Селькин М. В.[1], Бородич Р. В.[2], Бородич Е. Н.[3]
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
(г. Гомель, Беларусь)
E-mail: [1]selkin@gsu.by, [2-3]borodich@gsu.by

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПОДГРУПП В ГРУППАХ С ОПЕРАТОРАМИ

Все рассматриваемые в статье группы предполагаются конечными. Одно из классических направлений в исследовании конечных групп связано с исследованием свойств пересечений заданных максимальных подгрупп и влиянием этих свойств на подгрупповое и нормальное строение группы. Важную роль здесь занимает подгруппа Фраттини, введенная в работе [1]. Теорема Фраттини получила развитие в работах многих авторов: В. Гашюца [2] (пересечение $\Delta(G)$ всех ненормальных максимальных подгрупп группы G), В.Дескинса [3] (пересечение $\Phi_p(G)$ всех максимальных подгрупп группы G, индексы которых не делятся на p) и других (см. монографии [4] и [5]).

Пусть даны группа G, множество A и отображение $f: A \mapsto End(G)$, где $End(G)$ – гомоморфное отображение группы G в себя или эндоморфизм группы G. Подгруппа M называется A-допустимой, если M выдерживает действие всех операторов из A, то есть $M^{\alpha} \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Несложно заметить, что так как операторы действуют как соответствующие им эндоморфизмы, то каждая характеристическая подгруппа является A-допустимой для произвольной группы операторов.

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустая формация и группа G имеет группу операторов A. Через $D_p^{\mathfrak{F}}(G,A)$ обозначим пересечение ядер всех $\mathfrak{F}$-абнормальных максимальных A-допустимых подгрупп группы G, не содержащих $\mathfrak{F}$-корадикал группы G, индексы которых не делятся на простое число p. Если в G таких подгрупп нет, то положим, что $D_p^{\mathfrak{F}}(G,A) = G$.

Если $A = 1$, то $D^{\mathfrak{F}}(G,A) = \Delta^{\mathfrak{F}}(G)$ есть пересечение всех $\mathfrak{F}$-абнормальных максимальных подгрупп группы G [4] и $D_p^{\mathfrak{F}}(G,A) = \Delta_p^{\mathfrak{F}}(G)$ – пересечение всех $\mathfrak{F}$-абнормальных максимальных подгрупп группы G, индексы которых не делятся на простое число p [5].

Теорема. *Пусть p и q – различные простые числа. Тогда для любой формации $\mathfrak{F}$ и любой группы G с группой операторов A такой, что $(|G|,|A|) = 1$, справедливо равенство*

$$D_p^{\mathfrak{F}}(G,A) \cap D_q^{\mathfrak{F}}(G,A) = D^{\mathfrak{F}}(G,A).$$

Следствие 1. *Пусть* p *и* q *– различные простые числа. Если* $\mathfrak{F}$ *–* S_n*-замкнутая локальная формация, содержащая все нильпотентные группы, группа* G *имеет группу операторов* A *такую, что* $(|G|,|A|)=1$*, тогда*

$$D_p^{\mathfrak{F}}(G,A)\cap D_q^{\mathfrak{F}}(G,A)\in\mathfrak{F}.$$

Следствие 2. *Пусть* p *и* q *– различные простые числа. Если группа* G *имеет группу операторов* A *такую, что* $(|G|,|A|)=1$*, тогда*

$$D_p^{\mathfrak{N}}(G,A)\cap D_q^{\mathfrak{N}}(G,A)\in\mathfrak{N}.$$

В случае, когда группа операторов единична, то из теоремы получаем результат М. В. Селькина из [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Frattini, G. Intorno alla generasione dei gruppi di operazioni / G. Frattini // Atti Acad. Dei Lincei. – 1885. – Vol. 1. – P. 281-285.
2. Gaschütz, W. Über die Φ-Untergruppen endlicher Gruppen / W. Gaschütz // Math. Z. – 1953. – Bd. 58. – S. 160–170.
3. Deskins, W. E. A condition for the solvability of a finite group / W. E. Deskins // III. J. Math. – 1961. – Vol. 5, № 2. – P. 306–313.
4. Шеметков, Л. А. Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 С.
5. Селькин, М. В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп / М. В. Селькин. – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 144 с.

Скиба А. Н.
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
(г. Гомель, Беларусь)
E-mail: *alexander.skiba49@gmail.com*

О ПЕРЕСЕЧЕНИИ $\mathfrak{F}$-МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Исследуются условия, при которых пересечение всех $\mathfrak{F}$-максимальных подгрупп конечной группы совпадает с ее $\mathfrak{F}$-гиперцентром.