

МИНИСТЕРСТВО НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БССР

ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

82, 20
У 012

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

к курсу "Математическое моделирование перемещения
нефти водой при эксплуатации нефтяных месторождений"
для студентов геологического факультета

Гомель 1988

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ

КОПИИ

Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом математического факультета Гомельского государственного университета

Автор разработки Р. В. Шибурман

Рецензенты: А. И. Березвер, зав. лабораторией анализа и проектирования разработки нефтяных месторождений ЦО Укрспироннефть, кандидат геолого-минералогич. наук; Н. Г. Козло, зав. кафедрой инженерной геологии и гидрогеологии, доцент

ПРЕДИСЛОВИЕ

Разработка нефтяных месторождений как учебная дисциплина является одной из наиболее сложных инженерных дисциплин. В ней органически излагаются решения ряда задач разнообразного профиля из региональной геологии и гидрогеологии, физики пласта, подземной гидрогазодинамики, технологии добычи и хранения нефти, отраслевой экономики.

Наряду с качественным анализом в этих задачах значительное внимание уделяется количественной оценке процессов, протекающих в нефтяных залежах. Основным аппаратом исследования являются автоматические методы с широким привлечением вычислительной техники.

Среди таких известных методов [разработки нефтяных месторождений] как заводнение на пласты путем заводнения, закачки теплоносителей, внутрипластового горения, вытеснения нефти углеводородными растворителями и полимерными растворами в настоящее время для большинства залежей страны способ поддержания пластового давления закачкой воды в нефтяные пласты при эксплуатации месторождений экваторным, внутриконтурным, плащадным, очаговым заводнением как и прежде остается доминирующим. В отечественной литературе [1, 3, 5-8] рассмотрены несколько вариантов решения однотипных задач при использовании различных способов заводнения пласта и их сочетания. В их основе, как правило, предполагается равномерное размещение скважин на площади нефтеносности.

Однако на практике при решении конкретных задач разработки нефтяных месторождений, особенно применительно к залежам с трещиноватими коллекторами, такое равномерное размещение скважин почти не соблюдается. В связи с последним в данном курсе разрабатывается приближенный аналитико-численный метод прогнозирования основных показателей эксплуатации залежей нефти в условиях неодинаковых дебитов добывающих и нагнетательных скважин и произвольного размещения их на площади нефтеносности.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ

1. Моделирование исходных данных в процессах фильтрации

Наиболее распространенным способом изучения процессов эксплуатации нефтяных месторождений является создание математических моделей объекта исследования и разработка на их основе методов расчета исследуемых параметров. Конечные результаты таких исследований тесно связаны с выбором той или иной модели нефтяного пласта, который соответствует заданным геологическим данным.

Известно, что на фактически существующее явление оказывает неоднородность пласта по проницаемости, а также значительное различие физических свойств флюидов (вязкости нефти μ_n и воды μ_w). Ниже рассмотрены способы учета влияния каждого из этих факторов в отдельности. При этом с целью их выделения в первом случае пренебрежим силой тяжести, а другой в неоднородном пласте будем считать постоянным, во втором — пласт однородным, пренебрежиме гравитацией.

Порядком приближенное представление почти любого из слоисто-неоднородного пласта

Расчет технологических показателей разработки нефтяных залежей по схеме приближенного представления пласта может быть выполнен при однородном равномерном распределении скважин. Пример такого размещения скважин изображен на рис. 1.

Исследование любой залежи начинается с общей геологической характеристики месторождения: установления положения нефтяных пластов, горизонтов, водогазовых контактов, контуров нефтеносности; определении мощности продуктивных отложений и их физических свойств (пористости, проницаемости, неф-

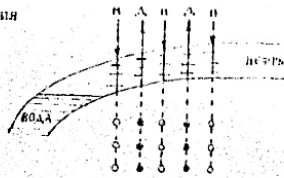


Рис. 1. Разрез участка залежи, газифицируемого равномерной сеткой скважин.

теводонасыщенности). При этом особое внимание уделяется установлению вида неоднородности продуктивного пласта. Для определения перечисленных параметров широко применяются методы промысловой геофизики и лабораторные исследования кернового материала.

К числу широко распространенных в теории и практике разработки нефтяных месторождений вероятностно-статистических моделей пластов относятся однородные, неоднородные по напластованию и слоисто-неоднородные модели.

Модель последнего типа характеризует слоистое строение продуктивных отложений. Она представляет собой набор слоев с различной абсолютной проницаемостью, определяемых по фактическим данным геофизических и лабораторных исследований по скважинам. По полученным значениям абсолютной проницаемости каждого слоя известной толщины строятся гистограммы, представляющие собой набор прямоугольников (ступенчатая фигура), основными сторонами которых являются интервалы значений проницаемости по возрастанию, а их площади равны долевым значениям толщин слоев с соответствующими проницаемостями. Полагая, что построенная гистограмма при большом числе отдельных определений характерна для многослойного пласта в целом, аппроксимируем ее одним из известных распределений (чаще используются нормальное, логарифмическое нормальное и гамма-распределения проницаемости).

Плотность нормального закона распределения проницаемости

$$f(k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(k-\bar{k})^2}{2\sigma^2}\right),$$

где \bar{k} — средняя проницаемость пласта, σ — параметр. Здесь $-\infty < k < \infty$. Поэтому с определенной погрешностью полагают, что проницаемость может быть отрицательной и бесконечной. Закон нормального распределения проницаемости (закон Гукса) имеет вид

$$F(k) = \int_{-\infty}^k f(k) dk = \int_{-\infty}^k f(k) dk + \int_0^k f(k) dk = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{k-\bar{k}}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right),$$

где табулированный интеграл $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du$

называется функцией вероятности.

$$\text{Математическое ожидание проницаемости } M(K) = \int_0^{\infty} K f(K) dK = \bar{K}.$$

$$\text{Дисперсия } D(K) = \int_0^{\infty} (K - \bar{K})^2 f(K) dK = \sigma^2. \text{ Отсюда } \sigma = \sqrt{D(K)}.$$

Плотность, закон, математическое ожидание при асимптотически нормальном распределении проницаемости запишутся в виде:

$$f(K) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln \frac{K}{\bar{K}})^2}{2\sigma^2}\right), \quad 0 < K < \infty; \quad (I.1)$$

$$F(K) = \int_0^K f(K) dK = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln \frac{K}{\bar{K}}}{\sigma \sqrt{2}}\right)\right); \quad M(K) = \bar{K} \exp\left(\frac{\sigma^2}{2}\right).$$

Аналогичные выражения при гамма-распределении имеют вид:

$$f(K) = K^{a-1} \exp\left(-\frac{K}{\bar{K}}\right) / \Gamma(a) \bar{K}^a, \quad 0 < K < \infty, \quad F(K) = \int_0^K f(K) dK = \dots$$

$$F(K) = \int_0^K f(K) dK; \quad M(K) = \int_0^{\infty} K f(K) dK = a \bar{K}.$$

Заметим, что такой же подход к описанию нестационарного описания проницаемости имеет место и при учете нестационарности (площади) неоднородности пласта.

Пример I. В Ю скважине, эксплуатирующей нефтяной пласто-неоднородный пласт, промыслово-технологическими методами и последовательными образцами пород (керновыми методами) определены следующие значения абсолютной проницаемости. Максимальная абсолютная проницаемость пласта в III скважине составила 240 мД. Полученные результаты измерения проницаемости порошк на III скважине одной из линий (длина $l_{\text{дк}} = 0,2 \text{ км}$), а также в скважине имеют с данными о толщине породянок, значения проницаемости которых изменяются в пределах соответствующего интервала проницаемости.

Определив параметры вероятностно-статистического распределения проницаемости, если известно, что с достаточной точностью для гамма-распределения проницаемости является вероятностно-нормальным.

Решение. На рис. 1 по данным табл. I построена гистограмма, определяющая вероятностное распределение абсолютной проницаемости порода в скважине. **Решение** рассмотрим

Таблица I.

Номер скважины	Интервал проницаемости, К, мД										Общая толщина пласта, м	Общая толщина пласта, м	Доля от общей толщины скважины, %	Доля от общей проницаемости	
	0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0					
I	7,3	12,2	1,4	0	1,5	0,4	1,1	0	0	0,1	1,7	0	0,1	0,1	1,7
2	1,9	6,2	2,7	7,1	2,3	1,3	0,2	0,3	0,3	0,1	2,4	0,3	0,1	0,1	2,4
3	0	17,8	4,5	5,4	0,6	0,5	0,4	0,2	0,2	0	1,5	0,2	0	0	1,5
4	2,4	3,1	0	1,1	3,4	0	0,7	0,1	0,2	0	1,6	0,1	0,2	0	1,6
5	2,3	0	12,6	0,8	0,8	0	0,1	1,2	0	0,3	2,9	1,2	0	0,3	2,9
6	3,6	8,4	14,2	4,1	0,3	3,1	0,2	0,2	0	0	0,1	0,2	0	0	0,1
7	0	5,5	7,3	0	1,3	1,1	0	1,2	0	0	0	1,2	0	0	0
8	5,1	15,6	4,4	3,2	0,6	0,7	0,5	0,2	0	0,2	0,5	0,2	0	0,2	0,5
9	2,9	14,2	3,9	3,3	0,9	0,4	0,9	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0	0
10	0,9	3,4	3,0	4,1	3,2	0,6	0,5	0,1	0	0,2	0,6	0,1	0	0,2	0,6
Итого	26,4	86,4	54,2	29,1	14,9	8,1	4,6	2,7	1,4	0,9	11,3	2,7	1,4	0,9	11,3

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

риваемой задаче сводится к подбору таких параметров b и K , чтобы теоретическая кривая плотности логарифмически нормального распределения проницаемости (I.1) наилучшим образом аппроксимировала практически заданную гистограмму. В данном примере такими значениями параметров являются $b = 0,665$, $K = 0,4 \text{ мкм}^2$. Таким образом, исконая зависимость имеет вид

$$f(k) = \frac{1}{0,665 K \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left(\ln \frac{k}{0,4}\right)^2 / 0,884\right)$$

При изучении поршневого вытеснения нефти водой из слоисто-неоднородного пласта рассмотрим этот процесс в отдельном i -ом приклинном слое (пропластке), когда между вытекающей $x = 0$ и досырающей $x = l$ галереями (соответственно с давлениями P_1, P_2) поддерживается постоянный перепад пластового давления ($\Delta P = P_1 - P_2 = \text{const}$). Схема такого процесса изображена на рис.3. Поскольку жидкости несжимаемы, то их расход $q_i(t)$ на входе и выходе имеет одинаковую зависимость от времени t . Ше фронта вытеснения $x_{ei}(t)$ имеют постоянные значения остаточной нефтенасыщенности $S_{ност.}$ ($0 \leq x < x_{ei}$), вязкой воды $S_{св.}$ ($0 \leq x < l$) и суммарный объем вытесняемой

$$Q_{ei} = m b h_i (i - S_{ност.} - S_{св.}) x_{ei}$$

где m, b, h_i - пористость, ширина и толщина пропластка.

Произведя от суммарного объема равен расход воды

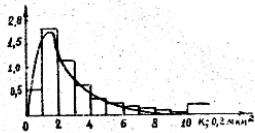


Рис.2. График плотности логарифмически нормального распределения проницаемости при $b = 0,665$, $K = 0,4 \text{ мкм}^2$, аппроксимирующий исходную гистограмму проницаемости.

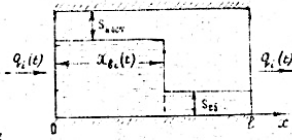


Рис.3. Схема поршневого вытеснения нефти водой из i -го пропластка.

$$q_{ei} = m b h_i (i - S_{ност.} - S_{св.}) \frac{dx_{ei}}{dt}$$

поступающей в i -ый пропласток. Этот же расход может быть вычислен, используя закон Дарси

$$\bar{v}_{ei} = -\frac{K_i}{\mu_w} \text{grad } P, \quad (I.2)$$

где \bar{v}_{ei} - скорость фильтрации, μ_w - вязкость воды. В нашем случае $|\text{grad } P| = \frac{P_1 - P_2}{x_{ei}}$ (P_{ei} - значение давления P на фронте вытеснения x_{ei}).

Используя выражения для относительных проницаемостей воды и нефти

$$K_w = \frac{K_{фв}}{K}, \quad K_n = \frac{K_{фн}}{K} \quad (I.3)$$

($K_{фв}, K_{фн}$ - фазовые проницаемости для воды и нефти, K - абсолютная проницаемость пласта), имеем интеграл для расхода воды

$$Q_{ei} = v_{ei} S_i = \frac{K_w K_i}{\mu_w} \frac{P_1 - P_2}{x_{ei}} h_i b$$

Аналогично для нефтяной фазы имеем

$$Q_{ni} = v_{ni} S_i = \frac{K_n K_i}{\mu_n} \frac{P_1 - P_2}{l - x_{ei}} h_i b$$

(μ_n - вязкость нефти).

Учитывая несжимаемость жидкостей, из последних двух соотношений исключим P_{ei}

$$Q_{ei} = Q_{ni} = K_i h_i b \Delta P / \left(\frac{\mu_n}{K_n} l + \left(\frac{\mu_w}{K_w} - \frac{\mu_n}{K_n} \right) x_{ei} \right) \quad (I.4)$$

Приравняв правые части двух форм записи формулы для расхода воды, поступающей в i -ый пропласток, имеем дифференциальное уравнение

$$\left(\frac{\mu_n}{K_n} l + \left(\frac{\mu_w}{K_w} - \frac{\mu_n}{K_n} \right) x_{ei} \right) \frac{dx_{ei}}{dt} = \frac{K_i \Delta P}{m (i - S_{ност.} - S_{св.})}$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ.

вызывающее продвижение фронта вытеснения

$$K_{\text{eff}} = \frac{K_n \ell (1 - \sqrt{1 - \psi K_0 t})}{K_n (K_n/K_n - \psi q/K_0)}, \quad \psi = \frac{2\Delta P (K_n/K_n - \psi q/K_0) K_n^2}{m(1 - S_{\text{нест.}} - S_{\text{св.}}) \rho_n^2 g^2}, \quad (1.5)$$

поверхня с $X_{\text{св.}} = 0$ при $t = 0$.

Последняя формула позволяет вычислять время обводнения любого пропластка, если известны его проницаемость. В частности, если $K_0 = \bar{K}$, тогда при $X_{\text{св.}} = \ell$ имеем

$$\bar{t} = m \ell^2 (1 - S_{\text{нест.}} - S_{\text{св.}}) \left(\frac{K_n}{K_n} + \frac{K_n}{K_0} \right) / 2 \bar{K} \Delta P. \quad (1.6)$$

При учете вероятностно-статистического распределения пропластков по проницаемости суммарная толщина \bar{h} слоев с проницаемостью $K \geq \bar{K}$ (не ниже \bar{K}) определяется согласно соответствующему закону распределения проницаемости $\bar{h}/h = F(\bar{K})$, где h — общая толщина слоистого пласта. Дифференциальная форма этой зависимости выражается через вероятностно-статистическую плотность распределения проницаемости

$$\frac{d\bar{h}}{h} = F'(\bar{K}) d\bar{K} = f(\bar{K}) d\bar{K}.$$

Отсюда для общей формы записи имеем

$$d\bar{h} = h f(K) dK. \quad (1.7)$$

Используя ранее полученные соотношения (1.4), (1.5), запишем формулу для элементарного расхода жидкости

$$dq = \frac{K_n K \Delta P h f(K) dK}{\rho_n \ell \sqrt{1 - \psi K t}},$$

поступающего в некоторые слои толщиной $d\bar{h} = h f(K) dK$, проницаемость которых не ниже K .

Согласно теории поршневого вытеснения, к моменту времени $t = \bar{t}$, когда обводняется все слои с проницаемостью $K > \bar{K}$, нефть можно добывать лишь из слоев с проницаемостью $K < \bar{K}$. Поэтому для дебита нефти, добываемого из слоисто-неоднородного пласта, имеем

10

$$q_n(t) = \int_0^{\bar{K}} dq = \frac{K_n \Delta P h}{\rho_n \ell} \int_0^{\bar{K}} \frac{K f(K)}{\sqrt{1 - \psi K t}} dK. \quad (1.8)$$

Возь же добывается лишь из обводнившихся пропластков.

Используя закон Дарси при расчете элементарного расхода жидкости dq_n через сечение $\delta a h$, для дебита воды на выходе из обводнившихся слоев имеем

$$q_n(t) = \int_0^{\bar{K}} dq_n = \frac{K_n \Delta P}{\rho_n \ell} \delta h \int_0^{\bar{K}} K f(K) dK. \quad (1.9)$$

Текущая обводненность η добываемой продукции вычисляется по формуле

$$\eta(t) = \frac{q_n(t)}{q_{\text{ж.}}(t)} = \frac{q_n(t)}{q_n(t) + q_{\text{н.}}(t)}. \quad (1.10)$$

Следующим важным показателем разведки нефтяной залежи является текущая нефтеотдача, определяемая как отношение накопленной добычи нефти к ее геологическим запасам

$$\eta(t) = \frac{Q_n(t)}{V_n} = \frac{Q_{\text{н.}}(t) + Q_{\text{н.}}(t)}{V_n}, \quad (1.11)$$

где $Q_{\text{н.}}$, $Q_{\text{н.}}$ — добыча нефти из обводнившихся и необводнившихся пропластков слоисто-неоднородной залежи.

Накопленную добычу нефти $Q_n = Q_{\text{н.}} + Q_{\text{н.}}$ можно вычислять двумя способами, а именно: по формуле

$$Q_n(t) = \int_0^t q_n(\tau) d\tau, \quad (1.12)$$

где для дебита нефти имеем (1.8), или же по нижеприведенным формулам для $Q_{\text{н.}}$, $Q_{\text{н.}}$, которые получены с учетом того, что к некоторому моменту $t = \bar{t}$ обводняются пропластки, имеющие проницаемость $K \geq \bar{K}$ и суммарную толщину $\bar{h} = \int_{\bar{K}}^{\infty} h f(K) dK$. Исходя из последнего, количество нефти, извлеченное из обводнившихся и необводнившихся пропластков вычисляется по формулам

$$Q_{\text{н.}} = m \delta \ell (1 - S_{\text{нест.}} - S_{\text{св.}}) h \int_{\bar{K}}^{\infty} f(K) dK, \quad (1.13)$$

11

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЛ

$$Q_{\text{вз}} = \int_{A-\bar{K}}^{\bar{K}} m b x_d (1 - S_{\text{нст}} - S_{\text{св}}) dh = m b (1 - S_{\text{нст}} - S_{\text{св}}) h_0 \int_0^{\bar{K}} x_d f(\kappa) d\kappa, \quad (I.14)$$

где положение фронта вытеснения x_d определяется по формуле (I.5).

Геологические запасы представим в виде объема

$$V_n = m b c h_0 (1 - S_{\text{св}}), \quad (I.15)$$

приходящегося на залегающую нефть в рассматриваемом нефтенасыщенном слоисто-неоднородном пласте. Здесь h_0 — общая нефтенасыщенная толщина, \bar{K} — охваченная заводнением толщина.

Заметим, что в приведенных формулах для удобства изложения пористость слоистых пропластков считалась всюду одинаковой. В случае вероятностно-статистического распределения пористости по слоям для последних также справедливы модели, которые были использованы при изучении неоднородности пласта по проницаемости.

Пример 2. Эксплуатируемый участок продуктивного слоисто-неоднородного пласта по проницаемости имеет размеры $L = 500$ м, $b = 400$ м, общую нефтенасыщенную толщину $h_0 = 18,75$ м, охваченную заводнением толщину $\bar{h} = 15$ м (коэффициент охвата $\bar{h} = \bar{h}/h_0 = 0,8$). Абсолютная проницаемость K пропластков описывается логарифмически нормальным законом с плотностью распределения (I.1). При этом средняя проницаемость $\bar{K} = 0,4$ мкм², $\sigma = 0,665$. Пористость всех пропластков $m = 0,2$ всюду одинакова, вязкость связанной водой $S_{\text{вд}} = 0,1$, вязкость нефти в пластовых условиях $\mu_n = 2$ мПа с, вязкость воды $\mu_w = 1$ мПа с. Считается, что вытеснение нефти водой из отдельных пропластков происходит согласно схеме прямолинейного поршневого вытеснения, причем остаточная нефтенасыщенность $S_{\text{нст}} = 0,45$, относительные проницаемости для нефти впереди фронта вытеснения $K_n = 1$, для воды позади фронта $K_d = 0,5$. Распределение этих величин для всех пропластков всюду одинаково. Разработка участка займется осуществлением при постоянном перепаде давления $\Delta P = p_1 - p_2 = 0,375$ Мпа между линиями нагнетания и отбора.

Требуется рассчитать следующие показатели разработки: обводненность продукции $\Psi(t)$ и текущую нефтеотдачу участка залежи $\eta(t)$.

12

Решение. Формулы (I.8)–(I.14) содержат интеграл вида

$$J = \int_{\frac{m_n}{K_n} - \frac{p_n}{K_d}}^{\frac{m_n}{K_n}} \kappa f(\kappa) d\kappa, \quad \text{так как по условию задачи } \frac{m_n}{K_n} - \frac{p_n}{K_d} = 0 \text{ и, следовательно, из (I.5) } \Psi = 0. \text{ Преобразуем этот интеграл, когда } f(\kappa) \text{ задается в виде (I.1).}$$

Введем замену переменной интегрирования $\xi = (\ln \frac{\kappa}{\bar{K}}) / \sqrt{2} \sigma$,

$$\text{имеем } J = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\bar{K}}{\bar{K}}} \exp\left(-\frac{\ln^2 \frac{\kappa}{\bar{K}}}{2\sigma^2}\right) d\kappa = \frac{\bar{K}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\bar{K}}{\bar{K}}} \exp\left(-\xi^2 + \sigma^2 \xi^2\right) d\xi = \quad (I.16)$$

$$= \frac{\bar{K} \exp \frac{\sigma^2}{2}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\bar{K}}{\bar{K}}} \exp\left(-\xi^2 \frac{1-\sigma^2}{2}\right) d\xi = \frac{\bar{K}}{2} (1 + \Phi(\lambda \sqrt{2})) \exp \frac{\sigma^2}{2},$$

где интеграл вероятности $\Phi(\lambda \sqrt{2}) = \text{erf } \lambda$, $\lambda = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{\bar{K}}{\bar{K}} - \sigma$, $\alpha = \frac{\bar{K}}{\bar{K}}$.

Таким образом, из (I.1), (I.5), (I.8)–(I.15) при $\Psi = 0$ ($\frac{m_n}{K_n} - \frac{p_n}{K_d} = 0$) получим

$$q_n(t) = A \frac{K_n}{p_n} (1 + \Phi(\lambda \sqrt{2})), \quad q_w(t) = A \frac{K_d}{p_d} (1 - \Phi(\lambda \sqrt{2})), \quad \lambda(t) = \frac{1}{\sigma} (1 - \Phi(\lambda \sqrt{2})), \quad (I.17)$$

$$\eta(t) = \frac{\gamma(1 - S_{\text{нст}} - S_{\text{св}})}{2(1 - S_{\text{св}})} (1 - \Phi(\lambda \sqrt{2})) + \frac{q_n(t) \gamma t}{m b c h_0 (1 - S_{\text{св}})}, \quad A = \frac{\bar{K} b h_0 \Delta P}{2} \exp \frac{\sigma^2}{2}.$$

Независимой переменной в этих формулах является время t . Задавая значение времени $t = \bar{t}$, по формуле (I.6) определяем проницаемость K пропластка

$$K = m L^2 (1 - S_{\text{нст}} - S_{\text{св}}) \left(\frac{m_n}{K_n} + \frac{p_n}{K_d} \right) / R \bar{t} \Delta P = \\ = 0,2 (1 - 0,45 - 0,1) 4 \cdot 10^{-3} (500)^2 / 2 \cdot 0,375 \cdot 10^5 \bar{t} = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{\bar{t}} \text{ м}^2,$$

обводненности к моменту времени \bar{t} . Далее, зная аргументы $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{\bar{K}}{\bar{K}}$, $\lambda = \alpha - \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$, по таблицам интеграла вероятности находим значения $\Phi(\alpha) = \int_0^{\alpha} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$, используемые в окончательных формулах для обводненности продукции $\Psi(\bar{t})$ и текущей нефтеотдачи $\eta(\bar{t})$.

По результатам расчета на рис.4 построены графики для об-

13

водненности продукции и нефтегазача пласта в зависимости от времени t . Наблюдаемый резкий рост обводненности добываемой продукции в первые годы эксплуатации залежи в последующие годы замедляется. Для нефтегазача характерно равномерное увеличение $q(t)$ примерно до 40% к 20 годам эксплуатации залежи.

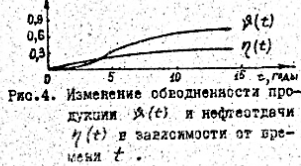


Рис. 4. Изменение обводненности продукции $q(t)$ и нефтегазача $y(t)$ в зависимости от времени t .

Поразное радиальное вытеснение нефти водой из слоисто-неоднородного пласта

Аналогично предыдущему пункту рассмотрим осесимметричное радиальное вытеснение нефти из кругового $r_c \leq r \leq R$ слоисто-неоднородного по проницаемости K продуктивного пласта радиуса R , мощности h , пористости m путем закачки воды в нагнетательную скважину радиуса r_c , размещенную в центре области фильтрации. Перепад пластового давления $\Delta P = P_1 - P_2$, равный разности между его значениями на скважине $P(r_c, t) = P_1$ и на границе пласта $P(R, t) = P_2$, также считается постоянным.

Согласно закону фильтрации (1.2), (1.3), расход воды Q_{ei} , поступающий через сечения $2\pi r h_i$ в момент времени t в i -й пропласток с абсолютной проницаемостью K_i , толщиной h_i , определяется формулой

$$Q_{ei} = -\frac{K_i K_i}{\mu_e} \frac{dP}{dr} 2\pi r h_i.$$

Полагая, что фронт поршневого вытеснения продвинулся на расстояние $r = r_{ei}(t)$, и используя условия $P(r_c, t) = P_1$, $P(R, t) = P_2$ при интегрировании последнего выражения методом разделения переменных, получим

$$Q_{ei} \ln \frac{r_{ei}}{r_c} = \frac{K_i K_i}{\mu_e} 2\pi h_i (P_1 - P_2).$$

Аналогично для нефти, движущейся впереди фронта вытеснения $r_{ei}(t) \leq r \leq R$, имеем

$$Q_{ni} \ln \frac{R}{r_{ei}} = \frac{K_n K_i}{\mu_n} 2\pi h_i (P_2 - P_n).$$

Используя условие несжимаемости жидкостей ($Q_{ei} = Q_{ni}$), исключим из этих выражений неизвестную величину давления P_2 на фронте вытеснения $r_{ei}(t)$:

$$Q_{ei} = Q_{ni} = 2\pi h_i h_i \Delta P / \left(\frac{\mu_e}{K_e} \ln \frac{r_{ei}}{r_c} + \frac{\mu_n}{K_n} \ln \frac{R}{r_{ei}} \right). \quad (1.16)$$

Как и прежде выражение для расхода воды может быть получено из уравнения материального баланса

$$Q_{ei} dt = 2\pi r_{ei} h_i m (1 - S_{nocr} - S_{es}) dr_{ei}.$$

Из двух соотношений для расхода воды, поступающей в i -й пропласток, получим дифференциальное уравнение для $\rho(r) = r_{ei}(t)/r_c$

$$\left(\left(\frac{\mu_e}{K_e} - \frac{\mu_n}{K_n} \right) \ln \rho + \frac{\mu_n}{K_n} \ln \frac{R}{r_c} \right) \rho d\rho = \frac{K_i \Delta P dt}{r_c^2 m (1 - S_{nocr} - S_{es})}.$$

Результат интегрирования этого уравнения

$$\left(\frac{\mu_e}{K_e} - \frac{\mu_n}{K_n} \right) \left(\rho^2 \ln \rho - \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho}{2} \right) + \frac{\mu_n}{K_n} \ln \frac{R}{r_c} (\rho^2 - 1) = \frac{2 K_i \Delta P t}{r_c^2 m (1 - S_{nocr} - S_{es})} \quad (1.19)$$

позволяет следить за фронтом воды $r_{ei}(t)$, вытесняющей нефть из i -го пропластка, начиная с $r_{ei} = r_c$ ($\rho = \frac{r_{ei}}{r_c} = 1$) при $t = 0$.

По этой же формуле можно определить величину абсолютной проницаемости K пропластка, обводнившегося в момент времени \bar{t} . Действительно, полагая $t = \bar{t}$, $r_{ei} = R$ ($\rho = \frac{R}{r_c} = R/r_c$), получим

$$\bar{K} = \frac{r_c^2 m (1 - S_{nocr} - S_{es})}{2 \Delta P \bar{t}} \left(\left(\frac{\mu_e}{K_e} - \frac{\mu_n}{K_n} \right) \left(\left(\frac{R}{r_c} \right)^2 \ln \left(\frac{R}{r_c} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r_c} \right)^2 + \frac{1}{2} \right) + \frac{\mu_n}{K_n} \left(\left(\frac{R}{r_c} \right)^2 - 1 \right) \ln \frac{R}{r_c} \right) \quad (1.20)$$

Влияние слоисто-неоднородности продуктивного пласта, описываемой одним из известных вероятностно-статистических законов распределения $F(K)$ (плотностью $f(K)$) проницаемости K , на основные показатели разработки грубой залежи учитываются также как и при выводе формул (I.8)–(I.17). Используя для элементарной толщины слоя dK зависимость (I.7), из (I.18) получим формулы для дебита нефти, воды и для обводненности добычей продукции

$$q_n(t) = 2\pi h \Delta p \int_0^{\bar{K}} \frac{K f(K) dK}{\left(\frac{K_n}{K_e} - \frac{K_n}{K_n}\right) \rho_p + \frac{K_n}{K_n} \ln \frac{K_e}{K_e}} \quad (I.21)$$

$$q_w(t) = \frac{2\pi K_n h \Delta p}{\mu_0 c_{w0} \bar{K}} \int_0^{\infty} K f(K) dK, \quad v(t) = \frac{q_w(t)}{q_n(t) + q_w(t)}$$

При изучении текущей нефтегаздачи кругового пласта воспользуемся формулой

$$q(t) = \int_0^t q_n(\tau) d\tau / \pi R^2 h_0 m (1 - S_{cs}), \quad (I.22)$$

где h_0 – общая нефтенасыщенная толщина исследуемой залежи.

Непоршневое прямолинейное вытеснение нефти водой из однородного пласта

В отличие от ранее рассмотренных случаев будем считать, что за фронтом вытеснения $x_f(t)$ (см. рис.5) относительные проницаемости $K_n(s)$, $K_w(s)$ для нефти и воды (I.3) зависят от водонасыщенности S . Это связано с тем, что при непоршневом вытеснении одной жидкостью другой всегда существует область двухфазного потока

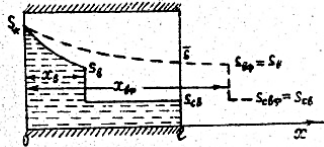


Рис.5. Распределение водонасыщенности S при непоршневом вытеснении нефти водой в безводный (оплошная линия) и водный (пунктирная линия) периоды разработки.

$0 \leq x \leq x_f$. Из результатов обработки многочисленных экспериментальных данных следует, что кривые относительных проницаемостей (см. рис.6) наилучшим образом аппроксимируются степенными зависимостями вида

$$K_n(s) = \left(\frac{S_n - S}{S_n - S_{cs}}\right)^m, \quad K_w(s) = \left(\frac{S - S_{cs}}{1 - S_{cs}}\right)^n, \quad (I.23)$$

где S_{cs} – насыщенность связанной водой, S_n – значения водонасыщенности, мгновенно устанавливающиеся на входе в пласт (см. рис.5).

Рассмотрим элемент однородного пласта длиной Δx , шириной b , толщиной h . При прямомлинейном непоршневом вытеснении нефти водой вдоль оси x в элемент пласта входит вода с расходом $b h v_w$, где v_w – скорость (фильтрации) воды (см. (I.2), (I.3), (I.23)), а расход вытекающей воды равен

$$b h v_w(x + \Delta x, t) \approx b h (v_w + \frac{\partial v_w}{\partial x} \Delta x)$$

Разность между этими расходами $-b h \frac{\partial v_w}{\partial x} \Delta x$ обусловлена изменением водонасыщенности S в элементарном объеме пор $m b h \Delta x$ (m – пористость пласта) и, следовательно, равна $m b h \Delta x \frac{\partial S}{\partial t}$ (t – время). Приравнявая эти величины (согласно закону сохранения массы вещества), после деления на Δx получим дифференциальное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial v_w}{\partial x} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (I.24)$$

которое также принято называть уравнением неразрывности для водной фазы.

Учитывая, что в области двухфазного потока в элемент пласта вытекает как нефть, так и вода, для нефтяной фазы аналогично получим $\frac{\partial v_n}{\partial x} + m \frac{\partial S_n}{\partial t} = 0$. Или выражая нефтенасыщенность

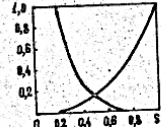


Рис.6. Графики зависимости относительных проницаемостей для нефти K_n и воды K_w от водонасыщенности S .

$S_n = 1 - S$ через водонасыщенность S , имеем

$$\frac{\partial v_n}{\partial x} - m \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (1.25)$$

Из результата сложения двух последних уравнений $\frac{\partial}{\partial x}(v_0 + v_n) = 0$ следует, что суммарная скорость $v_0 + v_n = v(t)$ несжимаемых жидкостей не зависит от координаты x и по характеру движущихся для вытеснения нефти водов режим пласта в данном случае является жестким водонепроницаемым.

Формулы (1.2), (1.3), (1.23) для случая прямолинейного потока жидкостей запишутся в виде

$$v_0 = -\frac{K K_0(s)}{f_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v_n = -\frac{K K_n(s)}{f_n} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.26)$$

где K - абсолютная проницаемость однородного пласта; $p(x, t)$ - функция пластового давления; f_0, f_n - вязкости воды и нефти.

Обводненность $\psi(x, t)$ фильтрационного потока в любом сечении x пласта выразим через функцию Бакала-Деваретта

$$\psi(x, t) = \frac{v_0(x, t)}{v(t)} = \frac{v_0}{v_0 + v_n} = \frac{K_0(s)}{K_0(s) + f_0 K_n(s)/f_n} = f(s). \quad (1.27)$$

$$\text{Откуда } v_0 = v(t) f(s), \quad \frac{\partial v_0}{\partial x} = v(t) f'(s) \frac{\partial s}{\partial x}.$$

Подставив это в (1.24), получим дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка относительно неизвестного распределения в пласте водонасыщенности

$$v(t) f'(s) \frac{\partial s}{\partial x} + m \frac{\partial s}{\partial t} = 0.$$

Последнее уравнение можно разрешить методом характеристик. Действительно, для любого фиксированного $S = const$, сравнивая $ds = \frac{\partial s}{\partial x} dx + \frac{\partial s}{\partial t} dt = 0$ с исходным уравнением, имеем характеристическое уравнение $\frac{dx}{v(t) f'(s)} = \frac{dt}{m}$.

Отсюда после разделения переменных, умножив на $6h$ и интегрировав, получим количество внедряющейся в пласт воды

за время t вплоть до сечения x с фиксированным значением $S = const$

$$Q_0(t) = \int_0^t 6h v(\tau) d\tau = \frac{6h m x}{f'(s)}. \quad (1.28)$$

Это же количество воды можно вычислить с учетом распределения водонасыщенности $S(x, t)$ вдоль пласта от $x=0$ до $x=x$

$$Q_0(t) = 6h m \int_0^x S(x, t) dx = 6h m x S_{св},$$

где $S_{св}$ - насыщенность пласта связанной водой.

Приравняв правые части двух формул после деления на $6h$ получим уравнение

$$\frac{x}{f'(s)} = \int_0^x S(x, t) dx = x S_{св}$$

для нахождения положения точки x с водонасыщенностью $S = const$.

Используя первую формулу для вычисления объема внедряющейся воды (1.28) $x = \frac{Q_0}{6h} f'(s)$, $dx = \frac{dQ_0}{6h} f'(s) ds$,

выразим последнее уравнение через водонасыщенность S , соответствующую положению точки x ,

$$1 = \int_{S_0}^S s f''(s) ds - f'(s) S_{св},$$

S_0 - значение водонасыщенности на входе ($x=0$) в пласт. дважды интегрируя по частям, получим

$$1 = f'(s)(s - S_{св}) - S_0 f'(S_0) + f(S_0) - f(S).$$

Поскольку из (1.23), (1.27) при $S = S_0$ имеем $K_n(S_0) = 0$, $f(S_0) = 1$, $f'(S_0) = 0$, то последнее уравнение упрощается

$$1 = f'(s)(s - S_{св}) + 1 - f(S). \quad (1.29)$$

В частности, обозначив водонасыщенность $S = S_0$ на фронте вытеснения нефти водой $x = x_0$, получим уравнение

$$f'(S_0) = f(S_0) / (S_0 - S_{св}) \quad (1.30)$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИ

для нахождения неизвестного значения S_0 (см. рис. 5). Из последней формулы следует, что значение водонасыщенности S_0 на фронте вытеснения x_0 нефти водой легко определяется графически как координата точки касания ($S_0, f(S_0)$) касательной к кривой $f(s)$ (I.27), проходящей через точку ($S_{cl}, 0$) (см. рис. 7).

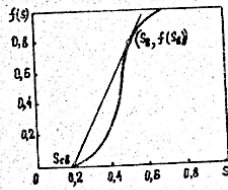


Рис. 7. График зависимости функции $f(s)$ от водонасыщенности s .

При графическом определении распределения водонасыщенности S для различных x на участке $0 \leq x \leq x_0$ (см. рис. 5) точно так же необходимо воспользоваться графиком функции $f(s)$ и функциональными зависимостями (I.27)-(I.29).

При нахождении времени $t = \bar{t}$ безводной добычи нефти так же воспользуемся формулой (I.28). К этому времени фронт вытеснения нефти водой продвигается до конца прямолинейного пласта $x = x_0 = L$, в пласт будет закачено $Q_0(\bar{t})$ количество воды. При вступом водовпорного режима так же не будет количество добытой нефти. Поэтому из формулы (I.28) имеем

$$Q_0(\bar{t}) = Q_0(\bar{t}) = m b h l / s'(S_0).$$

При известных значениях параметров пласта, водонасыщенности S_0 и дебита закачиваемой воды по этой формуле определяется время безводной добычи нефти \bar{t} .

Безводная нефтеотдача $\eta(\bar{t})$ вычисляется по формуле

$$\eta(\bar{t}) = \frac{Q_0(\bar{t}) \gamma}{(1 - S_{cl}) V_n} = \frac{\gamma}{(1 - S_{cl}) f'(S_{cl})}, \quad (I.31)$$

где $V_n = m b h l$ - объем пор пласта, $\gamma = h/h_0$ - коэффициент охвата заводнением (h_0 - общая нефтенасыщенная толщина, h - толщина пласта, охваченная заводнением).

При $t > \bar{t}$ имеет место водный период разработки пласта.

В этот период значение водонасыщенности $S = \bar{S}$ на выходе ($x = L$) пласта монотонно растет при $t \rightarrow \infty$, приближаясь к $S = S_0$. С целью определения \bar{S} положим, что при $t > \bar{t}$ фактивный фронт вытеснения x_{0f} распространяется за пределы пласта (см. рис. 5) и в точке его размещения $x = x_{0f}$ как и прежде значение водонасыщенности $S_{0f} = S_0$. Тогда из (I.28) имеем два соотношения

$$\frac{m b h l}{Q_0(t)} = f'(\bar{S}), \quad \frac{m b h l}{Q_0(\bar{t})} = f'(S_0).$$

$$\text{Их отношение} \quad \frac{f'(\bar{S})}{f'(S_0)} = \frac{Q_0(\bar{t})}{Q_0(t)} \quad (I.32)$$

по известным значениям $Q_0(\bar{t})$, $Q_0(t)$, $f'(S_0)$ и графика зависимости $f'(s)$ от водонасыщенности s (см. рис. 8) позволяет определить \bar{S} для различных $t > \bar{t}$, где $f'(s)$ - производная функции $f(s)$ (I.27).

Заметим, что кривая функции $f'(s)$ характеризует скорость продвижения в пласте поверхности постоянной насыщенности. Из графика следует, что при пренебрежении капиллярными силами она является многозначной функцией. Многозначность этой функции устраняется введением скачка насыщенности на фронте движения вытесняющей жидкости [10]. Используя \bar{S} и формулу (I.27), получим текущую обводненность продукции при $t > \bar{t}$.

$$\psi(x, t) = \frac{K_0(\bar{S})}{K_0(\bar{S}) + f'_0 K_n(\bar{S}) / \mu_n} = f(\bar{S}). \quad (I.33)$$

При определении текущей нефтеотдачи $\eta(t)$ в водный период ($t > \bar{t}$) разработки пласта также воспользуемся формулой (I.28), которую в данном случае считаем справедливой для всех сечений x пласта ($0 \leq x \leq L$) и фактивной области $L \leq x \leq x_{0f}(t)$.

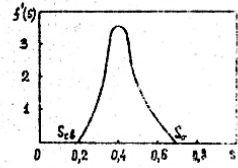


Рис. 8. График зависимости $f'(s)$ от водонасыщенности s .

(см. рис. 5). Учитывая, что режим пласта жесткий водонапорный, после умножения (I.29) на (I.28) имеем

$$Q_H(t) = Q_0(t) = m b h \alpha \left(s - S_{c0} + \frac{1-f(s)}{f(s)} \right). \quad (I.34)$$

Отсюда при $\alpha = l$, $S = \bar{s}$ получим формулу для расчета объема добываемой из пласта нефти и коэффициента текущей неэффективности при $t > \bar{t}$

$$Q_H(t) = (\bar{s} - S_{c0} + \frac{1-f(\bar{s})}{f(\bar{s})}) \cdot \eta(t) = \frac{Q_H(t) \delta}{V_n (1 - S_{c0})}, \quad (I.35)$$

где $V_n = m b l h$ - объем пор пласта, δ - коэффициент охвата заводнением.

Непрерывное радиальное вытеснение нефти водой из однородного пласта

Получим вышерассмотренные основные технологические показатели разработки применительно к радиальной области $0 < r_c \leq r \leq R$, где r_c - радиус вынужденной скважины, R - радиус кругового пласта пористости m , абсолютной проницаемости K , охватываемой заводнением по толщине h .

Выбрав кольцеобразную элементарную область продуктивного пласта, ограниченную радиусами r и $r + dr$, при выводе уравнения неразрывности учтем баланс втекающей и вытекающей воды за время dt

$$2\pi r h v_f dt - 2\pi (r + dr) h (v_f + \frac{\partial v_f}{\partial r} dr) dt = 2\pi r dr h m \frac{\partial S}{\partial t} dt,$$

где S - водонасыщенность, v_f - скорость фильтрации воды.

Отсюда, пренебрегая малой величиной выше первого порядка, получим уравнение неразрывности для водной фазы

$$\frac{\partial v_f}{\partial r} + \frac{v_f}{r} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_f)}{\partial r} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \right). \quad (I.36)$$

Аналогично для нефтяной фазы ($S_H = 1 - S$) имеем

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_H)}{\partial r} - m \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \quad (I.37)$$

Из результата сложения этих уравнений получим $v_f + v_H = \frac{q(t)}{2\pi r h}$, где неизвестная интегрирования $q(t)$ пропорциональна расходу жидкости $q(t) = 2\pi r h (v_f + v_H)$ через сечение $2\pi r h$. Поэтому суммарная скорость фильтрации $v_f + v_H = q(t) / 2\pi r h$ и из формулы для абсолютности продукции (I.27) имеем

$$v_f = \frac{q(t)}{2\pi r h} f(s), \quad \frac{\partial v_f}{\partial r} = \frac{q(t)}{2\pi r h} \left(\frac{f'(s)}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{f(s)}{r^2} \right).$$

Подставив v_f , $\partial v_f / \partial r$ в (I.36), получим дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка относительно водонасыщенности S

$$\frac{q(t) f'(s)}{2\pi r h} \frac{\partial s}{\partial r} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0,$$

которые также решается методом составления характеристического уравнения для фиксированного $S = const$

$$\frac{2\pi r h}{q(t) f(s)} dr = \frac{dt}{m}.$$

Полагая для простоты $r_c \rightarrow 0$ при интегрировании последнего уравнения в пределах $r \in [0, r]$, $t \in [0, t]$, получим (см. (I.28))

$$Q_0(t) = \int_0^t q(t) dt = \frac{2\pi r h r^2}{f(s)}. \quad (I.38)$$

С другой стороны объем внедрившейся жидкости $Q_0(t)$ за время t можно вычислить по изменению водонасыщенности $S(r, t)$ в круговом пласте

$$Q_0(t) = \int_{r_c}^R 2\pi r h m S(r, t) dr - \pi r_c^2 h m S_{c0}. \quad (I.39)$$

После подстановки из (I.38) $2\pi r^2 h m = Q_0(t) f'(s)$, $2\pi r h r dr = Q_0(t) f'(s) ds$ в (I.39) и интегрирования (I.39) по частям с учетом того, что $K_H(S_H) = 0$, $f(S_0) = 1$, $f'(S_0) = 0$, вновь получим формулы (I.29), (I.30). Следовательно, и в радиальном случае значение водонасыщенности $S = S_0$ на фронте вытеснения v_f нефти водой может быть получено с помощью графических зависимостей (см. рис. 7 и 8).

При известных S_g , расхода q и количества закачанной жидкости $Q_g(\bar{t})$ до момента $t = \bar{t}$ достижения фронта вытеснения границ кругового пласта $r = r_g = R$ время безводной разработки \bar{t} определяем из формулы (I.38)

$$Q_g(\bar{t}) = Q_g(\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} q(t) dt = \pi R^2 h m / f'(s_g). \quad (I.40)$$

Безводная нефтеотдача $\eta(\bar{t})$ вычисляется по формуле (I.31).

При расчете основных технологических показателей в водный период ($t > \bar{t}$) разработки кругового пласта также вводится понятие фиктивного фронта $r_{gp}(t)$ вытеснения нефти водой. Значение водонасыщенности $S = \bar{S}$ на границе пласта $r = R$ при $t > \bar{t}$, текущая обводненность продукции $\mu(t)$, количество добитой нефти $Q_n(t)$ и текущая нефтеотдача $\eta(t)$ находят по формулам (I.32)-(I.35) с помощью графических зависимостей (см. рис. 7 и 8). В формуле (I.35) объем пор пласта V_n в данном объеме равен $\pi R^2 h m$.

Заметим, что, исходя из (I.27), расход добываемой нефти и текущая нефтеотдача могут быть вычислены также по формулам

$$Q_n(t) = q(t)(1 - \mu(t)), \quad \eta(t) = \gamma \int_0^t q_n(t) dt / (1 - S_{cs}) V_n.$$

Пример 3. Из нефтяной залежи круговой формы радиуса $R = 169,25$ м, нефтенасыщенной толщиной $h_g = 16$ м, пористости $m = 0,2$, с вязкостью связанной воды $S_{cs} = 0,2$ путем закачки воды вязкости $\mu_g = 1$ мПа·с с расходом $q = 250$ м³/сут в нагнетательную скважину радиуса $r_c = 0,1$ м, размещенную в центре залежи, вытесняется нефть вязкости $\mu_n = 5$ мПа·с. Коэффициент охвата пласта заводнением равен $\bar{\gamma} = 0,76$.

По результатам геофизических исследований пласт в пределах нефтенасыщенной площади однороден по проницаемости. По данным лабораторных экспериментов вытеснения нефти водой относительные фазовые проницаемости для нефти $K_n(s)$ и воды $K_g(s)$, зависящие от водонасыщенности S , аппроксимируются функциями (I.23) при $m = n = 2$, $S_g = 0,76$.

Требуется определить основные технологические показатели разработки круговой залежи: обводненность добываемой продукции

и коэффициент текущей нефтеотдачи.

Решение. При определении показателей разработки воспользуемся ранее приведенными формулами и рис. 6-8, на которых графические зависимости $K_n(s)$, $K_g(s)$, $f(s)$, $f'(s)$ построены с использованием исходных данных рассматриваемой залежи.

Согласно формуле (I.30), по данным о точке касания к кривой $f(s)$ и графика зависимости $f'(s)$ находим величины $S_g = 0,5$, $f(S_g) = 0,765$, $f'(S_g) = 2,55$, связанные с водонасыщенностью S_g на фронте r_g вытеснения нефти водой.

Время безводной эксплуатации залежи вычисляется по формуле (I.40)

$$\bar{t} = \frac{\pi R^2 h m}{q f'(S_g)} = \frac{3,14 \cdot 0,75 \cdot 16 \cdot (169,25)^2 \cdot 0,2}{250 \cdot 2,55} = 339 \text{ сут.}$$

Из формулы (I.32)

$$f'(\bar{S}) = f'(S_g) \frac{\bar{t}}{t} = \frac{2,55 \cdot 339}{t} = \frac{864,45}{t}$$

и графика зависимости $f'(s)$ (рис. 8) определяется значение водонасыщенности \bar{S} на границе пласта в водный период разработки залежи при любом $t > \bar{t}$.

На рис. 9 приведены результаты расчета обводненности добываемой продукции $\mu(t) = f(s)$ и текущей нефтеотдачи $\eta(t)$, полученные по формулам (I.23), (I.30)-(I.35) ($V_n = \pi R^2 h_g m$) и графическим зависимостям (см. рис. 6-8) в различные моменты времени t .

Исходя из (I.38) ($qt = \pi R^2 h m / f'(\bar{S})$), формулу (I.35) удобнее использовать в виде

$$\eta(t) = \frac{\gamma}{1 - S_{cs}} \left(\frac{qt}{V_n} (1 + \bar{S} f'(\bar{S}) - f(\bar{S})) - S_{cs} \right),$$

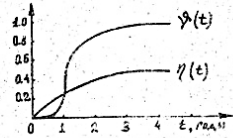


Рис. 9. Зависимость обводненности продукции $\mu(t)$ и текущей нефтеотдачи $\eta(t)$ от времени t .

где $V_n = 2\pi R^2 h m$ — объем пор пласта, охваченного заводнением.

Приведенный пример показывает, что даже в случае большого количества прокачанной воды вытеснение нефти может характеризоваться низким значением коэффициента нефтеотдачи. Это объясняется тем, что полного вытеснения нефти водой не происходит (за фронтом вытеснения имеет место боковая фильтрация нефти и воды с изменяющимися насыщенностями).

2. Моделирование разработки залежей нефти в системе скважин

При сравнительно небольшом неоднородности продуктивного пласта и незначительном изменении его толщины h основными факторами, определяющими процесс непермьевого вытеснения нефти водой без учета капиллярных и массовых сил, являются данные о размещении и режиме работы добывающих и нагнетательных скважин, вязкостях воды μ_w и нефти μ_o , данные об относительных фазовых проницаемостях породы для нефти и воды (1.23).

С учетом принятых допущений приближенное решение задачи об определении основных технологических показателей разработки залежей нефти, эксплуатируемых произвольно размещенными скважинами с неодинаковыми дебитами, исходит из предположения о том, что форма линий тока при совместной фильтрации нефти и воды меняется со временем незначительно и приближенно совпадает с линиями тока потенциального течения в однофазной системе. При этом форма линий тока на площади нефтеносности устанавливается с помощью аналитических решений задач о потенциальном течении жидкости в системе скважин [9], в области течения между скважинами разбивается линиями тока на n трубок тока равных расходов для фильтрующейся жидкости.

Таким образом, решение рассматриваемых задач основано на определении основных характеристик процесса вытеснения нефти водой в отдельной трубке тока переменного сечения при заданном расходе жидкости, которые далее суммируются во времени для получения показателей разработки залежи в целом. При этом ранее полученные формулы из исследования пермьевого и непермьевого

прямолинейного и радиального вытеснения нефти водой могут быть обобщены при решении аналогичных задач для трубки тока переменного сечения.

Ниже покажем такое обобщение при определении технологических показателей разработки в случае непермьевого вытеснения нефти водой в системе скважин.

Непермьево вытеснение нефти водой в системе скважин по схеме жестких трубок тока

Пусть недеформируемая трубка тока длиной L с заданным расходом жидкости $q(t)$ на входе $z=0$ имеет своей осью линию z ($0 \leq z \leq L$), которая служит дуговой системой координат. Площадь нормального сечения трубки тока равна $S(z)$, т.е. является известной функцией z . Следовательно, используемые переменные величины являются функциями только криволинейной координаты z , измеряемой вдоль оси трубки, и времени t .

В начале рассматриваемого процесса трубка тока охватывает часть однородной пористой среды проницаемости K , выполненной однородной жидкостью (нефть) вязкости μ_o . Затем эта нефть вытесняется водой вязкости μ_w . Примем, что насыщенность пористой среды связанной водой постоянна и равна S_{ca} . Жидкости не смешиваются и не смешиваются между собой, фильтрация каждой из фаз подчиняется закону Дарси (1.26), где вместо α следует положить z .

$$v_z = v_z(z, t), v_n = v_n(z, t), p = p(z, t), s = s(z, t). \quad (2.1)$$

В процессе вытеснения нефти водой в трубке тока образуются зоны водонефтяной смеси и нефти. При этих допущениях и исходных данных ставится задача об исследовании неустановившейся фильтрации нефти и воды в трубке тока переменного сечения.

Эта задача исследуется аналогично задаче непермьевого прямолинейного вытеснения нефти водой из однородного пласта (1.23) (1.36). Их отличает лишь то, что в данном случае z является криволинейной координатой, а переменная величина площади нормального сечения трубки тока $S(z)$ — функция z .

Умножив (I.26) с учетом (2.1) на $\delta(\ell)$, получим соотношения для расходов воды $q_w(\ell, t)$ и нефти $q_n(\ell, t)$ в зоне водонефтяной смеси

$$q_w = v_w \delta(\ell) = -\frac{K K_s}{\mu_s} \frac{\partial p}{\partial \ell} \delta(\ell), \quad q_n = v_n \delta(\ell) = -\frac{K K_n}{\mu_n} \frac{\partial p}{\partial \ell} \delta(\ell). \quad (2.2)$$

Уравнения, аналогичные уравнениям (I.24), (I.25), в данном случае запишутся в виде

$$\frac{\partial q_w}{\partial \ell} + m \delta(\ell) \frac{\partial s}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial q_n}{\partial \ell} - m \delta(\ell) \frac{\partial s}{\partial t} = 0.$$

Складывая их и используя (I.27), имеем

$$q_w(\ell, t) + q_n(\ell, t) = q(\ell), \quad q_w(\ell, t) = q(\ell) f(s), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial \ell} = q(\ell) f'(s) \frac{\partial s}{\partial \ell}, \quad q(\ell) f'(s) \frac{\partial s}{\partial \ell} + m \delta(\ell) \frac{\partial s}{\partial t} = 0.$$

Интегрируя вспомогательную систему $\frac{d\ell}{q(\ell) f'(s)} + \frac{dt}{m \delta(\ell)} = 0$ (при фиксированном значении водонасыщенности $s = \text{const}$ на перемещающейся точке с координатой ℓ) для последнего дифференциального уравнения в частных производных, получим связь

$$Q_w(\ell) = V(\ell) / f'(s) \quad (2.4)$$

между закачиваемым объемом воды $Q_w(\ell) = \int_0^t q_w(\ell) dt$ за время t и объемом пор $V(\ell) = m \int_0^L \delta(\ell) d\ell$ в трубке тока за сечением с координатой ℓ .

Такое же количество внедрившейся воды можно вычислить по формуле

$$Q_w(\ell) = m \int_0^L s(\ell, t) \delta(\ell) d\ell - s_{cs} V(\ell),$$

где s_{cs} - насыщенность пласта в трубке тока связанной водой. Сравнивая эти формулы, получим соотношение

$$\frac{1}{f'(s)} = \frac{m}{V(\ell)} \int_0^L s(\ell, t) \delta(\ell) d\ell - s_{cs}, \quad (2.5)$$

используемое при нахождении положения точки ℓ с водонасыщенностью $s = \text{const}$.

28

Учитывая $V(\ell) = Q_w(t) f'(s)$, $V(\ell) = m \int_0^L \delta(\ell) d\ell$, $dV(\ell) = Q_w(t) f'(s) ds = m \delta(\ell) d\ell$ при преобразовании соотношения (2.5) к уравнению для нахождения неизвестных значений водонасыщенности S , получим адекватное повторение вывода и содержания формул (I.29), (I.30).

При вычислении времени $t = \bar{t}$ безводной добычи нефти из трубки тока также воспользуемся формулой вида (I.28), т.е. формулой (2.4). Из этой формулы при $\ell = \ell_s = L$ и с учетом того, что режим разработки пласта является жестким водонасыщенным, получим соотношение для вычисления \bar{t}

$$Q_w(\bar{t}) = Q_w(\bar{t}) = \frac{m}{f'(s_s)} \int_0^L \delta(\ell) d\ell = \int_0^{\bar{t}} q(t) dt,$$

где значение водонасыщенности s_s на фронте вытеснения ℓ_s находится графическим путем, используя зависимости $f(s)$ и $f'(s)$ (см. случай прямолинейного вытеснения).

По известным значениям исходных данных и времени \bar{t} безводная нефтеотдача вычисляется по формуле (I.31), где

$$V_n = m \int_0^L \delta(\ell) d\ell.$$

При другом периоде ($t > \bar{t}$) добычи нефти из трубки тока также используются формулы (I.32), (I.33), (I.35).

Таким образом, в безводный период ($t < \bar{t}$) добычи нефти обводненность фильтрационного потока в любом сечении трубки тока с координатой ℓ ($0 < \ell < L$) вычисляется по формуле

$$w(\ell, t) = \frac{q_s}{q_w + q_n} = \frac{K_s(s)}{K_s(s) + \mu_s K_n(s) / \mu_n} = f(s). \quad (2.6)$$

Обводненность добываемой продукции при $t > \bar{t}$ также находится по этой формуле, только вместо ℓ и s соответственно следует положить L и S , где S - значение водонасыщенности S на выходе из трубки тока ($\ell = L$) при $t > \bar{t}$.

Безводная нефтеотдача вычисляется по формуле

$$q(\bar{t}) = \delta / f'(s_s) (L - s_{cs}), \quad (2.7)$$

где $\delta = h/h_0$ - коэффициент охвата залежью (h_0 - общая нефтенасыщенная толщина, h - толщина пласта, охваченная завод-

29

нением).

В водный период ($t > \bar{t}$) объем добычи из трубки тока нефти и текущий коэффициент нефтеотдачи вычисляются по формулам

$$Q_n(t) = V_n \left(\bar{s} - s_{cs} + \frac{1-f(s)}{f'(s)} \right), \quad \eta(t) = \frac{\gamma Q_n(t)}{V_n (1-s_{cs})}, \quad V_n = m \int_0^L \delta(\ell) d\ell. \quad (2.6)$$

По перечисленным формулам определяются основные характеристики процесса вытеснения нефти водой по отдельным трубкам тока, которые затем суммируются во времени для получения показателей разработки пласта в системе скважин по всей области течения в целом.

С учетом отдельных преобразований полученные формулы могут быть использованы и в том случае, когда задается перепад пластового давления $\Delta P = P_n - P_c$ между нагнетательной и доизвлекающей скважинами, т.е. задается ΔP на концах трубок тока.

Из (2.2), (2.3) имеем

$$\frac{\partial P}{\partial \ell} = - \frac{M_n q_s}{K K_s \delta(\ell)} = - \frac{P_0 q(t) f(s)}{K K_s \delta(\ell)}$$

Интегрируя это уравнение по области, занятой смесью двух жидкостей (нефть, вода), получим перепад давления

$$P_n - P_c = \frac{q(t) M_n}{K} \int_0^L \frac{f(s) d\ell}{K_s(s) \delta(\ell)}$$

между входным сечением $\ell = 0$ ($P = P_n$) и фронтом вытеснения $\ell = \ell_c$ ($P = P_c$).

Если интегрировать по области, занятой только нефтью, то имеем

$$P_n - P_c = \frac{q(t) M_n}{K} \int_{\ell_c}^L \frac{d\ell}{\delta(\ell)}$$

Складывая эти выражения, получим применительно к каждой трубке тока искомую связь между перепадом давления

$$\Delta P = P_n - P_c = \frac{q(t)}{K} \left(M_n \int_0^{\ell_c} \frac{f(s) d\ell}{K_s(s) \delta(\ell)} + M_n \int_{\ell_c}^L \frac{d\ell}{\delta(\ell)} \right) \quad (2.9)$$

30

и суммарным расходом жидкости в безводный период ($t \leq \bar{t}$), а также в водный период ($t > \bar{t}$)

$$\Delta P = \frac{q(t)}{K} \int_0^L \frac{f(s) d\ell}{K_s(s) \delta(\ell)} \quad (2.10)$$

разработки залежи нефти. Пользуясь этой связью и ранее полученными формулами, можно исследовать динамику расхода жидкости $Q(t)$, нефти Q_n , воды Q_s как до прогиба, так и в водный период эксплуатации скважин.

Пример 4. Нефтяная залежь платформенного типа разрабатывается методом плоского заводнения (по схеме платочечного разрабатывания нагнетательных и доизвлекающих скважин). Расстояния между скважинами в ряду $2a$ и между рядами одноименных скважин $2a$ одинаковы и равны 800 м. Нефтенасыщенная толщина h_0 и толщина пласта h , охваченная заводнением, также одинаковы и равны 1 м. При заданном перепаде пластового давления $\Delta P = 10^6$ Па между нагнетательной и доизвлекающей скважинами радиуса $r_w = 0,1$ м нефть с вязкостью $\mu_n = 10^{-2}$ Па·с вытесняется из пласта водой с вязкостью $\mu_s = 10^{-3}$ Па·с. Продуктивный пласт пористости $m = 0,35$ и насыщенности связанной водой $S_{cs} = 0,2$ имеет постоянную проницаемость $K = 10^{-13}$ м². Относительные фазовые проницаемости для нефти $K_{rn}(s)$ и воды $K_{rs}(s)$, зависящие от насыщенности S , аппроксимированы функциями (1.23) при $M = 2$, $S_0 = 0,75$.

Требуется исследовать изменение расхода жидкости, нефти и воды в процессе эксплуатации скважин.

Решение. Построим линии тока в предположении, что фильтрация скважин скважин осуществляется [6, 8], разобьем область течения на трубки тока, симметричные линии тока симметрично относительно срединных прямых скважинных скважин нагнетательных и доизвлекающих скважин, рассмотрим разобъемный треугольный элемент течения (см. рис. 10).

Для каждого элемента течения найдем элемент разобъемного потока q трубки тока с суммарным расходом фильтрационного потока в единицу времени q (суммарный расход Q между расходом Q_n и расходом Q_s вытекает из формул (2.6), (2.10)).

Используем известные данные и выведем основные формулы, ра-

31

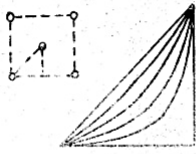


Рис. 10. Элемент области фильтрации при пяти-точечной системе размещения скважин

результаты расчетов, т.е. искомые зависимости расходов жидкости, воды и нефти от времени разработки залежи в безводный и водный периоды эксплуатации добычающих скважин, представлены на рис. II в виде соответствующих графиков. Из этих зависимостей следует, что безводный период эксплуатации залежи имеет место первые 3,5 года, далее из скважин добывается как нефть, так и вода. По этим же зависимостям можно установить время рациональной разработки залежи нефти вплоть до достижения запланированного значения содержания воды в добычиной продукции.

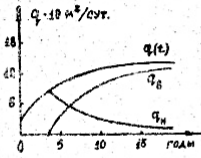


Рис. 11. Динамика расхода жидкости $Q(t)$, воды Q_b и нефти Q_n .

Литература

1. Борисов Ю.П., Ясинкина З.К., Воннов В.В. Особенности проектирования разработки нефтяных месторождений с учетом их неоднородности. - М.: Недра, 1976. - 287 с.
2. Гуревич А.В. Практическое руководство по изучению движения подземных вод при поисках полезных ископаемых. - М.: Недра, 1960. - 216 с.
3. Келтов К.П. Разработка нефтяных месторождений. - М.: Недра, 1966. - 333 с.
4. Келтов Ю.П., Струсов К.П., Золотухин А.Б., Запцев В.И. Сборник задач по разработке нефтяных месторождений. - М.: Недра, - 296 с.
5. Повышение эффективности разработки месторождений Западной Сибири на основе ускоренного внедрения достижений научно-технического прогресса (Материалы Всесоюзного совещания, проведенного в Таземи 20-23 апреля 1966 г.). - М.: ВНИИОЭНТ, 1966, 172 с.
6. Проектирование разработки нефтяных месторождений. Принципы и методы / А.П. Краков, П.М. Белаш, Ю.П. Борисов и др. Гостехиздат, М., 1962, 430 с.
7. Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Проектирование разработки / Под ред. Ш.К. Уматудинова. - М.: Недра, 1963. - 464 с.
8. Сургутчев И.И. Методы контроля и регулирования процесса разработки нефтяных месторождений. - М.: Недра, 1968, 360 с.
9. Магмуратов Р.В. Гидродинамика нефтяного трехфазового пласта. - М.: Недра, 1980. - 224 с.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Предисловие.....	3
I. Моделирование исходных данных и процессов фильтрации.....	4
Поршневое прямолинейное вытеснение нефти водой из слоисто-неоднородного пласта.....	4
Поршневое радиальное вытеснение нефти водой из слоисто-неоднородного пласта.....	14
Непоршневое прямолинейное вытеснение нефти водой из однородного пласта.....	16
Непоршневое радиальное вытеснение нефти водой из однородного пласта.....	22
2. Моделирование разработки залежей нефти в системе скважин.....	26
Непоршневое вытеснение нефти водой в системе скважин по схеме решетчатых трубок тока.....	27
Литература.....	33

Наизуратов Рафат Вафизович

Учебно-методическая разработка к курсу "Математическое моделирование вытеснения нефти водой при эксплуатации нефтяных месторождений" для студентов геологического факультета

Ответственный за выпуск Р.В. Наизуратов

Подписано в печать 08.06.08. Формат 60/84 1/16. Бумага
писчая № 1. Печать офсетная. Усл.п.л. 2,0. Уч.-изд.л. 1,8.
Тираж 200. Заказ 181 Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте ИГУ, г.Гомель, ул.Светская, 104.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИИИ