ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Том XXXV, выпуск 4 Октябрь 1981 г.

УДК 535.5+548.0+538.61

Б. В. Бокуть, С. С. Гиргель

МАТРИЦЫ ДЖОНСА И МЮЛЛЕРА ДЛЯ ПОГЛОЩАЮЩИХ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Для описания взаимодействия поляризованного света с оптическими системами наряду с другими методами часто используется формализм матриц Джонса или Мюллера [1—5]. В работе [6] были получены матрицы Джонса и Мюллера для описания нормального отражения и прохождения поляризованного света через плоскопараллельную пластинку из прозрачного магнитоупорядоченного кристалла с учетом многократных отражений на ее границах. При этом кристалл считался гироанизотропным.

В данной работе производится учет поглощающих свойств кристалла.

Будем исходить из материальных уравнений

$$\mathbf{E} = \varepsilon^{-1}\mathbf{D},\ \mathbf{B} = \mathbf{H}, \tag{1}$$

полагая, согласно [7], в оптическом диапазоне частот $\mu = 1$. Магнитооптические эффекты описываются комплексным неэрмитовым тензором обратной диэлектрической проницаемости ε^{-1}, причем симметричная часть тензора ε^{-1} описывает четные, а антисимметричная — нечетные по намагниченности оптические эффекты.

Распространение плоских монохроматических волн в однородном кристалле вдоль произвольного направления с нормалью $\mathbf{n}$ можно описать двухмерным тензором σ [8, 9]:

$$\mathbf{H}(l) = \sigma \mathbf{H}(0), \tag{2}$$

$$\sigma = e^{i\varphi_+}\mathbf{h}_+ \cdot \tilde{\mathbf{h}}_+ + e^{i\varphi_-}\mathbf{h}_- \cdot \tilde{\mathbf{h}}_-, \tag{2a}$$

где $\mathbf{H}$ — вектор напряженности магнитного поля суммарной волны; $\mathbf{h}_\pm$ ($\tilde{\mathbf{h}}_\pm$) — правые (левые) собственные векторы тензора σ, характеризующие поляризацию изонормальных собственных волн; $\varphi_\pm = 2\pi n_\pm l/\lambda$ — набеги фаз собственных волн на расстоянии l. Тензоры $\mathbf{h}_\pm \cdot \tilde{\mathbf{h}}_\pm$ представляют собой диады, обладающие следующими свойствами [9]:

$$\mathbf{h}_\pm \tilde{\mathbf{h}}_\mp = 0,\quad \mathbf{n}\mathbf{h}_\pm = \mathbf{n}\tilde{\mathbf{h}}_\pm = 0,\quad \mathbf{h}_\pm \tilde{\mathbf{h}}_\pm = 1. \tag{3}$$

Поляризация плоских волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах исследовалась в [10]. Согласно данным работы [10],

$$\mathbf{h}_\pm \sim (\mathring{\mathbf{h}}_\pm + \varkappa_\pm \mathring{\mathbf{h}}_\mp), \tag{4}$$

$$\varkappa_\pm = i(\gamma \pm \gamma_0)/(1 \pm \gamma\gamma_0). \tag{4a}$$

Здесь $\mathbf{h}^0_\pm$ — ортонормированные векторы, расположенные в фазовой плоскости волны, задающие главные направления пластинки; γ и γ_0 —

параметры среды, зависящие от компонент тензора ε^{-1} и нормали $\mathbf{n}$ волны. Для описания поляризации собственных волн поглощающего кристалла удобно также ввести комплексные углы α и β[1]:

$$\gamma = \operatorname{th}(\alpha/2), \quad \gamma_0 = \operatorname{th}(\beta/2), \tag{5}$$

тогда

$$\varkappa_{\pm} = i \operatorname{th}[(\alpha \pm \beta)/2] \tag{6}$$

и, согласно [11,8], из (4)—(6) сразу следует, что главные оси эллипсов поляризации собственных волн поглощающего магнитоупорядоченного кристалла повернуты на равные и противоположные углы $\mathring{\varphi}_{\pm}$ относительно направлений векторов $\mathring{\mathbf{h}}_+$ и $\mathring{\mathbf{h}}_-$, а эллиптичности их $\gamma_{\pm}$ (отношения полуосей эллипсов) различны [10]:

$$\mathring{\varphi}_{\pm} = \pm \alpha''/2, \quad \gamma_{\pm} = \operatorname{th}[(\alpha' \pm \beta)/2]. \tag{7}$$

Учитывая (3)—(4а), находим $\tilde{\mathbf{h}}_{\pm}$, которые получаются из $\mathbf{h}_{\pm}$ заменой $\gamma \to (-\gamma)$. Затем, подставляя выражения для векторов $\mathbf{h}_{\pm}$ и $\tilde{\mathbf{h}}_{\pm}$ в (2а), после преобразований находим матрицу Джонса для неограниченного однородного поглощающего магнитоупорядоченного кристалла произвольной симметрии

$$\hat{D} = \frac{e^{i\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2}}}{\operatorname{ch}\alpha} \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\alpha\cos\frac{\Delta}{2} - i\operatorname{ch}\beta\sin\frac{\Delta}{2}; & (\operatorname{sh}\beta - \sin\alpha)\sin\frac{\Delta}{2} \\ (\operatorname{sh}\beta + \sin\alpha)\sin\frac{\Delta}{2}; & \operatorname{ch}\alpha\cos\frac{\Delta}{2} + i\operatorname{ch}\beta\sin\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где комплексный сдвиг фаз

$$\Delta = \varphi_- - \varphi_+. \tag{8a}$$

Здесь оси x и y ориентированы вдоль главных направлений $\mathring{\mathbf{h}}_+$ и $\mathring{\mathbf{h}}_-$. Выражение (8) является достаточно общим и учитывает анизотропию, гиротропию и поглощение среды. Параметры α и Δ в общем случае будут комплексными. Член $\exp[i(\varphi'_+ + \varphi'_-)/2]$ является фазовым множителем, параметр $\exp[-(\varphi''_+ + \varphi''_-)/2]$ — средний коэффициент поглощения кристалла для заданного направления $\mathbf{n}$, параметр Δ' описывает двупреломление, а Δ'' — дихроизм. Следует иметь в виду [8], что кристаллы, вообще говоря, обладают не линейными или циркулярными, а эллиптическими двупреломлением и дихроизмом.

Полученные результаты можно обобщить на случай нормального прохождения (или отражения) света через плоскопараллельную пластинку, т. е. учесть интерференционные явления в ней. Для пластинки тензор σ имеет вид [8, 9]

$$\sigma = D_+\mathbf{h}_+\cdot\tilde{\mathbf{h}}_+ + D_-\mathbf{h}_-\cdot\tilde{\mathbf{h}}_-, \tag{9}$$

где $D_{\pm}$ — известные [12—14] амплитудные коэффициенты прохождения собственных волн через пластинку. Введем набег комплексных фаз $\varphi_{\pm}$

---

[1] Здесь и в дальнейшем одним штрихом мы будем обозначать действительные, а двумя штрихами — мнимые части соответствующих комплексных параметров.

собственных волн после прохождения через пластинку с учетом многократных отражений выражениями

$$D_{\pm} = \exp(i\varphi_{\pm}), \tag{10}$$

тогда $\varphi'_{\pm}$ и $\varphi''_{\pm}$ имеют тот же смысл, что и выше, поэтому выражения (8), (8а) для матрицы Джонса остаются в силе и для пластинки.

Зная матрицу Джонса, можно по известным правилам [4] рассчитать компоненты M_{ij} соответствующей ей матрицы Мюллера $\hat{M}$:

$$M_{ij} = \frac{2\exp[-(\varphi''_{+} + \varphi''_{-})]}{\mathrm{ch}\, 2\alpha' + \cos 2\alpha''} m_{ij} \, (i, \ j = 1, \ 2, \ 3, \ 4); \tag{11}$$

$$\begin{gathered}
2m_{11,44} = (\mathrm{ch}\, 2\alpha' \pm \mathrm{ch}\, 2\beta)\, \mathrm{ch}\, \Delta'' + (\cos 2\alpha'' \mp \mathrm{ch}\, 2\beta) \cos \Delta';\\
2m_{22,33} = (\cos 2\alpha'' \pm 1)\, \mathrm{ch}\, \Delta'' + (\mathrm{ch}\, 2\alpha' \mp 1) \cos \Delta';\\
2m_{23,32} = \pm (\mathrm{sh}\, \Delta'' \sin 2\alpha'' - \sin \Delta'\, \mathrm{sh}\, 2\alpha');\\
2m_{41,14} = \sin \Delta' \sin 2\alpha'' + \mathrm{sh}\, \Delta''\, \mathrm{sh}\, 2\alpha' \pm (\mathrm{ch}\, \Delta'' - \cos \Delta')\, \mathrm{sh}\, 2\beta;\\
m_{12,21} = (\mathrm{sh}\, \Delta'' \cos \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha' - \sin \Delta' \sin \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha')\, \mathrm{ch}\, \beta \pm\\
\pm (\mathrm{ch}\, \Delta'' - \cos \Delta')\, \mathrm{sh}\, \beta \cos \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha';\\
m_{43,34} = \mathrm{sh}\, \beta \sin \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha' (\mathrm{ch}\, \Delta'' - \cos \Delta') \pm\\
\pm (\sin \Delta' \cos \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha' + \mathrm{sh}\, \Delta'' \sin \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha')\, \mathrm{ch}\, \beta;\\
m_{13,31} = (\sin \Delta' \cos \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha' + \mathrm{sh}\, \Delta'' \sin \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha')\, \mathrm{sh}\, \beta \pm\\
\pm (\mathrm{ch}\, \Delta'' - \cos \Delta')\, \mathrm{ch}\, \beta \sin \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha';\\
m_{42,24} = (\mathrm{ch}\, \Delta'' - \cos \Delta')\, \mathrm{ch}\, \beta \cos \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha' \pm\\
\pm (sh\, \Delta'' \cos \alpha''\, \mathrm{ch}\, \alpha' - \sin \Delta' \sin \alpha''\, \mathrm{sh}\, \alpha')\, \mathrm{sh}\, \beta.
\end{gathered} \tag{11a}$$

Таким образом, мы вычислили компоненты матрицы Мюллера для описания нормального прохождения поляризованного света через плоскопараллельную пластинку из поглощающего магнитоупорядоченного кристалла, обладающего одновременно эллиптическим двупреломлением и эллиптическим дихроизмом. Чтобы перейти к прозрачному кристаллу, достаточно положить $\gamma_0 = \gamma'' = 0$, т. е. $\beta = \alpha'' = 0$. Тогда формулы (8), (8а) и (11), (11а) переходят в соответствующие выражения (3) и (4), (4а), полученные ранее в [6]. При этом надо только иметь в виду, что в [6] использованы другие представления параметров γ и $D_{\pm}$. В отличие от (5), (8а), (10) в [6] введены обозначения $D_{-}/D_{+} = ke^{i\Delta}$, $\gamma = \mathrm{tg}\,(\eta/2)$. Поэтому если еще произвести в (8), (8а), (11), (11а) замены $\mathrm{sh}\, \alpha' \to \mathrm{tg}\, \eta$, $\mathrm{ch}\, \alpha' \to \mathrm{sc}\, \eta$, $\mathrm{sh}\, \Delta'' \to \mathrm{ctg}\, \eta_k$, $\mathrm{ch}\, \Delta'' \to \mathrm{csc}\, \eta_k$, то получаем соответствующие выражения (3), (4), (4') работы [6].

Хотя выражения (11), (11а) являются достаточно громоздкими, все же в большинстве практически важных случаев они существенно упрощаются. Так, чаще всего можно пренебречь многократным отражением. Кроме того, если свет распространяется в плоскости симметрии кристалла, то можно положить $\gamma_0 = 0$, т. е. $\beta = 0$.

В [15], исходя из решения граничной задачи прохождения света при направлениях вдали от оптической оси через поглощающий одноосный кристалл, обладающий естественной оптической активностью, для кристалла была рассчитана матрица Мюллера. При этом, однако, двупреломление считалось малым и не учитывались потери на отражения.

В работах [16, 17] с помощью метода разбиения среды на бесконечно малые по толщине слои и параметризации нескольких магнитооптических эффектов вычислены матрицы Джонса и Мюллера среды, обладающей одновременно эффектом Фарадея, эффектом Фойгта, эффектами линейного и кругового дихроизма, и произведен учет многократных отражений внутри плоскопараллельного образца. Этот подход аналогичен методике Джонса, где были введены так называемые дифференциальные N-матрицы Джонса [18]. Недостатки такого подхода обсуждаются в [14], где отмечено, что Джонс развивал свою трактовку кристаллооптических явлений в отрыве от уравнений связи. Кроме того, как указывалось в [14], такой подход применим, строго говоря, только в тех случаях, когда N-матрица (или экспоненциальный оператор по Барковскому) может быть представлена в виде произведения нескольких, зависящих от одного и то же l (l — толщина кристалла), коммутирующих между собой матриц (операторов), каждая из которых ответственна за какое-то одно оптическое свойство кристалла (например, за круговой или линейный дихроизм, за круговое или линейное двупреломление). В общем случае разделение N-матрицы Джонса на такие множители невозможно, поэтому она имеет ограниченную область применимости.

Действительно, в общем случае поглощающая анизотропная гиротропная среда, как уже подчеркивалось [8], должна обладать не линейными или циркулярными, а *эллиптическими* двупреломлением и дихроизмом. Проявление только эффектов линейного и кругового дихроизма соответствует частному случаю, когда $\beta=0$, что выполняется, как правило, лишь в кристаллах достаточно высокой симметрии. Это приводит к дополнительным свойствам симметрии и к уменьшению числа независимых компонент матрицы Джонса d_{ij} и матрицы Мюллера M_{ij}. Тогда в матрице Джонса $d_{21}=-d_{12}$, а собственные волны среды имеют одинаковую эллиптичность и разные направления вращения. Авторы работ [16, 17] ограничиваются только этим случаем. Для матрицы Мюллера, кроме условия $m_{32}=-m_{23}$, тогда получаем еще

$$m_{12}=m_{21},\ m_{13}=-m_{31},\ m_{14}=m_{41},\ m_{24}=m_{42},$$
$$m_{34}=-m_{43},\ m_{11}-m_{44}=m_{22}-m_{33}. \tag{12}$$

Кроме того, учет интерференционных явлений внутри плоскопараллельного образца в [16, 17] произведен недостаточно корректно, поскольку с этой целью авторы вводят коэффициент отражения света R от плоскости образца, одинаковый для обеих собственных волн.

Очевидна искусственность способа разделения магнитооптических эффектов, описываемых одним тензором диэлектрической проницаемости в оптическом диапазоне частот, на восемь (!) различных эффектов и их параметризации с помощью восьми магнитооптических параметров, как это проведено в работе [19]. В результате этого полученные формулы, по словам самих авторов работы [19], «очень сложны и затруднительны для понимания и использования». Кроме того, в [19] не проводился учет влияния границ плоскопараллельного образца.

Полученные в настоящей работе матрицы Джонса и Мюллера дают возможность рассчитать изменение состояния светового пучка пластинкой в общем случае. Для этого прежде всего необходимо задать вектор Стокса падающего луча $\mathbf{S}_0=\{S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{04}\}$, который можно записать в виде [1, 20]

$$S_{01}=I_0,\ S_{02}=I_0p_0\cos\eta_0\cos 2\psi_0,$$
$$S_{03}=I_0p_0\cos\eta_0\sin 2\psi_0,\ S_{04}=I_0p_0\sin\eta_0. \tag{13}$$

Здесь I_0 — интенсивность световой волны; p_0 $(0 \leqslant p_0 \leqslant 1)$, ψ_0 $(0 \leqslant 2\psi_0 \leqslant 2\pi)$ — соответственно степень и азимут ее поляризации. Эллиптичность $\gamma_0 = \mathrm{tg}[(\arcsin \eta_0)/2]$ (отношение полуосей эллипса поляризации) задается параметром η_0 $(-\pi/2 \leqslant \eta_0 \leqslant \pi/2)$.

С целью единообразия подхода в соответствии с (7) будем далее задавать эллиптичность γ_0 другим параметром α_0:

$$\gamma_0 = \mathrm{th}(\alpha_0/2) \ (-\infty < \alpha_0 < +\infty), \tag{14}$$

тогда

$$S_{01} = I_0, \ S_{02} = I_0 p_0 \cos 2\psi_0 \,\mathrm{sch}\, \alpha_0,$$
$$S_{03} = I_0 p_0 \sin 2\psi_0 \,\mathrm{sch}\, \alpha_0, \ S_{04} = I_0 p_0 \,\mathrm{th}\, \alpha_0. \tag{15}$$

Как известно, вектор Стокса $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ прошедшего света равен

$$\mathbf{S} = \hat{M}\mathbf{S}_0, \tag{16}$$

а степень поляризации луча на выходе [20]

$$p = [S_2^2 + S_3^2 + S_4^2]^{1/2}/S_1. \tag{17}$$

При вычислении (17) получается достаточно громоздкое выражение, которое, однако, можно упростить, если учесть то обстоятельство, что пластинка является недеполяризующим устройством и поэтому [1] ее матрица Мюллера $\hat{M}$ должна иметь всего семь независимых компонент. Принимая во внимание связь между компонентами матриц Джонса и Мюллера [4], можно получить соотношения (инварианты), связывающие компоненты M_{mn} матрицы Мюллера недеполяризующей системы

$$M_{i1}M_{j1} - \sum_{k=2} M_{ik}M_{jk} = L_+L_-\delta_{ij} \ (i, \ j = 1, \ 2, \ 3, \ 4), \tag{18}$$

где $L_\pm = \exp(-2\varphi''_\pm)$ — энергетические коэффициенты прохождения собственных волн через систему; δ_{ij} — четырехмерный символ Кронекера. Заметим, что (18) остаются справедливыми и после транспонирования в них компонент M_{mn}.

С учетом (18) степень поляризации прошедшего света принимает вид

$$p = [1 - L_+L_-(1 - p_0^2)/L^2]^{1/2}, \tag{19}$$

где коэффициент пропускания света (суммарной волны) L пластинкой равен

$$L = M_{11} + p_0 [\mathrm{sch}\, \alpha_0 (M_{13} \sin 2\psi_0 + M_{12} \cos 2\psi_0) + M_{14} \,\mathrm{th}\, \alpha_0]. \tag{20}$$

Далее можно рассчитать эллиптичность и азимут поляризации света на выходе кристалла по формулам [20]

$$\mathrm{tg}\, \alpha = S_4/(S_1 p), \ \mathrm{tg}\, 2\psi = S_3/S_2. \tag{21}$$

Не расписывая соотношений (21), отметим, что в последнем случае получаются выражения, обобщающие соответствующие формулы, предложенные [21] для описания эффекта Фарадея в анизотропных поглощающих средах с линейным дихроизмом и для фарадеевского вращения в поглощающем ортоферрите вдоль кристаллографической оси z [22], а также результаты исследования нормального отражения и прохождения полностью [23] и частично [24] поляризованного излучения через плоскопараллельную пластинку из прозрачного магнитоупорядоченного кристалла.

Для инвариантного описания светового пучка было предложено [25] использовать тензор когерентности. Этот подход успешно развивается автором работ [9, 26], где, в частности, был предложен алгоритм для проведения поляризационных расчетов параметрически управляемых прозрачных и поглощающих неограниченных кристаллов, характеризуемых комплексным несимметричным тензором диэлектрической проницаемости. Применяемый нами подход, базирующийся на описании световой волны с помощью параметров Стокса, ближе к традиционному и, как указывалось выше, учитывает влияние интерференционных явлений в тонких пластинках.

Остановимся еще на вопросе об интенсивности света, прошедшего плоскопараллельную пластинку из поглощающего магнитоупорядоченного кристалла, помещенную между эллиптическими поляризатором и анализатором. Расчет показывает, что искомая интенсивность света равна

$$I = \tilde{\mathbf{S}}_a \hat{M} \mathbf{S}_p, \tag{22}$$

где $\mathbf{S}_p$ — вектор Стокса света, пропускаемого поляризатором; $\tilde{\mathbf{S}}_a$ — транспонированный вектор Стокса, характеризующий излучение, проходящее сквозь анализатор. Подставляя в (22) матрицу Мюллера для прозрачного магнитоупорядоченного кристалла, имеем результат, полученный ранее в [27].

В заключение отметим, что найденные в настоящей работе результаты применимы для описания отражения света, а также и для других типов кристаллов, например с естественной оптической активностью. Следует только выбирать такую систему координат, в которой эллипсы поляризации собственных изонормальных волн кристалла, движущихся вдоль оси z, повернуты на одинаковые, но противоположные углы относительно осей x и y.

Summary

The Jones and Müller matrices have been obtained which describe normal transmission of light through a plate made of absorptive magnetoordered crystal. Allowing for restrictions imposed on the Müller matrices components of the plate, the intensity and polarization characteristics of the passed light have been calculated. It has been noted that the results obtained are also applicable for other types of crystals.

Литература

1. **Шерклифф У.** Поляризованный свет.— М.: Мир, 1965.—264 с.
2. **Розенберг Г. В.** Вектор-параметр Стокса.— УФН, 1955, т.16, вып. 1, с. 77—110; Луч света (К теории светового поля).— Там же, 1977, т. 121, вып. 1, с. 97—138.
3. **Горшков М. М.** Эллипсометрия.— М.: Сов. радио, 1974.—200 с.
4. **Джерард А., Берч Дж. М.** Введение в матричную оптику.— М.: Мир, 1978.— 341 с.
5. Основы эллипсометрии/Под ред. А. В. Ржанова — Новосибирск: Наука, 1979.— 422 с.
6. **Гиргель С. С.** Матрицы Джонса и Мюллера плоскопараллельной пластинки из прозрачного магнитоупорядоченного кристалла.— ЖПС, 1980, т. 32, вып. 3, с. 532—535.
7. **Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред.— М.: Физматгиз, 1959.— 535 с.
8. **Федоров Ф. И.** Теория гиротропии.— Минск: Наука и техника, 1976.— 465 с.
9. **Барковский Л. М.** Параметрическое преобразование света в кристаллах.— Кристаллография, 1977, т. 22, вып. 1, с. 21—26.
10. **Бокуть Б. В., Гиргель С. С.** Поляризация плоских электромагнитных волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах.— Кристаллография, 1980, т. 25, вып. 1, с. 22—26.
11. **Соколов А. В.** О магнетооптических явлениях в ферромагнетиках.— УФН, 1953, т. 50, вып. 2, с. 161—196.

12. **Гончаренко А. М., Федоров Ф. И.** Оптические свойства кристаллических пластинок.— Опт. и спектр., 1963, т. 14, вып. 1, с. 94—96.
13. **Хапалюк А. П.** Прохождение света через анизотропную пластинку при нормальном падении.— Кристаллография, 1962, т. 7, вып. 4, с. 581—588.
14. **Барковский Л. М.** Спектральные разложения операторов показателей преломления в кристаллах.— ЖПС, 1979, т. 30, вып. 1, с. 113—123.
15. **Константинова А. Ф., Гречушников Б. Н.** Распространение света в поглощающих активных кристаллах.— Кристаллография, 1973, т. 18, вып. 3, с. 470—473.
16. **Тронько В. Д., Павлов В. А.** Магнитооптически активные среды, обладающие линейным и круговым дихроизмом. Матрицы Джонса.— Кристаллография, 1975, т. 20, вып. 3, с. 477—484.
17. **Тронько В. Д., Павлов В. А.** Магнитооптически активные среды, обладающие линейным и круговым дихроизмом.— Кристаллография, 1974, т. 19, вып. 4, с. 692—700.
18. **Jones R. C.** New Calculus for the Treatment of Optical Systems. VIII. Electromagnetic Theory.— J. Opt. Soc. Amer., 1956, v. 46, N 2, p. 121—131.
19. **Jensen H. P.** Optical Calculi.— Spectroskopy Letters, 1977, v. 10, N 6, p. 471—481.
20. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики.— М.: Наука, 1973.—719 с.
21. **Donovan B.** and **Webster Janet.** The Theory of the Faraday Effect an Anisotropic Semiconductors.— Proc. Phys. Soc., 1962, v. 79, N 1, p. 46—57.
22. **Jastrzebski L.** Influence of Dichroism and Faraday Rotation in $YFeO_3$.— Phys. stat. sol. (a), 1977, v. 21, N 1, p. 57—68.
23. **Бокуть Б. В., Гиргель С. С.** Преобразование поляризации света плоскопараллельной пластинкой из магнитоупорядоченного кристалла при нормальном падении.— Опт. и спектр., 1980, т. 49, вып. 5, с. 920—924.
24. **Бокуть Б. В., Гиргель С. С.** Взаимодействие частично поляризованного света с магнитоупорядоченной пластинкой.— Опт. и спектр., 1980, т. 49, вып. 6, с. 1164—1167.
25. **Федоров Ф. И.** Ковариантное описание световых пучков.— ЖПС, 1965, т. 2, вып. 6, с. 523—533.
26. **Барковский Л. М.** К расчету световых поляризационных состояний в гироанизотропных кристаллах.— Опт. и спектр., 1979, т. 46, вып. 5, с. 938—944.
27. **Гиргель С. С.** Прохождение света через систему поляризатор — кристаллическая пластинка — анализатор.— Опт. и спектр., 1979, т. 46, вып. 4, с. 819—921.

Поступило в редакцию 02.12.80.