

Б. М. БЕРКОВСКИЙ, Е. Ф. НОГотов

ТЕПЛОВАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ

(Представлено академиком Г. И. Петровым 29 V 1972)

Для минимизации влияния конвективных явлений на процессы диффузии и теплообмена создаваемые градиенты концентрации и температуры ориентируют противоположно силе тяжести («нагрев сверху»). Однако полностью избавиться от конвективного тепло- и массообмена, как правило, не удастся. Возникающая конвекция ограничивает чувствительность и качество целого ряда современных приборов, например, хитронов⁽¹⁾, лазеров⁽²⁾ и газовых линз⁽³⁾; определяет совершенство и чистоту искусственно выращиваемых кристаллов и пленок^(4, 5). Устранение указанных дефектов возможно после тщательного анализа интенсивности и структуры конвекции, конвективного теплообмена.

Особенности течения и переноса тепла при естественной конвекции, возбуждаемой неравномерным нагревом сверху, выяснялись на примере горизонтальных цилиндрических полостей с твердыми непроницаемыми стенками. Жидкость считалась несжимаемой. Исследования проводились на базе двумерных уравнений Буссинеска^(6, 7).

В такой постановке определяющими критериями подобия задачи служили: число Грасгофа $Gr = g\beta\Delta\theta_L L^3/\nu^2$, число Прандтля $Pr = \nu/\kappa$ и параметры H/L и $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$, характеризующие форму двумерной области и отношение максимального перепада температуры на боковых стенках области к аналогичному перепаду на ее нагреваемой верхней границе. Основные результаты получены путем численных расчетов по методу сеток. Использовались схемы второго порядка аппроксимации⁽⁸⁻¹¹⁾. Исследования проводились в следующем диапазоне параметров $Gr \leq 10^8$, $Pr \leq 10^2$; $0,1 \leq H/L \leq 10$; $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L \leq 20$. Рассматривались несколько типов граничных условий для температуры и более 40 законов неравномерного нагрева. Для того чтобы исключить влияние конвекции от нагрева сбоку и снизу, тепловые граничные условия выбирались так, чтобы ни в одной точке верхней границы температура не была ниже, чем на остальных гранях. На основе анализа полученных данных были сделаны обобщения, которые будут приведены ниже.

Установлено, что при неравномерном нагреве сверху возбуждается ячейковая конвекция, глубина проникновения которой d (конвективная зона) не превосходит ширины области L . С ростом числа Грасгофа, а также отношения $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ размер конвективной зоны имеет тенденцию уменьшаться. Наиболее существенно влияние $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ в условиях развитой конвекции. Так, при $Gr > 10^5$ увеличение $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ от 0 до 10 влечет за собой уменьшение d более чем втрое.

Если расстояние между соседними максимумами температуры на верхней границе не очень мало ($>d/4$), то удастся сформулировать правила, позволяющие по заданному закону нагрева определить структуру течения: а) каждому экстремуму в распределении температуры на верхней стенке соответствует граница раздела между основными ячейками; б) направление течения в ячейках возле верхней стенки противоположно градиенту температуры на ней; в) ячейки вытянуты в сторону максимальной температуры, границы раздела между ними наклонены в сторону

большого градиента температуры; г) если в распределении температуры имеется точка перегиба с нулевой производной, то при $H/L < 0,3$ даже при небольших Gr внутри основных ячеек могут иметь место вторичные течения; д) при симметричном нагреве структура конвекции устойчива вплоть до $Gr \sim 10^7$, при несимметричном — с ростом Gr меняется. При расстояниях между соседними максимумами температуры меньшими, чем $d/4$, структура конвекции соответствует усредненному температурному профилю.

Рассмотрим интенсивность конвекции, которую будем характеризовать величиной суммы абсолютных экстремальных значений функции тока $\sum |\psi_m|$ (суммирование производится по всем ячейкам). Поскольку

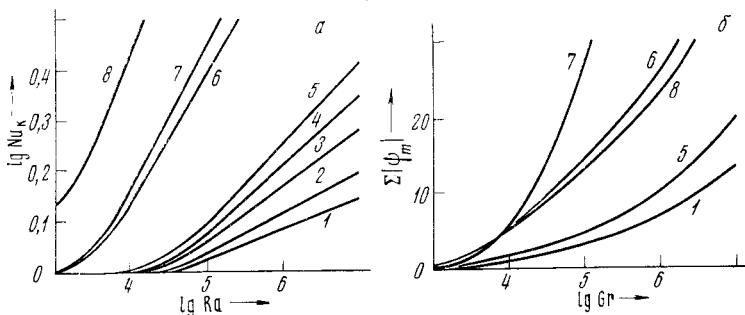


Рис. 1. Интенсивность конвекции (а) и ее влияние на теплообмен (б) при нагреве сверху: $\theta = \sin |m\pi x|$, $m = 1$ (5), 2 (3), 3 (2); $\theta = \sin m\pi x$ ($0 \leq x \leq 1/m$), $\theta = 0$ ($1/m < x \leq 1$), $m = 1/2$ (4), $1/4$ (1) и при нагреве снизу: $\theta = \sin \pi x$ (7) и сбоку: $\theta = \sin \pi y$ (6) и $\theta = 1$ (8). На остальных гранях задавалось $\theta = 0$. Исключение — кривая 8, где при $y = 0$ и $y = 1$ задавалось $\theta = x$. $Pr = 1$, $H/L = 1$

размер конвективной зоны определяется соотношением $d \leq L$, то приведем здесь зависимости, полученные для случая $H/L = 1$. Оказывается, что при $Gr \leq 10^5$, $Pr \sim 1$ интенсивность конвекции прямо пропорциональна величине числа Грасгофа, т. е. имеет место зависимость

$$\sum |\psi_m| = a \cdot 10^{-3} Gr$$

Величина коэффициента a определяется видом нагрева и размером нагреваемого участка и изменяется в пределах от 0,05 до 0,5. Для $Gr > 10^5$ зависимости $\sum |\psi_m|$ от Gr для предельных законов нагрева представлены на рис. 1а. Кривые, характеризующие аналогичные зависимости при других законах нагревания верхней границы, будут располагаться между линиями 1 и 5. Для сравнения на этом же рисунке приведены зависимости, полученные при синусоидальном нагреве сбоку и снизу.

Возникающая конвекция способствует охлаждению нижних и средних слоев жидкости. Температура ее верхних слоев при этом значительно повышается. При определенных законах нагрева в некоторых вертикальных сечениях возникает эффект локального перегрева жидкости относительно верхней границы, а также связанная с ним инверсия теплового потока на ней. В областях с $H/L \geq 1$ это явление наблюдается при $Gr > 10^5$. Локальный перегрев жидкости может составлять 40–60% от температуры в соответствующих точках верхней границы. В областях с $H/L < 1$ он может быть еще больше и достигать 400–600%.

Хотя конвекция возникает при сколь угодно малых неоднородностях температуры на верхней границе области, ее влияние на теплообмен становится существенным лишь при достаточно высоких перепадах температуры. Так, в областях с $H/L \geq 1$ заметное увеличение теплопередачи происходит лишь при числах Рэлея $Ra > 10^4$ (при $H/L < 1$ эта величина

Ра еще выше). Причем уже при $Ra > 10^5$ зависимость интегрального конвективного числа Нуссельта $Nu_h = Nu(Ra) / Nu(Ra = 0)$, характеризующего вклад конвекции в общую теплопередачу, от величины Ra становится, как и в задачах пограничного слоя, степенной: $Nu_h = \varphi(H/L) Ra^n$. Обнаружено, что показатель степени n слабо зависит от величины H/L . Он определяется видом нагрева и может изменяться в пределах от 0,05 до 0,2. Для синусоидального нагрева сверху, например, $n = 0,16$, а функция $\varphi(H/L)$ аппроксимируется формулой

$$\varphi(H/L) = 0,132 + 0,2 \operatorname{th}(H/L - 0,35).$$

Для наиболее характерных распределений температуры на верхней границе рассчитанные зависимости Nu_h от Ra приводятся на рис. 1б. Для

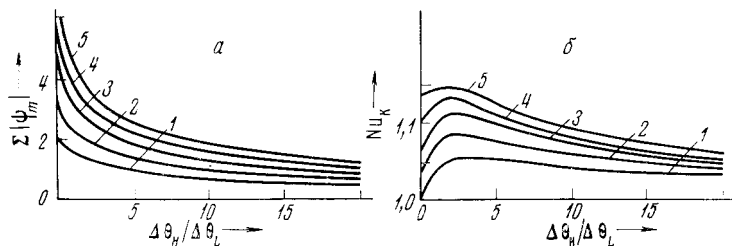


Рис. 2. Влияние параметра $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ на интенсивность конвекции и конвективный теплообмен при $H/L = 1$, $Pr = 1$ и $Gr = 10^4$ (1); $2,5 \cdot 10^4$ (2); $5 \cdot 10^4$ (3); $7,5 \cdot 10^4$ (4); 10^5 (5)

сравнения на этом же рисунке помещены зависимости, соответствующие синусоидальному нагреву сбоку и снизу и равномерному нагреву сбоку (12).

Интенсивность конвекции и ее влияние на перенос тепла существенно зависят от величины отношения $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$, а также от размеров нагреваемого участка. Увеличение $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ способствует снижению интенсивности конвективного движения и соответственно уменьшению величины $\sum |\psi_m|$. Типичная зависимость $\sum |\psi_m|$ от $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ приведена на рис. 2а (синусоидальный нагрев). Зависимость Nu_h от величины этого отношения имеет более сложный вид. При увеличении $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ от 1 до 3 при $G < 10^5$ наблюдается некоторое увеличение теплообмена (на 5–8%). Однако при дальнейшем увеличении $\Delta\theta_H/\Delta\theta_L$ величина Nu_h снова уменьшается, что обусловлено снижением интенсивности конвективного течения (см. рис. 2б).

Обнаружено, что существует оптимальная величина размеров нагреваемого участка, соответствующая максимальной интенсивности конвекции. При симметричном нагреве она равна половине ширины области L , при несимметричном — составляет 65% L .

Институт тепло- и массообмена
Академии наук БССР
Минск

Поступило
21 IV 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Сборн. Химотронные устройства, Ред. Н. С. Лидоренко, М., 1965. ² Н. А. Елиоп, Laser Systems and Applications, N. Y.—London, 1967. ³ Б. М. Берковский, О. Г. Мартыненко и др., Теплогидродинамические световоды, Минск, 1969. ⁴ С. А. Медведев, Введение в теорию полупроводниковых материалов, М., 1970. ⁵ Основы технологии кремниевых интегральных схем. Окисление. Диффузия. Эпитаксия. Ред. Р. Бургер и Р. Донован, М., 1969. ⁶ J. Boussinesque, Theorie analytique de la chaleur, Paris, 1903. ⁷ A. J. Ede, Advances in Heat Transfer, 4, N. Y., 1967, p. 1. ⁸ А. А. Самарский, Журн. вычислит. матем. и матем. физ., 5, № 3, 548 (1965). ⁹ Н. И. Булеев, В. С. Петрищев, ДАН, 169, № 6, 1296 (1966). ¹⁰ Б. М. Берковский, Е. Ф. Ноготов, Механика жидкости и газа, № 2, 147 (1970). ¹¹ А. В. Лыков, Б. М. Берковский, Е. Ф. Ноготов, В сборн. Тепло- и массоперенос, 8, 566 (1972). ¹² Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, Е. Л. Гарунин, Механика жидкости и газа, № 5, 56 (1966).