение к случаю генерации второй гармоники в одноосном кристалле *KDP* при выполнении условия фазового согласования. Будем считать, что в кристалле взаимодействуют обыкновенные (o) волны основного излучения и необыкновенная (e) волна гармоники, т. е. $\alpha = \beta = 2 = o$, $\gamma = 3 = e$. Тогда, используя условия фазового согласования $n_{oo} = n^o_2 = n_e$ и выражая U_o, U'_o через напряженность падающего электрического поля в изотропной среде U^o ([3]), из (3) и (2) имеем

$$A_{oo} = A'_{oo} = 0,$$

$$B_{oo} = \frac{\pi\chi_{36}\,\omega\,d\mathbf{c}\mathbf{e}_e}{c} \frac{[R_0^2 (n_e + n) + R_o'^2 (n_e - n)]}{n_e^2 (n + n_1)^2 \cos^2\varphi_e + (n_e^2 + n n_1)^2 \sin^2\varphi_e} \times$$

$$\times [(n_e + n_1)(n_e + n)\sin(\varphi_e - \varphi_1) + (n_e - n_1)(n_e - n)\sin(\varphi_e + \varphi_1)]\,U^{o^2},$$

$$B'_{oo} = \frac{\pi\chi_{36}\,\omega\,d\mathbf{c}\mathbf{e}_e}{c} \frac{(n_e^2 - n_1^2)[R_o^2 (n_e + n) + R_0'^2 (n_e - n)]\sin 2\varphi_e}{n_e^2 (n + n_1)^2 \cos^2\varphi_e + (n_e^2 + n n_1)^2 \sin^2\varphi_e}\,U^{o^2}, \tag{4}$$

где

$$R_o = \frac{n^o (n^o_o + n^o_1)\,[n^o_o (n^o_1 + n^o)\cos^2\varphi^o_o + (n^{o^2}_o + n^o n^o_1)\sin^2\varphi^o_o]}{n^{o^2}_o (n^o + n^o_1)^2 \cos^2\varphi^o_o + (n^{o^2}_o + n^o n^o_1)^2 \sin^2\varphi^o_o}, \tag{5}$$

$$R'_0 = \frac{n^o (n^o_o - n^o_1)\,[n^o_o (n^o_1 + n^o)\cos^2\varphi^o_o - (n^{o^2}_o + n^o n^o_1)\sin^2\varphi^o_o]}{n^{o^2}_o (n^o + n^o_1)^2 \cos^2\varphi^o_o + (n^{o^2}_o + n^o n^o_1)^2 \sin^2\varphi^o_o}.$$

В (4) $\mathbf{c}$ — единичный вектор направления оптической оси. Как видно из (4), отраженная волна второй гармоники не будет наблюдаться, когда $n_e = n_1$ и $\sin 2\varphi_e = 0$. В последнем случае это можно осуществить выбором толщины пластинки $d_1 = N\lambda_2/4n_e$, $N = 1, 2, \ldots$, где λ_2 — длина волны второй гармоники. Максимум отраженной волны имеет место при толщине кристалла $d_2 = [(2N+1)\lambda_2]/8n_e$, $N = 0, 1, 2, \ldots$ Амплитуда прошедшей волны второй гармоники обращается в нуль при выполнении условия $\operatorname{tg}\varphi_e \operatorname{ctg}\varphi_1 = = \dfrac{n_e(n + n_1)}{n_e^2 + n n_1}$. Численный расчет для излучения неодимового квантового генератора приводит к результату, что $B_{oo}(d_1)/B_{oo}(d_2) \simeq 2$, т. е. при толщине пластинки d_1 интенсивность прошедшей волны второй гармоники оказывается примерно в четыре раза большей по сравнению с интенсивностью этой гармоники, генерируемой на пластинке толщиной d_2.

Формулы (2), (3) легко могут быть обобщены на случай смешения световых волн различных частот и различных поляризаций на нелинейных кристаллах.

Институт физики АН БССР *Поступило 25. VII 1966*

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] N. Bloembergen, P. S. Pershan, Phys. Rev., **128**, 606, 1962. [2] Б. В. Бокуть, А. Г. Хаткевич, ДАН БССР, **8**, 713, 1964. [3] Ф. И. Федоров, Т. Л. Котяш, Опт. и спектр., **12**, 298, 1962.