ТОМ 49, ВЫП. 4 · ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ · 1980 год

УДК 548.0 : 535

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ, ОБЛАДАЮЩИХ ЕСТЕСТВЕННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Б. В. Бокуть и *С. С. Гиргель*

Исследованы некоторые особенности электромагнитных волн в магнитоупорядоченных кристаллах, обладающих наряду с эффектом Фарадея естественной оптической активностью. Получено уравнение нормалей, которое является полным уравнением четвертой степени, что физически соответствует невзаимному характеру распространения света, и предлагается итерационный способ его решения. Найдена поляризация собственных волн в кристалле. Показано, что вдоль обычных оптических осей в двуосных гиротропных кристаллах наблюдается поляризация света, вообще говоря, отличная от круговой на величину порядка гиротропии.

1. Оба явления — естественная оптическая активность и искусственная, вызванная магнитным упорядочением (эффект Фарадея), — по своим действиям и описанию весьма схожи. Теория естественной оптической активности в немагнитных средах в настоящее время подробно разработана рядом авторов [1–8].

Однако и в магнитоупорядоченных кристаллах наряду с эффектом Фарадея могут проявляться эффекты пространственной дисперсии первого порядка, также вызывающие вращение плоскости поляризации (естественная оптическая активность). Хотя до настоящего времени специального экспериментального разделения вращения плоскости поляризации на вращение, вызванное эффектом Фарадея, и вращение, обусловливаемое естественной оптической активностью, в анизотропных кристаллах, по-видимому, не проводилось, нет сомнения в том, что такие кристаллы, обладающие этими двумя эффектами, сравнимыми по величине, существуют; следовательно, необходима и соответствующая теория.

В работах Ерицяна [9] делалась попытка учесть одновременно оба эффекта, однако естественная оптическая активность там описывалась некорректно, поскольку вектор гирации, описывающий естественную оптическую активность, предполагался не зависящим от показателя преломления волны. В его последней статье [10] рассматривается влияние внешнего магнитного поля на показатели преломления волн в оптически активных средах. Однако автор ограничивается только частным случаем изотропной или кубической среды при наложении внешнего магнитного поля вдоль оси z. Кроме того, используются иные, чем у нас, материальные уравнения, что приводит к необходимости изменять стандартные граничные условия.

В работе [11] изучалось совместное проявление эффекта Фарадея и естественной гиротропии в оптически активных одноосных кристаллах в точке исчезновения анизотропии диэлектрической проницаемости.

В настоящей работе исследуются некоторые особенности уравнения нормалей и поляризации собственных волн в магнитоупорядоченных кристаллах, обладающих наряду с анизотропией и эффектом Фарадея также и естественной оптической активностью.

2. При исследовании данного вопроса будем исходить из линейных материальных уравнений вида

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + i\gamma \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + i\beta \mathbf{E}, \tag{1}$$

где тензоры γ и β описывают естественную оптическую активность. В общем случае все тензоры ε_0, μ, γ, β являются комплексными тензорами второго ранга. Без учета естественной оптической активности имеем уравнение для бигиротропных сред. Электромагнитные волны в таких кристаллах изучались в работе [12].

Из принципа симметрии кинетических коэффициентов [2] следует существование связи в (1) между γ и β. В дальнейшем для оптического диапазона полагаем в (1), согласно [2], $\mu = 1$ и выделяем антисимметричную часть $i\mathbf{G}_m^{\times}$ тензора ε_0 в отдельное слагаемое. Тогда уравнения связи (1) без учета влияния магнитоэлектрического эффекта принимают форму

$$\mathbf{D} = \varepsilon' \mathbf{E} + i\mathbf{G}_m^{\times} \mathbf{E} + i\gamma \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = H - i\tilde{\gamma} \mathbf{E}, \tag{2}$$

где ε' — симметричный тензор второго ранга, действительный в отсутствие поглощения; $\mathbf{G}_m^{\times}$ — тензор второго ранга, дуальный вектору магнитной гирации $\mathbf{G}_m$, определяющий линейный по намагниченности эффект Фарадея. Здесь квадратичные магнитооптические эффекты, описываемые тензором $\Delta\varepsilon$, уже включены в ε': $\varepsilon' = \overset{0}{\varepsilon} + \Delta\varepsilon$.

Полагая в (2) $\gamma = 0$, получаем обычные уравнения связи для магнитоупорядоченных кристаллов, поляризационные характеристики собственных волн в которых исследовались инвариантным методом в [13].

3. Для плоских гармонических волн

$$\mathbf{D} = -\mathbf{m}^{\times} \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{m}^{\times} \mathbf{E}, \tag{3}$$

где $\mathbf{m} = c\mathbf{k}/\omega$ — вектор рефракции [8], $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$, $\mathbf{n}^2 = 1$. Исключая из (2) и (3) векторы $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$, получаем уравнение

$$[\varepsilon' - \gamma\tilde{\gamma} + \mathbf{m}^{\times}\mathbf{m}^{\times} + i\mathbf{G}_m^{\times} + i(\mathbf{m}^{\times}\gamma + \tilde{\gamma}\mathbf{m}^{\times})]\, \mathbf{E} = 0, \tag{4}$$

определяющее тип собственных волн в кристалле. Введем эффективную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = \varepsilon' - \gamma\tilde{\gamma}$ и вектор естественной гирации

$$\mathbf{G}_0 = g_0 n, \quad g_0 = (\mathrm{Sp}\,\gamma - \tilde{\gamma})\, \mathbf{n}, \tag{5}$$

тогда уравнение (4) принимает обычный вид

$$(\varepsilon_1 + \mathbf{m}^{\times}\mathbf{m}^{\times})\, \mathbf{E} = 0, \tag{6}$$

где $\varepsilon_1 = \varepsilon + i\mathbf{G}^{\times}$, а $\mathbf{G} = \mathbf{G}_m + \mathbf{G}_0$ — полный вектор гирации. Отсюда получаем уравнение нормалей в следующей форме:

$$n^4 \cdot \mathbf{n}\varepsilon\mathbf{n} - n^2 \cdot \mathbf{n}\,(\bar{\varepsilon}_c - \bar{\varepsilon})\, \mathbf{n} + |\varepsilon| - \mathbf{G}\,(\mathbf{m}^{\times}\mathbf{m}^{\times})\, \mathbf{G} = 0. \tag{7}$$

От обыкновенного уравнения нормалей оно отличается лишь последним слагаемым, откуда непосредственно видно, что (7) является полным уравнением четвертой степени относительно показателей преломления. Физически это означает невзаимность распространения света в таких кристаллах. Два положительных корня соответствуют двум волнам, распространяющимся в одном направлении, а два отрицательных — волнам, движущимся в противоположном направлении.

Заметим, что уравнение нормалей (7) не решается аналитически даже для изотропных ε и γ. Тем не менее его легко решить приближенно методом итераций, используя малость вектора гирации $\mathbf{G}$. Обозначим вспомогательные корни уравнения (7) без члена $\mathbf{G}\,(\varepsilon + \mathbf{m}^{\times}\mathbf{m}^{\times})\, \mathbf{G}$ через $n'_{\pm}$, тогда его искомые корни можно определить методом последовательных приближений по формулам

$$2n_{\pm} = n'^2_{+} + n'^2_{-} \pm \sqrt{(n'^2_{+} - n'^2_{-})^2 + 4\alpha(n_{\pm})}, \tag{8}$$
$$\alpha(n_{\pm}) = \mathbf{G}_{\pm}(\varepsilon + \mathbf{m}_{\pm}^{\times}\mathbf{m}_{\pm}^{\times})\, \mathbf{G}_{\pm}/\mathbf{n}\varepsilon\mathbf{n},$$

подставляя в $\alpha(n_{\pm})$ приближенное значение $n'_{\pm}$.

Почти для всех направлений в кристалле $4\alpha(n_\pm) \ll (n_+'^2 - n_-'^2)^2$. Тогда, извлекая приближенно корень, получаем четыре различных значения для показателей преломления

$$n_{1,\,2} = \pm\left(n'_+ + \frac{\alpha(\pm n'_+)}{2n'_+(n_+'^2 - n_-'^2)}\right), \quad n_{3,\,4} = \pm\left(n'_- - \frac{\alpha(\pm n'_-)}{2n'_-(n_+'^2 - n_-'^2)}\right), \tag{9}$$

справедливые с точностью порядка $\mathbf{G}^4(n_+'^2 - n_-'^2)^{-2}$.

Если ε' — скаляр, то [11] $n_\pm^2 \approx \varepsilon' \pm \mathbf{nG}$.

4. Будем определять поляризацию собственных волн из уравнения (6), из которого следует, что взаимный тензор $\bar{\alpha} \sim \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}$, где $\mathbf{A}$ — какой-то вектор, а $\alpha = \varepsilon_1^{-1}\mathbf{m}^\times\mathbf{m}^\times + 1$.[1] Вычисляя прямыми тензорными методами тензор $\bar{\alpha}$, получаем

$$\mathbf{E} \sim (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}\varepsilon_1 - \bar{\varepsilon}_1\mathbf{n}^\times\mathbf{n}^\times - n^2\mathbf{n}\varepsilon_1\mathbf{n})\,\mathbf{r}, \tag{10}$$

где $\mathbf{r}$ — произвольный вектор, удовлетворяющий условию $\mathbf{Ar} \neq 0$. Чтобы получить направления главных осей эллипса поляризации и эллиптичность собственных волн в явном виде, используем известные выражения [8] для поляризации собственных волн в негиротропных кристаллах $\mathring{\mathbf{E}}_\pm$. При этом выбираем нормировку $[\mathbf{n}\mathring{\mathbf{H}}_\pm] = \pm\mathring{\mathbf{H}}_\mp$. Тогда

$$\mathring{\mathbf{D}}_\pm = \mp\mathring{n}_\pm\mathring{\mathbf{H}}_\mp, \quad \mathbf{n}\overline{\varepsilon^{-1}}\mathbf{n} \cdot \mathring{n}_+^2\mathring{n}_-^2 = 1. \tag{11}$$

После некоторых преобразований с учетом соотношений (11) имеем для векторов магнитной индукции изонормальных волн

$$\mathbf{B}_\pm = \mathring{\mathbf{H}}_\pm - (\mathbf{G}\mathring{\mathbf{D}}_\pm \cdot [\mathbf{nG}] \pm i\mathring{\mathbf{H}}_\mp)\,\mathring{n}_+^2\mathring{n}_-^2/(\mathring{n}_\mp^2 - \mathring{n}_\pm^2). \tag{12}$$

Расчет показывает, что главные оси эллипса поляризации векторов $\mathbf{B}_\pm$ уже не ортогональны, а повернуты относительно векторов $\mathring{\mathbf{H}}_\pm$ на малый угол $\varphi \sim \mathbf{G}^2/(\mathring{n}_\mp^2 - \mathring{n}_\pm^2)$. Лишь для направлений $\mathbf{n}$, достаточно близких к оптическим осям $\mathbf{c}_i$, угол φ может быть значительным. Точных выражений эллиптичности также не приводим из-за их громоздкости.

Укажем только, что для большинства направлений в кристалле эллиптичность имеет порядок отношения гиротропии к анизотропии, т. е.

$$(b/a)_\pm \sim \mathbf{n}\varepsilon\mathbf{G}/(\mathring{n}_\mp^2 - \mathring{n}_\pm^2). \tag{13}$$

Отметим одну интересную особенность. Пусть свет распространяется вдоль оптической оси $\mathbf{c}_i$ $(i=1, 2)$ кристалла, где $\mathbf{c}_i$ определяется для обратного тензора $\varepsilon^{-1} = \mathring{a} + \mathring{b}\,(\mathring{c}_1 \cdot \mathring{c}_2 + \mathring{c}_2 \cdot \mathring{c}_1)$. Однако тогда поляризация векторов $\mathbf{B}_\pm$ не строго круговая, как принято считать, а отличается от круговой на величину порядка гиротропии $\mathbf{G}$, даже если не учитывать эффект Фарадея. Такой же результат для естественно оптически активных двуосных немагнитных кристаллов был ранее получен в работе [14].

С другой стороны, если взять оптические оси $\mathbf{c}_i$ симметричной части полного тензора $\varepsilon_1^{-1} = a + b(c_1 \cdot c_2 + c_2 \cdot c_1) + i\mathbf{b}^\times = \chi + i\mathbf{b}^\times$, то оба вектора $\mathbf{B}_\pm$ будут строго круговыми. Действительно,

$$\mathbf{B}_\pm = \mathbf{m}^\times\mathbf{E}_\pm \sim (\mathbf{n}^\times\chi\mathbf{n}^\times - \mathbf{n}_\mp^2 - i\mathbf{nb} \cdot \mathbf{n}^\times)\,\mathbf{n}^\times\mathbf{r}, \tag{14}$$

и при $\mathbf{n} = \mathbf{c}_i$ $\mathbf{B}$ — строго круговой вектор, т. е. $\mathrm{B}^2 = 0$.

Следует подчеркнуть, что, согласно (6), в (14) величины χ и $\mathbf{b}^\times$ зависят от $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$, т. е. сами оптические оси $\mathbf{c}_i$ для каждой из двух волн будут несколько отличаться. За счет гиротропии каждая из оптических осей $\mathbf{c}_i$ расщепляется на две, соответствующие различным собственным волнам. Однако это расщепление очень мало.

Наконец, если ε' — скаляр, то вектор $\mathring{\mathbf{D}}_\pm$ произволен и можно взять $\mathring{\mathbf{D}}_\pm\mathbf{G} = 0$; тогда из (12) строго следует $(b/a)_\pm = \mp 1$.

---

[1] Согласно [8], взаимный тензор $\bar{\alpha}$ определяется следующим образом: $\bar{\alpha}\alpha = \alpha\bar{\alpha} = |\alpha|$.

Поскольку в вектор гирации **G** гиротропия, обусловленная магнитной структурой $\mathbf{G}_m$, и гиротропия, вызываемая пространственной дисперсией первого порядка, входят аддитивным образом, то выделить оба эффекта можно по двупреломлению, пропуская свет через кристалл в прямом и обратном направлениях.

Литература

[1] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1973.
[2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1957.
[3] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. «Наука», М., 1965.
[4] Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *6*, 85, 1959.
[5] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров. Кристаллография, *15*, 1002, 1970.
[6] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров, Н. А. Хило. Кристаллография, *18*, 227, 1973.
[7] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *37*, 288, 1974.
[8] Ф. И. Федоров. Теория гиротропии. «Наука и техника», Минск, 1976.
[9] О. С. Ерицян. Изв. АН АрмССР, физика, *3*, 217, 1968; *4*, 180, 1969; *9*, 312, 1974.
[10] О. С. Ерицян. ФТТ, *19*, 1545, 1977.
[11] С. С. Гиргель, Ф. А. Лопашин, А. Н. Сердюков. Кристаллография, *21*, 450, 1976.
[12] Л. М. Барковский. Опт. и спектр., *38*, 115, 1975.
[13] Б. В. Бокуть, С. С. Гиргель. Кристаллография, *21*, 264, 1976; 269, 1976.
[14] Б. В. Бокуть. Кристаллография, *15*, 486, 1970.

Поступило в Редакцию 12 сентября 1978 г.
В окончательной редакции 20 февраля 1980 г.